

Рис. 2. Положення ланок механізму під час нахилу

Кінематика. Наведені нижче кінематичні співвідношення отримані за припущення, що перекочування коромисла по основі відбувається без проковзування. Разом з цим виключається і поперечний зсув платформи. Інакше кажучи, в контактні коромисел і основи відбувається повне зчеплення. В цьому випадку платформа і піч здійснюють плоско-паралельний рух, і механічна система „шток поршня — платформа” має лише один ступінь вільності. Її положення визначається одним з пов’язаних параметрів: u — переміщенням поршня або α — кутом нахилу платформи (рис. 2).

Для визначення залежності між u і α , а також положення елементів конструкції за різних їх значень розглянемо, наслідуючи [2], глобальну нерухому систему координат $O_0x_0z_0$ (див. рис. 1), центр O_0 якої збігається із серединою лінії контакту правого коромисла з основою в початковому вертикальному положенні печі. Її осі O_0x_0 і O_0y_0 лежать у площині поверхні основи і відповідають поздовжньому й поперечному напрямкам у конструкції. Вісь O_0z_0 є вертикальною і, оскільки обидва коромисла мають спільний циліндричний профіль радіуса R_f , перетинає його центральну вісь RR .

Для опису руху, що здійснюється нахильною платформою, зручно ввести локальну систему координат $O_1x_1y_1z_1$, жорстко прив’язану до правого коромисла. Її центр O_1 лежить на перетині осі RR , що рухається при нахилі печі, з площиною $O_0x_0z_0$. Осі O_1x_1 і O_1z_1 в початковому положенні платформи паралельні осям глобальної системи координат O_0x_0 і O_0z_0 , відповідно, і змінюють свій напрям згідно з нахилом платформи, тоді як вісь O_1y_1 залишається паралельною до осі O_0y_0 . Ця система відліку зручна тим, що в ній координати точок платформи під час руху залишаються сталими і пов’язані з координатами в глобальній системі перетворенням

$$r^0 = [x^0 \ y^0 \ z^0 \ 1]^T = M_{01} r^1 = M_{01} [x^1 \ y^1 \ z^1 \ 1]^T,$$

де r^0 і r^1 — вектори однорідних координат точки в системах $O_0x_0y_0z_0$ і $O_1x_1y_1z_1$ відповідно; M_{01} — матриця перетворення координат:

$$M_{01} = M_{shift}(R_f \alpha) \cdot M_{rot}(\alpha) =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_f \cdot \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R_f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Тут M_{shift} відповідає переміщенню центра обертання платформи O_1 на величину $R_f \alpha$, а M_{rot} — повороту платформи на кут α . У цих позначеннях легко визначити траєкторію точки шарніра, яка в локальній системі $O_1x_1z_1$ має сталі координати

$$r_J^1 = [x_J^1 \ y_J^1 \ z_J^1 \ 1]^T. \quad (2)$$

Звідси маємо

$$r_J^0(\alpha) = M_{01}(\alpha) \cdot r_J^1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot x_J^1 + \sin \alpha \cdot z_J^1 + R_f \cdot \alpha \\ y_J^1 \\ -\sin \alpha \cdot x_J^1 + \cos \alpha \cdot z_J^1 + R_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_J^0(\alpha) \\ y_J^1 \\ z_J^0(\alpha) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Знаючи положення шарніра, легко знайти величину ходу циліндра, що відповідає заданому значенню кута нахилу плавильної печі:

$$u + u_0 = \sqrt{(x_J^0 - d_1)^2 + (z_J^0 - h_1)^2}. \quad (4)$$

Разом з нею визначається кут нахилу штока гідроциліндра (див. рис. 2):

$$\cos \beta = \frac{x_J^0 - d_1}{\sqrt{(x_J^0 - d_1)^2 + (z_J^0 - h_1)^2}}. \quad (5)$$

При визначенні сил, що діють у конструкції, потрібно знати положення і об’єм розплаву в печі для всіх значень кута нахилу α . Слід враховувати, що разом з переміщенням розплаву всередині печі змінюється положення його центра мас, а під час зливання шлаку або сталі — і їхня загальна маса. Розплав у печі переміщується під час виконання декількох виробничих операцій. Під час плавлення піч перебуває у вертикальному положенні, а тому спочатку рівень розплаву в ній є перпендикулярним до осі печі. Віддаль від поверхні розплавленого металу до дна ванни має тоді номінальне значення h_0 (рис. 3). Потім для зливання шлаку піч нахилиють вліво. Доки рівень розплаву не досяг шлакових дверей, розташованих на висоті H_0 від дна ванни, об’єм вмісту не змінюється (1-й етап). Після злиття певного об’єму шлаку (2-й етап) усю конструкцію нахилиють вправо (3-й етап) доти, поки не почнеться випускання розтопленої сталі (4-й етап). При цьому в печі залишається деяка кількість розтопленої сталі. Для зливання шлаку піч нахилиють на

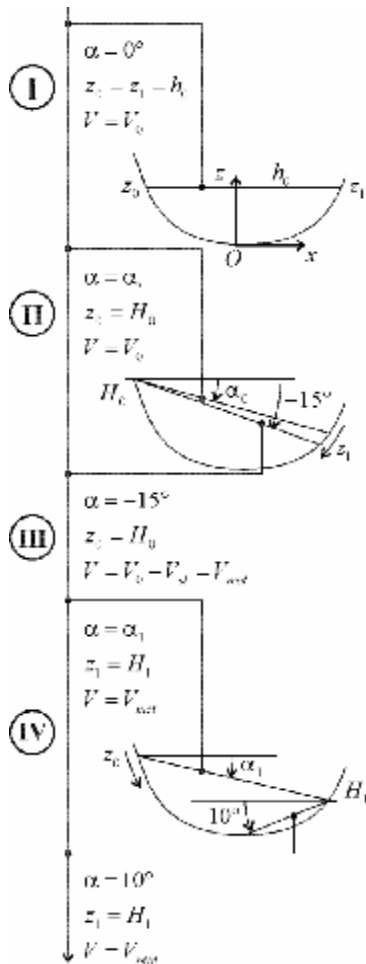


Рис. 3. Етапи робочого циклу печі і положення розплаву у різні моменти часу

-15°, а для зливання розплаву — на 10°. Повністю піч звільняється від сталі за кута нахилу 20°.

У довільний момент часу відомим буде або об'єм вмісту печі, або його рівень z_0 чи z_1 на одному з країв, що дає можливість обчислити вагу й розташування центра мас розплаву за будь-якого кута нахилу в процесі роботи конструкції.

У разі, коли стінка печі є поверхнею обертання, профіль якої визначається в локальній системі координат печі Oxz твірною $x, r = \zeta(z)$ (рис. 4), шукані величини можна визначити з перерізів об'єму, зайнятого розплавом, площинами, перпендикулярними до осі Oz .

На рис. 5 наведено чотири можливі ситуації, кожна з яких відповідає деякому положенню точки I перетину лінії рівня розплаву з площиною перерізу (див. рис. 4) і знаку кута α . В кожному випадку цей перетин є або порожнім, абозбігається з одним із сегментів $S^+(z)$ чи $S^-(z)$, відзначених на рис. 5 різним штрихуванням, або повністю займає круг радіусом $\zeta(z)$ (рис. 5).

У довільному випадку справедливим є запис [2]

$$S(z) = \zeta^2(z) \left[\psi(z) - \frac{1}{2} \sin 2\psi(z) \right], \quad (6)$$

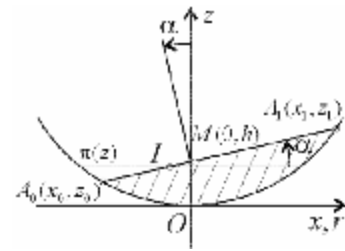


Рис. 4. Профіль печі і положення рівня розплаву

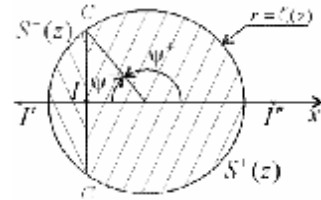


Рис. 5. Перерізи $S^+(z)$ та $S^-(z)$

в якому

$$\psi(z) = \begin{cases} 0, & \gamma > 1; \\ \arccos \gamma, & |\gamma| < 1; \\ \pi, & \gamma < -1, \end{cases} \quad (7)$$

де $\gamma = \frac{(z-h) \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\zeta(z)} \operatorname{sign}(\alpha)$.

Відповідно, положення центра мас перерізу розплаву визначається його єдиною відмінною від нуля координатою $x_c^S(z)$, що обчислюється за формулою

$$x_c^S(z) = \frac{2}{3} \frac{\zeta^3(z) \sin^3 \psi(z)}{S(z)} \operatorname{sign}(\alpha). \quad (8)$$

Співвідношення (7) — (8) дають змогу записати таку систему рівнянь:

$$V = \int_0^H S(z) dz = \int_0^H \zeta^2(z) \left[\psi(z) - \frac{1}{2} \sin 2\psi(z) \right] dz; \quad (9)$$

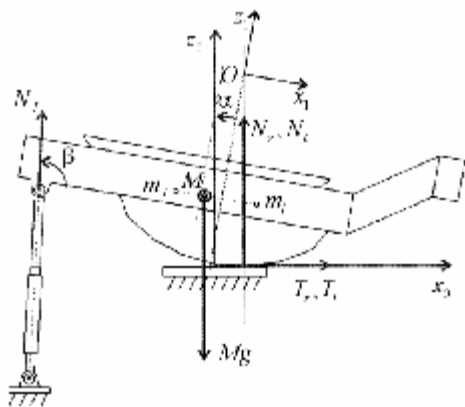
$$\begin{aligned} x_c^I &= \frac{1}{V} \int_0^H x_c^S(z) S(z) dz = \\ &= \frac{\operatorname{sign}(\alpha)}{V} \int_0^H \frac{2}{3} \zeta^3(z) \sin^3 \psi(z) dz; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} z_c^I &= \frac{1}{V} \int_0^H z S(z) dz = \\ &= \frac{1}{V} \int_0^H z \zeta^2(z) \left[\psi(z) - \frac{1}{2} \sin 2\psi(z) \right] dz, \end{aligned} \quad (11)$$

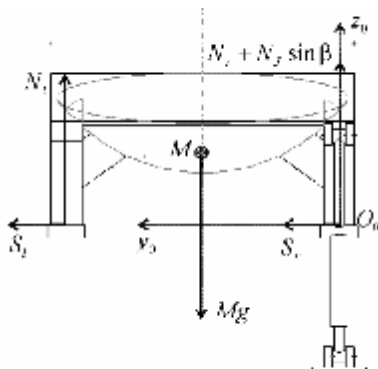
де $H = \max\{z_0, z_1\}$, за допомогою якої на будь-якому з етапів робочого циклу можна визначити вагу розплаву і положення його центра мас, що визначається координатами x_c^i і z_c^i в системі Oxz .

Статика. В рамках твердотілої моделі руху механізму і припущення про відсутність проковзування можна визначити також сили, що діють у конструкції, зокрема, навантаження, які сприймає поворотна платформа. У довільному її положенні на неї діє сила тяжіння, вага печі і розплаву, а також реакції з боку обох основ і шарніра. Виходячи з умов рівноваги цієї системи сил у площинах, $O_0x_0z_0$, $O_0y_0z_0$, $O_0x_0y_0$ (рис. 6), можна записати шість рівнянь:

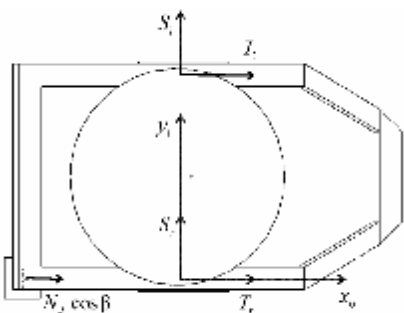
$$(N_r + N_l) - Mg + N_J \sin \beta = 0; \quad (12)$$



а)



б)



в)

Рис. 6. Сили, що діють на нахильну платформу печі в площинах $O_0x_0z_0$ (а), $O_0y_0z_0$ (б), $O_0x_0y_0$ (в)

$$(T_r + T_l) + N_J \cos \beta = 0; \quad (13)$$

$$(N_r + N_l) R_f \alpha - Mg x_M^0 + N_J (x_J^0 \sin \beta - z_J^0 \cos \beta) = 0; \quad (14)$$

$$(w/2)[(N_r - N_l) + N_J \sin \beta] = 0; \quad (15)$$

$$S_r + S_l = 0; \quad (16)$$

$$-T_l w + (S_r + S_l) R_f \alpha = 0. \quad (17)$$

У них враховується, що одночасно з нахилом печі переміщується і центр мас тієї частини конструкції, рівновага якої розглядається: нахильної платформи, печі й розплаву, що міститься в ній. Його положення, визначене однорідними координатами

$$r_M^0 = [x_M^0, y_M^0, z_M^0, 1]^T, \quad (18)$$

знаходиться як

$$r_M^0 = (r_f^0 m_f + r_l^0 m_l) / M, \quad (19)$$

де m_f — суха вага конструкції; r_f^0 — вектор однорідних координат загального центра мас нахильної платформи і печі; m_l — маса розплаву, r_l^0 — вектор координат його центра мас; $M = m_f + m_l$ — загальна маса.

Компоненти векторів r_f^0 та r_l^0 і величина об'єму й маси розплаву визначаються за раніше наведеними кінематичними співвідношеннями.

Під час виведення співвідношень (12) — (17) вважалося, що реакції з боку основ можна звести до середини ліній їх торкання з коромислами, а реакцію з боку шарніра — до точки на його осі. При цьому вважалося, що шток гідроциліндра передає тільки поздовжню силу так, що реакція спрямована вздовж його осі в площині $O_0x_0z_0$. У рамках цих припущень зі співвідношень (12) — (15), (17) можа встановити величини п'яти реакцій: вертикальних N_r, N_l і горизонтальних T_r, T_l з боку основ та N_J з боку шарніра:

$$N_J = \frac{x_M^0 - R_f \alpha}{(x_J^0 \sin \beta - z_J^0 \cos \beta) - (R_f \alpha) \cdot \sin \beta} Mg; \quad (20)$$

$$N_r = Mg / 2 - N_J \sin \beta; \quad (21)$$

$$N_l = Mg / 2; \quad (22)$$

$$T_r = -N_J \cos \beta; \quad (23)$$

$$T_l = 0. \quad (24)$$

Встановити ж величину бічних реакцій S_r, S_l у рамках твердотілої моделі неможливо. Для цього слід враховувати деформованість ланок механізму, що потребує проведення аналізу напружено-деформованого стану всієї конструкції і контактної взаємодії окремих її частин [3].

Цей висновок підтверджується результатами проведеного скінченноелементного моделювання (рис. 7). Їх аналіз і, зокрема, аналіз контактної тиску (рис. 8) дає можливість визначити характер розподілу реакцій з боку

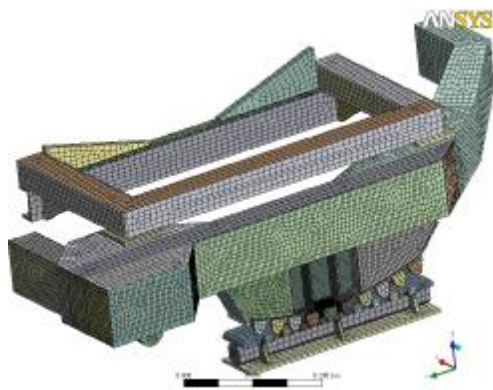


Рис. 7. Скінченноелементна модель механізму нахилу печі

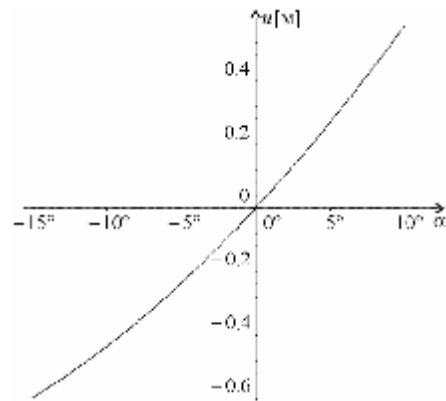


Рис. 9. Діаграма залежності величини ходу поршня від кута нахилу печі

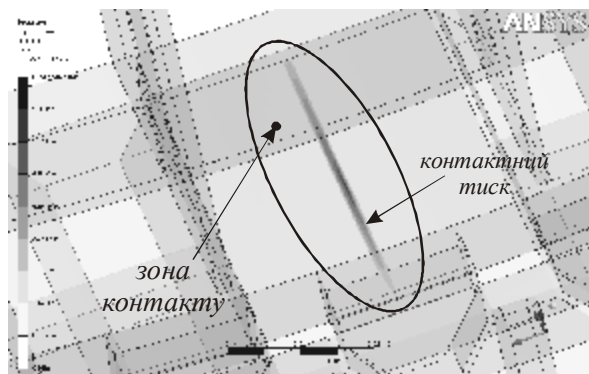
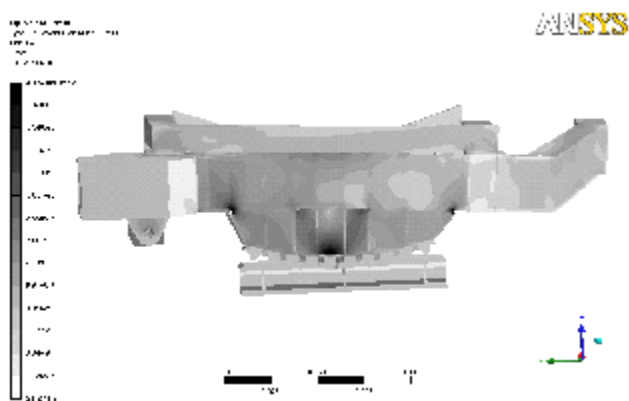


Рис. 8. Напруження в металоконструкції і контактний тиск у з'єднанні правого коромисла з основою

шарніра й основ та оцінити точність припущень щодо точок їх прикладання, що приймаються в рамках дослідженої твердотілої моделі.

Аналіз результатів. Незважаючи на наближеність використаної моделі і пов'язані з цим обмеження її застосування, наведені вище співвідношення дають змогу отримувати оціночні значення сил, що діють у механізмі, і провести попередній силовий та кінематичний аналізи. Нижче наведені результати, отримані для базової конфігурації параметрів спроектованого механізму. Першою зображена діаграма залежності величини ходу поршня

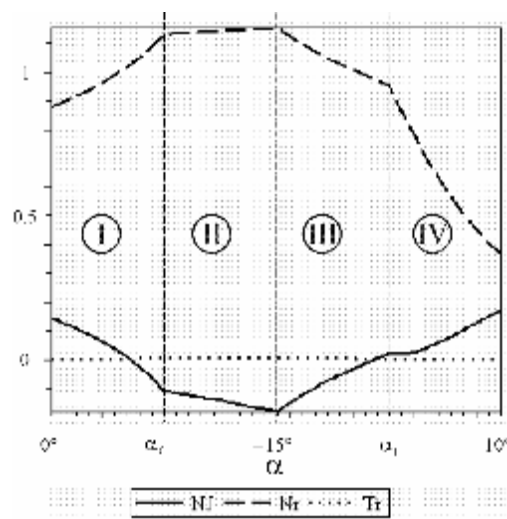


Рис. 10. Величини сил N_J , N_r і T_r , віднесені до сухої ваги конструкції, на всіх етапах робочого циклу

гідроциліндра від потрібного кута нахилу печі (рис. 9). Внаслідок того, що точка розміщення шарніра J істотно віддалена від осі коромисла, і того, що кути нахилу мають невелике значення, ця залежність має майже лінійний характер.

Іншою характеристикою, на яку слід звернути увагу, є відношення дотичної компоненти реакції в точці перекочування до нормальної, значення якої для правого коромисла за різних кутів нахилу подані на рис. 11. Як видно, дотична сила в точці з'єднання коромисла з основою невелика порівняно з притисною силою. У зв'язку з цим, можна припустити, що сили сухого тертя має вистачити для того, щоб запобігти проковзуванню рухомих частин конструкції навіть за порівняно невеликих значень коефіцієнта тертя.

За набагато складнішим законом в механізмі змінюються сили, що виникають у процесі його роботи. На рис. 10 подані величини сил N_J , N_r і T_r , віднесені до сухої ваги конструкції без розплаву $m_f g$, на всіх етапах робочого циклу. Слід акцентувати увагу на зміні знака сили в гідроциліндрі, потрібного для утримання печі з розплавом у рівновазі.

Литература

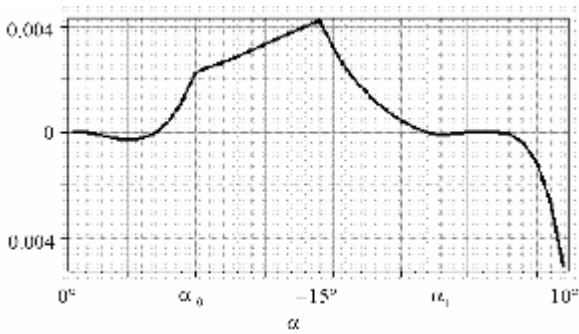


Рис. 11. Відношення дотичної компоненти реакції в точці перекошування до нормальної за різних кутів нахилу

Висновок. Запропонована в статті математична модель для дослідження кінематики і визначення сил у шарнірах механізму нахилу плавильної печі дає змогу проаналізувати розглянуту конструкцію лише в рамках механіки твердого тіла. Вона придатна для проведення багатоваріантних оціночних розрахунків і адаптована до можливих змін у конструкції. Отримувані за її допомогою результати можна використовувати безпосередньо при проектуванні, або як початкові дані в рамках загальнішої моделі. Побудова моделі синтезу, що містить запропоновану модель аналізу, є напрямом подальших досліджень.

1. *Полищук Т.В., Пеклич М.М., Ткачук Н.Н.* Кинематический и силовой расчет механизма наклона плавильной печи // *Механіка та машинобудування*. — 2007. — №1. — С. 100—106.

2. *Полищук Т.В., Ткачук Н.Н.* К вопросу о кинематическом и силовом анализе механизма наклона плавильной печи // *Вестник НТУ „ХПИ“*. Тематический выпуск „Машиноведение и САПР“. — Харьков: НТУ „ХПИ“. — 2007. — Вып. 29. — С. 122—131.

3. *Ткачук Н.Н., Пеклич М.М., Ткачук А.Н.* Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей с кинематически генерируемыми поверхностями // *Вестник восточноевропейского национального университета им. В. Даля*. — Луганск. — 2007. — Вып. 9 (115). — С. 217—223.

Отримана 25.05.07

T. Polishchuk

Analysis of forces in a tilting mechanism of a melting furnace
VAT "Azov-Mash", Mariupol

In the paper a model of furnace tilting mechanism is offered. It enables to determine motion of its links as well as internal forces applied to them. It was grounded that construction's stress-strain state is crucial in evaluation of its safety and serviceability.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
Національна академія наук України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Українське товариство з механіки руйнування матеріалів

Міжнародна наукова конференція

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ ТА МАТЕМАТИКИ

присвячена 80-річчю від дня народження
академіка НАН України *Ярослава Степановича Підстригача*
та 30-річчю заснованого ним Інституту прикладних проблем механіки і математики
25 — 29 травня 2008 р.

Тематика конференції:

Математичне моделювання в механіці деформівних твердих тіл.
Математичні методи механіки і термомеханіки.
Механіка неоднорідних твердих тіл та наномеханіка.
Механіка контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями.
Динамічні задачі механіки неоднорідних структур.
Біомеханіка.
Оптимізація і проектування тонкостінних конструкцій.
Міцність та втома матеріалів.
Числові методи.
Теорія функцій і функціональний аналіз.
Диференціальні рівняння і математична фізика.
Алгебра і топологія.

Адреса оргкомітету:

ІППММ НАНУ, вул. Наукова, 3-б,
Львів, 79060, Україна,
тел.: (0322) 63-53-70, 239-99-12, 239-99-87, 63-90-33
E-mail: conference@iapmm.lviv.ua
confmath@iapmm.lviv.ua

Додаткова інформація в Інтернеті:

<http://www.iapmm.lviv.ua>