

УДК 539.3

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2017.80.109634>

Аналіз методів визначення констант пружності однонаправленого шару композиційних матеріалів

В.В. Рубашевський¹ • М.М. Заразовський² • С.М. Шукаєв¹

1 - КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна

2 - Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАН України

Received: 01 September 2017 / Accepted: 21 September 2017

Анотація. Розглянуто аналітичні методи визначення констант пружності однонаправлених композиційних матеріалів, таких як правило суміші, моделі коаксіальних циліндрів, модель Кільчинського та Ваніна. Основні припущення, які приймаються в розрахунках, зводяться до того, що волокна і матриця - ізотропні пружні матеріали, які при навантаженні композиції деформуються спільно, що забезпечується наявністю між ними жорсткого зв'язку. Представлено розрахунки пружних характеристик і виконано порівняльний аналіз обраних підходів на прикладі шаруватих композиційних матеріалів. Зроблено рекомендації щодо доцільності застосування розглянутих методів.

Ключові слова: однонаправлений композиційний матеріал, механічні характеристики, пружні константи, методи визначення пружних констант.

Вступ. У зв'язку із швидким зростанням застосування композиційних матеріалів (КМ) в різних галузях промисловості, зокрема, в авіації, набула актуальності проблема раціонального проектування елементів конструкцій з композитів. Висока міцність КМ за відносно малої ваги, корозійна стійкість та інші цінні властивості визначають ефективність їх застосування у сучасних конструкціях і машинах. У теперішній час існує велика кількість різноманітних КМ. На практиці широкого застосування набули шаруваті КМ, що утворені ми один відносно одного шарами, кожен з яких в свою чергу складається з неперервних волокон та полімерної або металевої матриці. Тобто такі композити мають два рівні неоднорідності, перший (мікронеоднорідність) пов'язаний з наявністю двох складових (волокон і матриці), а другий (макронеоднорідність) – з різною орієнтацією однонаправлених шарів. У розрахунках конструкцій з шаруватих КМ з орієнтованим армуванням звичайно приймають, що матеріал складається із квазіоднорідних шарів, властивості яких відомі. За відомими характеристиками цих шарів можна розрахувати властивості композитів з будь-якою орієнтацією волокон в суміжних шарах.

За таких обставин важливою задачею є визначення ефективних модулів пружності, які є коефіцієнтами, що зв'язують усереднені за об'ємом напруження і деформації однонаправлених шарів КМ. Ефективні модулі залежать від форми і розташування волокон та їх вмісту в об'ємі матеріалу. На сьогоднішній день існує багато методів оцінювання ефективних модулів пружності. Експериментальне визначення пружних констант потребує складних досліджень, тому їх оцінювання за допомогою аналітичних моделей є надзвичайно актуальною задачею.

Метою даної роботи є огляд і оцінювання, на прикладі епоксидних вуглепластиків, можливостей аналітичних методів щодо визначення констант пружності однонаправлених композиційних матеріалів.

Відповідно до роботи [5] для ідентифікації механічних характеристик односпрямованого композита застосована модель трансверсально-ізотропного тіла. Тоді, пружне деформування шару, в рамках плоскої задачі теорії пружності, описуються 4 - ма лінійно незалежними ефективними параметрами: двома модулями поздовжньої пружності E_1, E_2 модулем зсуву в площині армування G_{12} та головним коефіцієнтом Пуассона ν_{12} , де перший індекс відповідає напрямку прикладення навантаження, а другий – напрямку поперечної деформації, яка спричинена цим навантаженням.

У роботі також використовуються позначення: $E_f, E_m, G_f, G_m, \nu_f, \nu_m$ — відповідно, модулі Юнга, зсуву і коефіцієнти Пуассона волокна (з індексом f) і матриці (з індексом m), c — об'ємний вміст волокон в композиті.

В роботі розглянуто декілька широко вживаних підходів, таких як правило суміші, модель коаксіальних циліндрів, модель Кільчинського та метод Ваніна. Основні припущення, що приймаються в розрахунках, зводяться до того, що волокна і матриця — ізотропні пружні матеріали, які при навантаженні композиції деформуються спільно, що забезпечується наявністю між ними жорсткого зв'язку.

Правило суміші, яке використовували Рейс і Фойгт у роботах [6, 8]. Згідно з цим правилом шукана характеристика матеріалу залежить від частки кожного компоненту пропорційно його об'ємного вмісту. Тобто,

$$\begin{aligned} E_1 &= cE_f + (1+c)E_m, & \nu_{12} &= (1-c)\nu_m + c\nu_f, \\ E_2 &= \frac{E_f E_m}{cE_m + (1-c)E_f}, & G_{12} &= \frac{G_f G_m}{cG_m + (1-c)G_f}. \end{aligned} \quad (1)$$

Модель коаксіальних циліндрів, що складається із волокна розміщеного в коаксіальному циліндрі — матриці, запропонована Хіллом і Хашіном [6].

$$\begin{aligned} E_1 &= \tilde{n}E_f + (1-c)E_m + \frac{2c(\nu_f - \nu_m)^2(1-\nu_f)E_f E_m}{cE_m L_f + [L_m(1-c) + (1-\nu_m)]E_f}, & E_2 &= \frac{2K(1-\nu_{12})E_1}{E_1 + 4K\nu_m^2}, \\ \nu_{12} &= \nu_m - \frac{2(\nu_m - \nu_f)(1-\nu_m^2)cE_f}{E_m(1-c)L_f + [L_m c + (1+\nu_m)]E_f}, & G_{12} &= \frac{[(1+c)G_f + (1-c)G_m]G_m}{G_f - G_m - c(G_f - G_m)}, & L_m &= 1 - \nu_m - 2\nu_m^2, \\ K &= \frac{(K_f + G_m)K_m - (K_f - K_m)cG_m}{K_f + G_m - c(K_f - K_m)}, & K_m &= \frac{E_m}{3(1-2\nu_m)}, & K_f &= \frac{E_f}{3(1-2\nu_f)}, & L_f &= 1 - \nu_f - 2\nu_f^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут K - модуль об'ємного стиснення, що відповідає дилатації в площині, перпендикулярній до напрямку волокон, K_m і K_f — об'ємні модулі матриці та волокна.

Модель Кільчинського [2, 7], вона описує деформування волокна, що міститься в циліндричній матриці, яка в свою чергу знаходиться в необмеженому середовищі. При цьому вважається, що механічні параметри середовища, такі як і ефективні параметри композита.

$$\begin{aligned} E_1 &= cE_f + (1-c)E_m + \frac{4c(1-c)(\nu_f - \nu_m)^2}{(1-c)/K_f + c/K_m + 1/G_m}, & G_{23} &= G_m \frac{(\eta + \delta_m c)(1 + \rho c^3) - 3c(1-c)^2 \delta_m^2}{(\eta - c)(1 + \rho c^3) - 3c(1-c)^2 \delta_m^2}, \\ \nu_{12} &= c\nu_f + (1-c)\nu_m + \frac{c(1-c)(\nu_f - \nu_m)(1/K_m - 1/K_f)}{(1-c)/K_f + c/K_m + 1/G_m}, & G_{12} &= G_m \frac{(1-c)G_m + (1+c)G_f}{(1+c)G_m + (1-c)G_f}, \\ E_2 &= \frac{4KG_{23}}{K + G_{23}[1 + 4K(\nu_{12})^2/E_1]}, & K &= \frac{K_f K_m + G_m(cK_f + (1-c)K_m)}{(1-c)K_f + cK_m + G_m}, \\ \rho &= \frac{\delta_m - \gamma\delta_f}{1 + \gamma\delta_f}, & \eta &= \frac{\gamma + \delta_m}{\gamma - 1}, & \delta_m &= \frac{1}{3 - 4\nu_m}, & \delta_f &= \frac{1}{3 - 4\nu_f}, & \gamma &= \frac{G_f}{G_m}. \end{aligned} \quad (3)$$

Метод Ваніна [1]. Ефективні механічні характеристики однонаправлених композитів визначаються з використанням теорії еліптичних функцій Вейерштрасса і спеціальних мероморфних функцій.

$$\begin{aligned} E_1 &= \tilde{n}E_f + (1-c)E_m + \frac{8c(1-c)(\nu_f - \nu_m)^2 G_m}{2 - c + c(3 - 4\nu_m) + (1-c)(2 - 4\nu_f)g}, \\ \nu_{12} &= \nu_m - \frac{4c(1-\nu_m)(\nu_m - \nu_f)}{2 - c + c(3 - 4\nu_m) + 2(1-c)(1 - 2\nu_f)g}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$G_{12} = G_{13} = G_m \frac{(1+c) + (1-c)g}{(1-c) + (1+c)g}, \quad G_{23} = G_{23} \frac{(3-4\nu_m) + c + (1-c)g}{(1-c)(3-4\nu_m) + [1+(3-4\nu_m)c]g}, \quad g = \frac{G_f}{G_m},$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\nu_{12}^2}{E_1} + \frac{1}{4G_m} \left\{ \frac{3-4\nu_m + g}{3-4\nu_m + 4c(1-\nu_m) + [1-4c(1-\nu_m)]g} + \frac{[(1-c)(1-2\nu_m) + (1-2\nu_f)(1+c-2\nu_m)g]}{[1+c(1-2\nu_m)] + (1-2\nu_f)(1-c)g} \right\}.$$

Ефективність наведених вище методів проаналізовано на прикладі волокнистих композиційних матеріалів із складовими матриця-волокно, які представлені у таблицях 1 і 2 [4, 9].

Таблиця 1

Механічні характеристики волокон

Композиційний матеріал	E_f (ГПа)	G_f (ГПа)	ν_f	c
AS4	225	15	0,2	0,6
T300	230	15	0,2	0,6
E-glass 21xK43 Gevetex	80	33,33	0,2	0,62
Silenka E-Glass 1200tex	74	30,8	0,2	0,6
Епоксидний полімер	0,0748	0,031	0,2	0,636

Таблиця 2

Механічні характеристики матриці

Композиційний матеріал	E_m (ГПа)	G_m (ГПа)	ν_m
3501-6 ероху	4,2	1,567	0,34
BSL914C ероху	4	1,481	0,35
LY556/HT907/DY063 ероху	3,35	1,24	0,35
MY750/HY917/ DY063 ероху	3,35	1,24	0,35
Епоксидний полімер	0,0042	0,0015	0,4

Результати розрахунків разом з дослідними даними для AS4/3501-6 ероху [4], T300/BSL914C ероху [4], E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907/DY063 ероху [4], Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY917/DY063 ероху [4] та епоксидного полімеру [9] наведені у таблицях 3-7, у дужках вказані похибки (γ %) між розрахунковими та експериментальними даними.

Таблиця 3

Дослідні і розрахункові значення модуля пружності E , ГПа

Композиційний матеріал	Дослідні дані	Метод суміші	Метод коаксціальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
AS4/3501-6 ероху	126	136,7 (8,48)	136,8 (8,55)	136,7 (8,48)	136,7 (8,4)
T300/BSL914C ероху	138	139,6 (1,16)	139,7 (1,24)	139,6 (1,16)	139,6 (1,18)
E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907/ DY063 ероху	53,48	50,87 (4,87)	50,964(4,7)	50,87 (4,87)	50,90 (4,83)
Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY917/ DY063 ероху	45,6	45,7 (0,2)	45,8 (0,4)	45,7 (0,2)	45,8 (0,4)
Епоксидний полімер	0,04384	0,04868 (11,0)	0,04891 (11,6)	0,04868 (11,0)	0,04873 (11,2)

Як бачимо, при визначенні модуля пружності E_1 (визначається у напрямі армування КМ) для більшості розглянутих композиційних матеріалів за всіма методами були отримані близькі результати з похибками у діапазоні 0,2...11,8%. В останньому випадку найгірші результати були отримані за моделлю Кільчинського та методом Ваніна.

Таблиця 4

Дослідні і розрахункові значення модуля пружності E_2 , ГПа

Композиційний матеріал	Дослідні дані	Метод суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
AS4/3501-6 ероху	11	10,21 (7,7)	12,06 (9,6)	13,82 (25,7)	8,87 (19,4)
T300/BSL914C ероху	11	9,75 (11,4)	12,41 (12,8)	13,60 (23,6)	8,54 (22,4)
E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907/ DY063 ероху	17,7	8,25 (53,4)	9,87 (44,2)	13,51 (23,7)	7,85 (55,7)
Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY917/ DY063 ероху	16,2	7,84 (51,6)	9,41 (41,9)	12,63 (22,0)	7,65 (52,8)
Епоксидний полімер	0,01805	0,01036 (42,6)	0,01724 (4,5)	0,01899 (5,2)	0,01 (44,3)

У розрахунку модуля пружності E_2 (визначається у напрямі, який перпендикулярний до осі армування КМ) найбільш точні результати одержані за моделлю Кільчинського, за яким похибка для всіх КМ знаходиться в межах 5,2...25,7%.

Таблиця 5

Дослідні і розрахункові значення модуля зсуву G_{12} , ГПа

Композиційний матеріал	Дослідні дані	Метод суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
AS4/3501-6 ероху	6,6	3,387 (48,7)	7,182 (8,8)	4,536 (31,3)	4,536 (31,3)
T300/BSL914C ероху	5,5	3,225 (41,4)	6,735 (22,5)	4,352 (20,9)	4,352 (20,9)
E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907 /DY063 ероху	5,83	3,076 (47,2)	5,539(5,0)	4,602 (21,1)	4,602 (21,1)
Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY91 7/ DY063 ероху	5,83	2,923 (49,9)	5,22 (10,5)	4,315 (26,0)	4,315 (26,0)
Епоксидний полімер	0,0049	0,003745 (8,7)	0,00702 (71,2)	0,005507 (34,3)	0,005507 (34,3)

Для модуля зсуву G_{12} найменшу похибку для перших чотирьох КМ одержали за методом коаксіальних циліндрів 4,99...22,46%. Проте, для епоксидного полімеру результати розрахунків за цим методом суттєво відрізняються від результатів отриманих за допомогою інших методів, де похибка досягла 71,2%.

Таблиця 6

Дослідні і розрахункові значення модуля зсуву G_{23} , ГПа

Композиційний матеріал	Дослідні дані	Метод суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
AS4/3501-6 ероху	-	-	-	4,845	4,142
T300/BSL914C ероху	-	-	-	4,725	3,979
E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907 /DY063 ероху	-	-	-	5,268	4,061
Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY91 7/ DY063 ероху	-	-	-	4,907	3,822
Епоксидний полімер	0,0049	-	-	0,00708 (44,49)	0,005044 (2,94)

На противагу іншим методам, що розглядаються, Метод Ваніна і модель Кільчинського дозволяють визначити модуль зсуву G_{23} . Порівняння розрахункових даних з дослідними, отриманими для епоксидного полімеру, засвідчили перевагу метода Ваніна, який виявився більш точним (похибка 2,94%).

Таблиця 7

Дослідні і розрахункові значення коефіцієнта Пуассона ν_{12} , ГПа

Композиційний матеріал	Дослідні дані	Метод суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
AS4/3501-6 епоxy	0,28	0,256 (8,57)	0,247 (11,79)	0,246 (12,14)	0,249 (11,07)
T300/BSL914C епоxy	0,28	0,26 (7,14)	0,251(10,35)	0,25 (10,71)	0,253 (9,64)
E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907/ DY063 епоxy	0,28	0,257 (7,55)	0,249(10,43)	0,247 (11,15)	0,249 (10,43)
Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY917/ DY063 епоxy	0,28	0,26 (6,47)	0,252(9,35)	0,249 (10,43)	0,252 (9,35)
Епоксидний полімер	0,18	0,274 (52,3)	0,267 (48,34)	0,264 (46,7)	0,267 (48,34)

Оцінювання коефіцієнту Пуассона ν_{12} за всіма методами дало практично однакові результати (6,47...12,14%) і лише для епоксидного полімеру отримано завищенні значення з похибками 46,7...52,3%.

Висновки

Таким чином, можна зробити висновок, що розглянуті вище методи задовільно узгоджуються між собою і з експериментом тільки у випадку визначення поздовжнього модуля пружності E_1 та коефіцієнта Пуассона ν_{12} . Для всіх матеріалів за виключенням епоксидного полімеру похибка не перевищувала 12,2%. Значно гірші результати були одержані для модулів E_2 та G_{12} (похибка в межах 5...56%), тому на сьогоднішній день для їх адекватного визначення необхідно залучати експериментальні методи.

Загалом за всіма показниками і матеріалами найкращу кореляція між розрахунковими даними і результатами експериментів отримано з використанням за моделлю Кільчинського.

Одержані результати засвідчили, що задача аналітичного оцінювання ефективних пружних модулів для однонаправлених композиційних матеріалів потребує додаткових досліджень. Технологічні дефекти, неоднорідності в розподілі волокон за об'ємом, кривизна їх перетинів, розорієнтація і розсіювання властивостей компонентів приводять до того, що реальні характеристики КМ відрізняються від розрахункових. Тому розроблення нових методів, які б адекватно враховували мікромеханічні властивості складових КМ залишається актуальною задачею механіки композитів.

Анализ методов определения констант упругости однонаправленного слоя композиционных материалов

В.В. Рубашевський, М.М. Зарзовський, С.М. Шукаев

Аннотация. Рассмотрены аналитические методы определения констант упругости однонаправленного композиционных материалов, таких, как правило, смеси, модели коаксиальных цилиндров, модель Кильчинського и Ваніна. Основные предположения, которые принимаются в расчетах, сводятся к тому, что волокна и матрица - изотропные упругие материалы, которые при нагрузке композиции деформируются совместно, что обеспечивается наличием между ними жесткой связи. Представлены расчеты упругих характеристик и выполнен сравнительный анализ выбранных подходов на примере слоистых композиционных материалов. Сделано рекомендации относительно целесообразности применения рассмотренных методов.

Ключевые слова: однонаправленный композиционный материал, механические характеристики, упругие константы, методы определения упругих констант.

Analysis of methods for determination of the constants of elasticity unidirectional layer composite materials

V. Rubashevskiy, M. Zarazovskii, S. Shukiyev

Abstract. Analytical methods for determining the elasticity constants of unidirectional composite materials, such as the rule of a mixture, model of coaxial cylinders, model Kilchinsky and model Vanin are considered. The main assumptions made in the calculations are reduced to the fact that the fibers and the matrix are isotropic elastic materials, which, when loaded, are deformed together, which is ensured by the presence of a rigid connection between them. The calculations of elastic characteristics are presented and a comparative analysis of the chosen approaches is performed on the example of layered composite materials. Recommendations concerning the expediency of using the considered methods are made.

Keywords: unidirectional composite material, mechanical characteristics, elastic constants, methods for determining elastic constants.

References

1. Vanin, G. (1985), *Micromechanics of composite materials*, Science, Thought, Kiev, Ukraine.
2. Kilchinsky, A. (1965), "On a Model for Determining the Thermoelastic Characteristics of Materials Reinforced by Fibers", *Applied Mechanics*, Vol. 1, No. 12, PP. 65-74.
3. Khelifa, M.Z., Abdullateef, M.S. and Al-Shukri, H.M. (2011), "Mechanical properties comparison of four models, failure theories study and estimation of thermal expansion coefficients for artificial E-glass polyester composite", *Eng. Technol. J.* 29, No 2, PP. 278 – 294.
4. Soden, P.D., Hinton, M.J. and Kaddour, A.S. (1998), "Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates", *Composites Science and Technology*, no 58 pp. 1011±1022.
5. Kucher, M. and Zarazovsky, M. (2010), "Assessment of micromechanical models of prediction of effective elasticity constants of fibrous composites", *Visnyk mashynobuduvannja*, no 58, pp. 24 - 29.
6. Christensen, R. (1982), *Vvedenie v mehaniku kompozitov* [Introduction to the mechanics of composites], Translated by Tarnopolsky, Yu. (ed.), Mir, Moscow, Russia.
7. Rosen, B.W. (1970), "Thermomechanical properties of fibrous composites", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 319, No 1536, PP. 79 - 94.
8. Brautman, Ed.L., Kroka, R. and Sandecki, J. (ed.) (1978), *Composite materials*, Vol. 8, no 2, Mechanics of composite materials, World, Moscow, Russia.
9. Daria, Zade S. (2013), "Numerical method for determining the effective characteristics of orthogonally reinforced composites", *Visnyk NTU "KhPI" [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]*, Kharkov, NTU "KhPI", Publ. Series "Dynamics and strength of machines", No 58, PP. 71-77.
10. Yingjie, Xu, Pan Zhang, Huan Lu and Weihong Zhang (2015), "Hierarchically modeling the elastic properties of 2D needled carbon/carbon composites", *Composite Structures*, No 133, PP. 148-156, DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.07.081.
11. Rubashevskiy, V., Zarazovskii, M. and Shukiyev, S. (2016) "Determination of elastic constants of unidirectional layer in composite materials", *Materials for use in extreme conditions - 6*, Kiev, Ukraine, 1-2 December pp. 56-59.