

І. Добрянський

Доцент, канд. техн. наук

Л. Хомляк

Доцент, канд. фіз.-мат. наук,

Є. Іваник

Доцент, ст. наук. співр.,
канд. фіз.-мат. наук

Львівський державний
аграрний університет,
м. Львів

УДК 539.374:621.78

РОЗРАХУНОК ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ І ДЕФОРМАЦІЙ У БЕЗМЕЖНІЙ ПЛАСТИНІ ЗА ДІЙ РУХОМИХ НОРМАЛЬНО-КРУГОВИХ ДЖЕРЕЛ НАГРІВУ

Аєсіа-аїі сàèèèéіá³ іаїòæаі іу³ іèапòè-і³ ааòіòі аò³; а аасі ааеі³è іèапòèі³, уèа і'аòááóáá° а оі іааò ааіпòіòі і'і'і'і'аі іааò³аòòòіі еі è аæаòáèаі è оаі'èа. І і'аòááаі і оòá°èòіò³; іèапòè-і'аі ааòіòі оааі іу аèу ааіò аèаòáèèò оі-іè іèапòèіè.

пластина, локальний нагрів, залишкові напруження, пластичні деформації, траєкторія деформування

У зв'язку з підвищенням вимог до міцності і витривалості зварних конструкцій, визначення залишкових напружень і пластичних деформацій у зонах нагріву є актуальною задачею. Застосуємо результати аналітично-числової методики розрахунку напруженого стану тонкостінних конструктивних елементів при заданих компонентах несумісних деформацій до побудови розв'язку задачі термопластичності у випадку локального нестационарного нагріву джерелами тепла.

Деякі експериментальні дані щодо вибору оптимальних параметрів термооброблення елементів зварних конструкцій рухомими джерелами нагріву подано в працях [1, 2]. Встановлено оптимальну віддаль між рухомими зонами нагріву і визначено зміну залишкових деформацій, яка склала при цьому 50...70 %, що забезпечувалось рівнем температури 200 °С, за якої виникали пластичні деформації в зоні нагрівання. Однак, незважаючи на велику кількість публікацій з цієї проблематики, мало дослідженими залишаються питання комплексного аналізу термопластичних процесів і явищ при термічному обробленні в інженерній практиці за умов нагріву в локальних зонах.

Постановка задачі. Розглянемо задачу термопластичності для безмежної пластини, яка перебуває в умовах

двостороннього нагріву рухомими джерелами тепла, температура яких описується законом

$$\theta^+ = \theta^- = \theta_0 e^{-k_* r_*^2}, \quad (1)$$

де $r_*^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$; θ_0 — максимальна температура нормально-кругових джерел тепла, що розвивається на поверхнях $z = \pm h$; k_* — коефіцієнт зосередженості джерела нагріву; x', y' — координати точки, в якій у початковий момент часу (тобто при $\tau = 0$) розміщено центр області нагріву.

Радіус r_* плями нагріву визначатимемо як віддаль від центра, при якій питомий тепловий потік зменшується в e разів, що стає можливим за виконання умови $r_* = 1/\sqrt{k_*}$ [3, 4]. Для визначення залишкових напружень і пластичних деформацій застосуємо аналітично-числові схеми, розроблені в працях [5 — 10]. Результати числових розрахунків порівняємо з відповідними числовими схемами [11 — 13].

Розв'язання задачі й аналіз результатів. Параметром зовнішнього навантаження виберемо максимальну температуру θ_0 нормально-кругових джерел тепла в залежності (1), яку подамо так:

$$\theta_0 = p \theta_0^{max}. \quad (2)$$

У формулі (2) p — параметр навантаження, що варіюється в межах $0 \leq p \leq 1$; θ_0^{max} — максимальне значення величини θ_0 , відносно якого здійснюються числові розрахунки. При побудові аналітично-числового розв'язку задачі термопластичності припускаємо, що температура й напружено-деформований стан на початку навантаження (тобто при $p = 0$) рівні нулю. Потрібні для розрахунків температурне поле і поле температурних напружень у припущенні $\tau \rightarrow \infty$ (квазістаціонарний режим нагріву) отримуємо на основі результатів праць [5, 8] у такому вигляді:

$$t = A \theta_0 \int_0^\infty e^{-\left[a \chi^2 u + \frac{r^2}{B(u)} \right]} \frac{du}{B(u)}, \quad (3)$$

$$\sigma_{xx}^{(t)} = -\frac{1}{2} A E \alpha_t \theta_0 \int_0^\infty \Phi_0(x, y, u) \Phi_{xx}(x, y, u) du,$$

$$\sigma_{yy}^{(t)} = -\frac{1}{2} A E \alpha_t \theta_0 \int_0^\infty \Phi_0(x, y, u) \Phi_{yy}(x, y, u) du,$$

$$\sigma_{xy}^{(t)} = A E \alpha_t \theta_0 \int_0^\infty \Phi_0(x, y, u) \Phi_{xy}(x, y, u) du. \quad (4)$$

У залежностях (3), (4) позначено: $A = a \chi^2 / k_*$;

$$\chi^2 = Bi / h^2; B(u) = 4au + 1 / k_*;$$

$$\Phi_0(x, y, u) = \frac{e^{-\left[a \chi^2 u + \frac{r^2}{B(u)} \right]}}{r^4}; r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2;$$

$$\bar{x} = x - x' + v u; \bar{y} = y - y';$$

$$\Phi_{xx}(x, y, u) = \left[2 \frac{\bar{y}^2 r^2}{B(u)} - \bar{r}^2 \right] E(x, y, u) + \bar{r}^2;$$

$$\Phi_{yy}(x, y, u) = \left[2 \frac{\bar{x}^2 r^2}{B(u)} - \bar{r}^2 \right] E(x, y, u) - \bar{r}^2;$$

$$\Phi_{xy}(x, y, u) = \left[\frac{r^2}{B(u)} + 1 \right] E(x, y, u) - 1;$$

$E(x, y, u) = e^{-\frac{r^2}{B(u)}}$; $\bar{r}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$; a — коефіцієнт температуропровідності; Bi — критерій Біо, α_t — температурний коефіцієнт лінійного розширення; E — модуль Юнга; v — швидкість переміщення області нагріву вздовж осі Ox .

Центр нагріву нормально-кругових джерел тепла розміщуємо в початку рухомої системи координат. В силу симетрії нагріву відносно осі Ox при розрахунках обмежимося ділянкою $y \geq 0$. Можливу область пластичного деформування D^p розбиваємо на прямокутні елементи

сталих розмірів h_x і h_y . Аналітично-числова схема передбачає використання функцій типу Гріна, які визначатимемо шляхом інтегрування за прямокутними елементами. Спосіб їх визначення викладено в [10]. Процес відстежування розвитку пружно-пластичних деформацій за навантаженням θ_0 здійснювався зі сталим кроком $\Delta \theta_0 = \Delta p \theta_0^{max}$, де Δp — сталий крок параметра навантаження p .

Числові розрахунки виконано для пластини з теплостійкої сталі марки 15ХМ за таких вихідних даних: $\Delta \theta_0 = 10^0 C$; $\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} 1/K$; $Bi = 0,2$; $E = 207$ ГПа; $\nu = 0,3$; $a = 11,7 \cdot 10^{-6} m^2/c$; $h = 0,05$ м; $h_x = 0,005$ м; $h_y = 0,004$; $v = 0,003$ м/с. Залежність межі текучості σ_s для сталі марки 15ХМ від температури враховувалася згідно з даними [14], наведеними в табл. 1.

Результати розрахунку залишкових поздовжніх напружень $\sigma_{xx}^{(r)} = \sigma_{xx}^{(зал)} / \sigma_s^{(0)}$ (віднесених до величини межі текучості при нульовій температурі $\sigma_s^{(0)} = 350$ МПа), подано у вигляді графіків на рис. 1 і рис. 2.

Як свідчать наведені на рисунках числові дані, величина залишкових напружень істотно залежить від значення максимальної температури рухомих кругових

Таблиця 1

Залежність межі текучості σ_s від температури для сталі марки 15ХМ

$t, ^\circ C$	0	200	300	400	500	600
$\sigma_s, \text{МПа}$	350	340	300	250	270	240

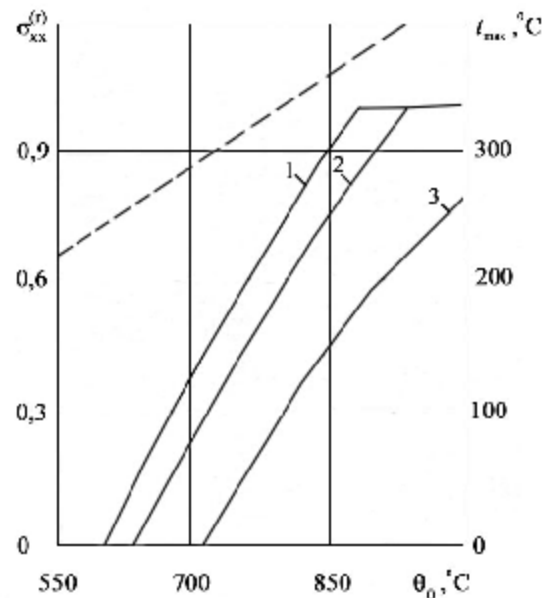


Рис. 1. Розподіл залишкових напружень $\sigma_{xx}^{(r)}$ (суцільні лінії) і максимальної температури t_{max} (штрихова лінія) залежно від значення θ_0 : крива 1 — $y = 0,02$ м, 2 — $y = 0,06$ м, 3 — $y = 0,01$ м

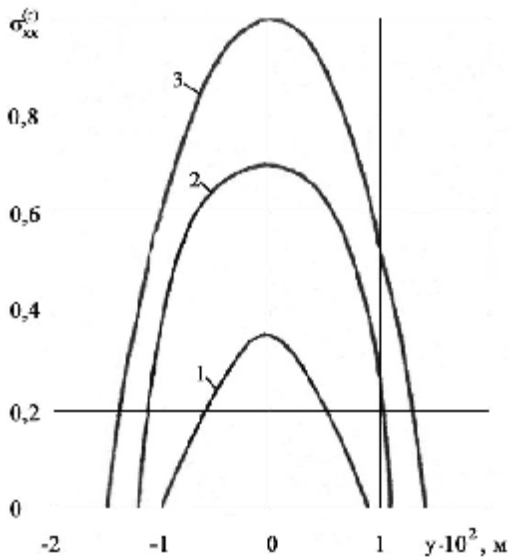


Рис. 2. Розподіл залишкових напружень $\sigma_{xx}^{(r)}$ залежно від координати y : крива 1 — $\theta_0 = 680^\circ\text{C}$, 2 — $\theta_0 = 800^\circ\text{C}$, 3 — $\theta_0 = 880^\circ\text{C}$

джерел тепла і поперечної до напрямку руху джерел нагріву координати y . Зокрема, з рис. 1 видно, що при $\theta_0 < 600^\circ\text{C}$ ($t_{max} < 250^\circ\text{C}$) залишкові напруження $\sigma_{xx}^{(r)}$ зникають до нуля, а при $\theta_0 = 880^\circ\text{C}$ ($t_{max} = 372^\circ\text{C}$) і $y = 0,002$ м — досягають межі текучості σ_s . Дані з графіків на рис. 2 дають підстави стверджувати, що характер зміни залишкових напружень $\sigma_{xx}^{(r)}$ по координаті y при $\theta_0 > 600^\circ\text{C}$ ($t_{max} > 250^\circ\text{C}$) наближено можна описувати кривою, близькою до параболи.

Для перевірки і визначення часу виходу джерелами тепла на усталений режим нагріву було виконано (за вказаними вище вихідними даними) числові розрахунки згідно з аналітично-числовим методом, розвинутим у працях [5, 7]. Припускалось при цьому, що в початковий момент часу, тобто при $\tau = 0$, центр рухомих джерел нагріву зосереджувався в початку нерухомої системи координат $Ox_1y_1z_1$. Оскільки в рухомій (актуальній) системі координат $Oxyz$ центр джерел нагріву постійно розміщується в початку координат, то в довільний момент часу $\tau > 0$ координати будь-якої точки в рухомій і нерухомій системах пов'язані відомими залежностями: $x = x_1 - x_*$, $y = y_1$; $z = z_1$, причому $x_* = v\tau$. Тому очевидно, що для визначення напруженого стану в довільний момент часу τ в рухомій системі координат, маючи відомим напружений стан в нерухомій системі, треба змістити нерухому систему координат вправо на віддалі, рівну значенню x_* .

Також було проведено розрахунки пластичних деформацій $\epsilon_{xx}^{(p)}$ в заданий момент часу $\tau = 18$ с при $\theta_0 = 920^\circ\text{C}$ і сталому кроці $\Delta\tau = 0,5$ с, результати яких показано (в рухомій системі координат) штриховими лініями на рис. 3. Суцільними лініями наведено результати розрахунку згідно з методикою, наведеною в [5].

З графіків видно, що для значень $x \geq 0,03$ м, результати розрахунків за двома вказаними методиками збіглися з точністю до 5%. Також неважко бачити, що на віддалі $d = x_* \geq 0,039$ м (що відповідає моменту часу $\tau > 13$ с)

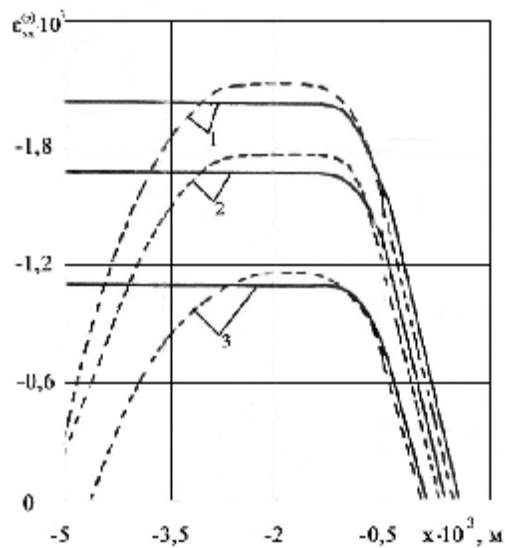


Рис. 3. Розподіл пластичних деформацій $\epsilon_{xx}^{(p)}$ при $\theta_0 = 920^\circ\text{C}$ вздовж координати x : крива 1 — $y = 0,02$ м, 2 — $y = 0,06$ м, 3 — $y = 0,01$ м

від початку нерухомої системи координат, режим нагріву пластини можна вважати усталеним.

З метою оцінки використання співвідношень зв'язку між напруженнями і повними деформаціями (рівняння Прандтля-Рейса) [12 — 14], стосовно розглянутого випадку пружно-пластичного деформування при $\theta_0 = 920^\circ\text{C}$ в різні моменти часу побудуємо траєкторії деформування в тривимірному просторі O . Ільюшина [12]:

$$\mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} (\epsilon_{xx} - \epsilon_0), \quad \mathcal{E}_2 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} - \frac{3}{2} \epsilon_0 \right),$$

$$\mathcal{E}_3 = \sqrt{2} \epsilon_{xy}, \quad \epsilon_0 = \frac{1-2\nu}{3E} (\sigma_{xx}^{(t)} + \sigma_{yy}^{(t)}) + \alpha_t t,$$

де ϵ_{ij} ($i, j = x, y$) — компоненти тензора повних деформацій серединної поверхні пластини.

Проекції траєкторій деформування на площину $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2$ для двох точок площини зображено на рис. 4. Положення радіусів-векторів траєкторій деформування у певні моменти часу, які відраховуються від початку процесу навантаження, показано точками. Цифри біля цих точок відповідають моментам часу, що вимірюються в секундах. Суцільні лінії на рис. 4 відповідають навантаженню і розвантаженню без виникнення пластичних деформацій, штрихові — активному процесу навантаження.

Оцінивши величину радіусів кривини побудованих траєкторій та їхнє відхилення від променів, що проходять через початок координат, можна зробити висновок, що процеси деформування, які характеризуються кривими на графіках (див. рис. 4), позначеними 1 і 2, близькі до простих на протязі майже всіх інтервалів часу, в межах яких у розглянутих точках пластини відбувається активне навантаження.

Висновки. Таким чином, на основі здійснених числових розрахунків, можна стверджувати про адекватність

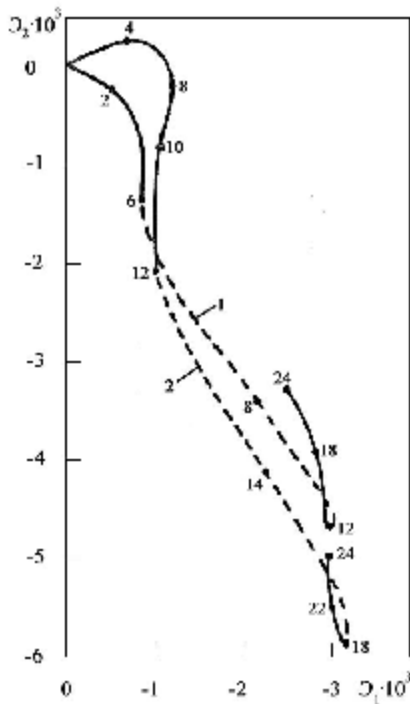


Рис. 4. Проекції траєкторій деформування на площину $\epsilon_1 \epsilon_2$ для точок площини з координатами $x_1 = 0,02$ м, $y_1 = 0,002$ м (криві 1) і $x_1 = 0,04$ м, $y_1 = 0,002$ м (криві 2)

використовуваних співвідношень зв'язку [11 — 13] дослідженим процесам активного навантаження.

Викладений у статті підхід є ефективним при аналізі залишкового напружено-деформованого стану у зварювальних елементах конструкцій пластинчатого типу.

Література

1. Михайлов В.С. Основы технологии правки сварных конструкций. — Л.: Судостроение, 1983. — 204 с.
2. Сварка в машиностроении: Справочник. — М.: Машиностроение, 1978. — Т. 1. — 504 с.
3. Рыкалин Н.Н. Расчет тепловых процессов при сварке. — М.: Машиностроение, 1951. — 296 с.
4. Евтушенко А.А., Иваник Е.Г., Рожняковский К., Добрянский И.М. Оценка эффективного коэффициента поглощения на основе мартенситного преобразования структуры металлов при лазерном облучении // Прикл. механика и техн. физ. — 2004. — Т. 45, №1. — С. 173—184.

5. Максимович В.Н., Хомляк Л.В. Численно-аналитическое решение задачи термопластичности для локально нагреваемых пологих оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. — 1988, №5. — С. 126—132.

6. Хомляк Л.В., Гембара В.М., Парасюк Л.С., Щесюк А.М. Численное решение задачи термопластичности для сварных оболочечных конструкций, нагреваемых движущимися источниками тепла // Проблемы прочности. — 1996, №4. — С. 65—72.

7. Добрянський І.М., Хомляк Л.В., Іваник Є.Г., Добрянська Л.О. Метод визначення пружно-пластичного напруженого стану елементів зварних конструкцій за умов локально-концентрованих теплових навантажень // Вісник Львівського державного аграрного університету. Архітектура і сільськогосподарське будівництво. — 2006, №7. — С. 188—195.

8. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. — К.: Наук. думка, 1972. — 308 с.

9. Максимович В.Н., Чабаненко А.А. Термопластическое состояние пластин при локальном нестационарном нагреве // Инж.-физ. журн. — 1985. — Т. 48, №2. — С. 340—341.

10. Добрянський І.М., Хомляк Л.В., Іваник Є.Г. Побудова функцій Гріна для дослідження термопружного стану пластин при їх локальному термообробленні рухомими джерелами тепла // Машинознавство. — 2006, №5 (107). — С. 23—26.

11. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 271 с.

12. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1975. — 400 с.

13. Махненко В.И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. — К.: Наук. думка, 1976. — 320 с.

14. Марочник стали для машиностроения. — М.: НИИ информации по машиностроению, 1969. — 600 с.

Отримана 19.07.07

I. Dobrjanskiy, L. Chomljak, E. Ivanyk

Numeral scheme of residual stresses and deformations calculations in a boundless plate under the conditions of action of movable normal-circular heating sources

Lviv State Agricultural University, Lviv

Using numeral-analytic scheme determines residual stresses and plastic deformations in a boundless plate, which are conditions of double-sided heating by movable heating sources. Trajectory of plastic deformation for both chosen plates points is built.

А і а³аіі à ààòîð³а!

Опублікування статей у журналі “Машинознавство” є безкоштовним. Організаціям-передплатникам, а також спонсорам журналу “Машинознавство” у разі офіційного клопотання надається право позачергового опублікування статей їхніх працівників за умови позитивної рецензії. Аналогічною пільгою користуються автори, які особисто передплатили не менше шести примірників журналу, або посприяли його передплаті для організації.

Журнал “Машинознавство” можна передплатити на будь-який місяць і довільну кількість примірників, перерахувавши по 20 грн за кожен примірник видавцю журналу.