

УДК 393.3

МІЖФАЗНА БАЛКА ПРИ РІЗНИХ ТИПАХ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ З НЕОДНОРІДНОЮ АНІЗОТРОПНОЮ ПЛОЩИНОЮ

О. Кривий

Доцент, канд. фіз.-мат. наук

К. Архипенко

Математик

Одеська національна морська академія, м. Одеса

Діафрагма міжфаза балки при різних типах контактної взаємодії з неоднорідною анізотропною площиною. Розглядається задача про міжфазну балку в неоднорідній анізотропній площині, що знаходиться в умовах гладкого контакту. Задача про міжфазні тріщини в неоднорідній анізотропній площині розглядалась у працях [4, 9]. Ця стаття присвячена дослідженню особливостей поля напружень біля балки, що розташована на лінії з'єднання різних анізотропних півплощин при різних типах контактної взаємодії.

міжфазна балка, неоднорідна анізотропна площина, метод ортогональних многочленів, показник особливості, згинаючий момент

У статті [1], використовуючи результати праць [2, 3], розв'язана задача про міжфазну балку в неоднорідній анізотропній площині, що знаходиться в умовах гладкого контакту. Задача про міжфазні тріщини в неоднорідній анізотропній площині розглядалась у працях [4, 9].

Ця стаття присвячена дослідженню особливостей поля напружень біля балки, що розташована на лінії з'єднання різних анізотропних півплощин при різних типах контактної взаємодії.

Постановка задач і зведення їх до систем СІР. Розглянута задача про балку, що розташована в неоднорідній площині, складеній з двох різних анізотропних півплощин, які з'єднані вздовж осі Oy . Балка знаходиться на лінії з'єднання півплощин ($y \in [-a; a]$), а береги балки перебувають в умовах повного зчеплення з півплощинами, або в умовах змішаного контакту: з лівою півплощиною — повне зчеплення, а з правою — гладкий контакт. Балка перебуває під дією навантаження $P(y)$, $|y| \leq a$, яке не викликає відшарування. Нехай

$$h_j^\pm(y) = \varphi_j^\pm(y) \pm \varphi_j^-(y), \quad j = \overline{1,4},$$

$$\{\varphi_j^\pm(y)\}_{j=\overline{1,4}} = \left\{ \sigma_x, \tau_{xy}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} \right\} \Big|_{x=\pm 0}$$

суми і срибки напружень та переміщень на лінії $x=0$, тоді $\varphi_4^\pm(y) = w'(y)$, $|y| \leq a$, $h_4^-(y) = 0$, $h_4^+(y) = 2w'(y)$, де $w(y)$ — прогин балки, що задовольняє диференціальне рівняння

$$D \frac{d^4 w(y)}{dy^4} = P(y) - h_1^-(y), \quad (1)$$

де D — жорсткість балки.

У кінцевих перерізах вважаються відсутніми згинаючі моменти та поперечні сили, тобто

$$w''(\pm a) = w'''(\pm a) = 0. \quad (2)$$

Якщо балка повністю зчеплена з півплощинами, то на лінії з'єднання виконуються такі умови:

$$\varphi_3^\pm(y) = 0, |y| \leq a, h_3^\pm(y) = 0, \quad (3a)$$

а невідомими є стрибки нормального та дотичного напружень. У випадку змішаних умов контакту

$$\begin{aligned} \varphi_2^-(y) = 0, \quad \varphi_3^+(y) = 0, \quad |y| \leq a, \\ h_2^-(y) = \varphi_2^+(y), \quad h_3^-(y) = -\varphi_3^-(y), \end{aligned} \quad (36)$$

а невідомими є стрибки нормального та дотичного напружень і дотичного переміщення.

До диференціальної задачі (1), (2) треба додати умови контактної взаємодії балки з півплощинами, які можна отримати у вигляді системи СІР, використовуючи сингулярні інтегральні співвідношення [2], що зв'язують стрибки напружень і переміщень на лінії з'єднання півплощин.

Для повного зчеплення вказана система має вигляд

$$\begin{cases} c_{31}\Gamma[h_1^-] + c_{32}\Gamma[h_2^-] + b_{31}h_1^-(y) = 0 \\ c_{41}\Gamma[h_1^-] + c_{42}\Gamma[h_2^-] + b_{42}h_2^-(y) = d \cdot w'(y) \end{cases} \quad (4a)$$

де $\Gamma[h] = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h(\eta)d\eta}{\eta - y}$ — інтеграл Коші; c_{ij} та b_{ij} — сталі,

що залежать від фізичних властивостей півплощин, наведені в [2].

Постановку задачі завершують умови рівноваги балки

$$\int_{-a}^a h_1^-(y)dy = P_1, \quad \int_{-a}^a h_2^-(y)dy = P_2, \quad (5a)$$

а також умови моментної рівноваги

$$\int_{-a}^a h_1^-(y)ydy = P_0, \quad (6)$$

з якої визначається невідомий кут повороту δ балки.

Для змішаного контакту система та додаткові умови (5a) набудуть вигляду:

$$\sum_{j=1}^3 (c_{kj}\Gamma[h_j^-] + b_{kj}h_j^-(y)) = l \cdot h_k^+(y), \quad k = \overline{2,4}; \quad (4b)$$

$$\int_{-a}^a h_j^-(y)dy = P_j, \quad j = 1,2 \quad \int_{-a}^a h_3^-(y)dy = 0. \quad (5b)$$

Розв'язок задачі. Виділення в прогині балки лінійної складової

$$w(y) = \wp(y) + \varepsilon + \delta \cdot y. \quad (7)$$

приводить відносно прогину шарнірно опертої балки $\wp(y)$ до такої крайової задачі:

$$\begin{cases} D \frac{d^4 \wp(y)}{dy^4} = P(y) - h_1^-(y); \\ \wp(\pm a) = \wp'(\pm a) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Використовуючи білінійне розв'язання функції Гріна задачі (8), отримане в [5]:

$$G(y,t) = \frac{16a^3}{\pi^4} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^4} \sin\left(j\pi \frac{y+a}{2a}\right) \sin\left(j\pi \frac{t+a}{2a}\right) \quad (9)$$

та враховуючи (7), можна записати

$$w(y) = \frac{1}{D} \int_{-a}^a [P(t) - h_1^-(t)] G(y,t) dt + \varepsilon + \delta \cdot y. \quad (10)$$

Подання (10) після диференціювання за y набуде вигляду

$$w'(y) = -\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a h_1^-(t) G^*(y,t) dt + f(y) + \delta, \quad (11)$$

де

$$G^*(y,t) = \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^3} \cos\left(j\pi \frac{y+a}{2a}\right) \sin\left(j\pi \frac{t+a}{2a}\right);$$

$$f(y) = \frac{1}{D} \int_{-a}^a P(t) G^*(y,t) dt.$$

Підстановка виразу (11) у (4) приводить до системи СІР відносно лише невідомих стрибків:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{h}(y) + \mathbf{C} \cdot \Gamma[\mathbf{h}] = \mathbf{g}(y), \quad |y| \leq a, \quad (12)$$

де для повного зчеплення

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{31} & c_{22} \\ c_{41} & c_{42} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{31} & 0 \\ 0 & b_{42} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{h}(y) = \begin{pmatrix} h_1^-(y) \\ h_2^-(y) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{g}(y) = \begin{pmatrix} 0 \\ d \cdot w'(y) \end{pmatrix},$$

а для змішаного контакту

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{21} & b_{22} - l & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} + l \\ 0 & b_{42} & b_{43} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{h}(y) = \begin{pmatrix} h_1^-(y) \\ h_2^-(y) \\ h_3^-(y) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}(y) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d \cdot w'(y) \end{pmatrix}.$$

Вектор невідомих стрибків $\mathbf{h}(y)$ задовольняє такі додаткові умови:

$$\int_{-a}^a \mathbf{h}(y) dy = \mathbf{R}_n, \quad \mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де $n=1$ — для повного зчеплення, $n=2$ — для змішаного контакту.

Виходячи з фізичних міркувань, можна стверджувати, що матриці \mathbf{C} та \mathbf{B} в (12) не можуть бути одночасно виродженими. Вважаючи, наприклад, матрицю \mathbf{C} невірдженою та помноживши (12) на $\mathbf{C}^{-1} = \{c_{kj}^*\}_{j=1}^2$ зліва, можна записати

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{h}(y) + \Gamma[\mathbf{h}] = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{g}(y), \quad (14)$$

де $\mathbf{M} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{B}$.

Матрицю \mathbf{M} подамо у нормальній формі $\mathbf{M} = \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}$, де $\mathbf{S} = \{s_{kj}^*\}_{j=1}^2$, $\mathbf{S}^{-1} = \{s_{kj}^*\}_{j=1}^2$ — перетворююча та обернена до неї матриця; \mathbf{J} — нормальна жорданова форма [6] матриці \mathbf{M} . Система (13) після множення зліва на \mathbf{S}^{-1} набуде вигляду

$$\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\tau}(y) + \Gamma[\boldsymbol{\tau}] = \mathbf{q}(y), \quad (15)$$

де $\boldsymbol{\tau}(y) = \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{h}(y)$, $\mathbf{q}(y) = \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{g}(y)$.

Власні числа для сформульованої задачі при повному зчепленні є уявними:

$$\lambda_k = (-1)^{k+1} i \frac{|b_{21}|}{\sqrt{-\det(\mathbf{C})}}, \quad k=1,2, \quad (16a)$$

а для змішаного контакту за умови, що $c > 0$, — дійсними:

$$\lambda_1 = 0, \lambda_k = (-1)^k \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}}, \quad k=2,3, \quad (16b)$$

де $b = A_3^+ A_5^+ A_6^- + A_3^- A_5^- A_6^+$, $c = 2A_3^- A_5^+ l - b$ та $A_6^\pm = A_2^\pm A_3^\pm - (A_1^\pm)^2$.

Таким чином, система (4) зведена до такого вигляду:

$$\lambda_k \tau_k(y) + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\tau_k(\eta) d\eta}{\eta - y} = r_k \cdot w'(y),$$

$$r_k = d \sum_{j=1}^n c_{kj}^* \cdot s_{j2}^*, \quad k = \overline{1, n}, \quad (17)$$

де $n=2$ — для повного зчеплення, $n=3$ — для змішаного контакту.

Для отримання розв'язку системи (17) застосовано метод ортогональних багаточленів, використовуючи спектральне співвідношення для багаточленів Якобі [7]

$$Q_m \left(-\gamma_k, \gamma_k, \frac{y}{a} \right) + \frac{tg(\pi\gamma_k)}{\pi} \int_{-a}^a \frac{Q_m \left(-\gamma_k, \gamma_k, \frac{\eta}{a} \right) d\eta}{\eta - y} =$$

$$= sec(\pi\gamma_k) P_m^{-\gamma_k, \gamma_k} \left(\frac{y}{a} \right), \quad (18a)$$

$$Q_m \left(-\gamma_k, \gamma_k, \frac{y}{a} \right) = \left(\frac{a+y}{a-y} \right)^{\gamma_k} P_m^{-\gamma_k, \gamma_k} \left(\frac{y}{a} \right)$$

при змішаних умовах для $\lambda_1 = 0$ спектральне співвідношення для багаточленів Чебишова [7]

$$\int_{-a}^a \frac{T_m \left(\frac{\eta}{a} \right) d\eta}{(\eta - y) \sqrt{a^2 - \eta^2}} = \frac{\pi}{a} U_{m-1} \left(\frac{y}{a} \right) \quad m=1,2,\dots \quad (18b)$$

Вказані співвідношення дають можливість подати розв'язок (17) у вигляді ряду за багаточленами Якобі для повного зчеплення:

$$\tau_k(y) = \sum_{m=0}^{\infty} P_m^k Q_m \left(-\gamma_k, \gamma_k, \frac{y}{a} \right) + \tilde{c}_k \cdot \omega_k^{-1}(y), \quad k=1,2, \quad (19a)$$

$$\gamma_k = 0.5 + (-1)^{k+1} i \alpha_0, \quad \alpha_0 = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad \alpha = \frac{|b_{31}|}{\sqrt{-\det(\mathbf{C})}},$$

$$\omega_k(y) = \left(a - (-1)^k y \right)^{0.5-i\alpha_0} \left(a + (-1)^k y \right)^{0.5+i\alpha_0}, \quad k=1,2$$

та для змішаних умов контакту:

$$\tau_1(y) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m^1 T_m \left(\frac{y}{a} \right) + \tilde{c}_1 \omega_1^{-1}(y), \quad (19b)$$

$$\tau_k(y) = \sum_{m=0}^{\infty} P_m^k Q_m \left(-\gamma_k, \gamma_k, \frac{y}{a} \right) + \tilde{c}_k \cdot \omega_k^{-1}(y), \quad k=2,3,$$

$$\gamma_k = (-1)^{k+1} \alpha_0, \quad k=2,3, \quad \alpha_0 = \frac{1}{\pi} \operatorname{arccctg} \lambda_2, \quad \omega_1(y) = \sqrt{a^2 - y^2},$$

$$\omega_k(y) = \left(a - (-1)^k y \right)^{\alpha_0} \left(a + (-1)^k y \right)^{-\alpha_0}, \quad k=2,3,$$

де $\omega_k^{-1}(y)$ — розв'язки однорідних рівнянь (17).

Довільні сталі \tilde{c}_k визначаються з умови (13) і мають такий вигляд:

— для повного зчеплення

$$\tilde{c}_k = -2\alpha\gamma_1 p_0^k + \frac{ch\pi\mu}{\pi} \sum_{j=1}^2 s_{kj}^* P_j, \quad k=1,2; \quad (19a)$$

— для змішаних умов

$$\tilde{c}_k = -2\alpha\gamma_1 p_0^k + \frac{\sin \pi\alpha_0}{\pi} \sum_{j=1}^2 s_{kj}^* P_j, \quad k=2,3; \quad (19b)$$

$$\tilde{c}_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^2 s_{1j}^* P_j.$$

Підстановка (19) і (11) у (17) і множення рівняння отриманої системи на $Q_n \left(\gamma_k, -\gamma_k, \frac{y}{a} \right)$ (або $U_n \left(\frac{y}{a} \right)$) й інтегрування за y на інтервалі $(-a; a)$ з використанням

ортогональності многочленів Якобі (або Чебишова), приводить відносно p_m^l до нескінченної системи лінійних алгебричних рівнянь:

$$\sum_{l=1}^3 \sum_{m=0}^{\infty} (\delta_{kl} \delta_{m0} \cdot e_{nl} + R_{nm}^{kl}) p_m^l = F_n^k + \delta_{n0} d_0 \delta, k = \overline{1,3}, \quad (20)$$

$$R_{nm}^{11} = \frac{s_{11}}{D} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{U_n\left(\frac{y}{a}\right)}{\sqrt{a^2 - y^2}} \left(\frac{T_m\left(\frac{\eta}{a}\right)}{\sqrt{a^2 - \eta^2}} - 2\alpha\alpha_0 \delta_{m0} \omega_1^{-1}(\eta) \right) \cdot G^*(y, \eta) d\eta dy,$$

$$R_{nm}^{kl} = \frac{s_{1l}}{D} \int_{-a}^a \int_{-a}^a Q_n\left(\gamma_k, -\gamma_k, \frac{y}{a}\right) Q_m\left(-\gamma_l, \gamma_l, \frac{\eta}{a}\right) - 2\alpha\gamma_l \delta_{m0} \omega_l^{-1}(\eta) G^*(y, \eta) d\eta dy, \quad k, l = 2, 3$$

$$F_n^1 = \int_{-a}^a U_n\left(\frac{y}{a}\right) \sqrt{a^2 - y^2} F(y) dy,$$

$$F_n^k = \int_{-a}^a Q_n\left(\gamma_k, -\gamma_k, \frac{y}{a}\right) F(y) dy, \quad k = 2, 3,$$

$$F(y) = f(y) - \frac{\sin(\pi\alpha_0)}{D\pi} \sum_{j,l=1}^2 s_{1l} s_{lj}^* P_j \int_{-a}^a \omega_l^{-1}(\eta) G^*(y, \eta) d\eta,$$

$$e_{n1} = \frac{\pi a}{2r_1}, e_{nk} = \frac{d_n}{r_k \cos(\pi\gamma_k)}, d_n = \|P_n^{-\gamma_k, \gamma_k}\|^2.$$

У випадку повного зчеплення з системи (20) треба видалити елементи з індексами $k = 1$ та $l = 1$.

Використовуючи умову (6), можна отримати вираз коефіцієнта p_0^2 через інші:

$$p_0^2 = r_4 - \frac{s_{11} \sin(\pi\alpha_0)}{4s_{12}\alpha_0(1-\alpha_0)} p_1^1 - p_1^2 \frac{1+\gamma_1}{3} + \frac{s_{13}}{s_{11}} \left(p_0^3 - p_1^3 \frac{1+\gamma_1}{3} \right),$$

$$r_4 = \frac{\sin(\pi\alpha_0)}{2\pi a s_{12} \alpha_0 (1-\alpha_0)} \left[\frac{P_0}{a} + (1-2\alpha_0) \sum_{l=2}^3 (-1)^l s_{1l} \sum_{j=1}^2 s_{lj}^* P_j \right].$$

Це дає можливість виключити друге рівняння при $n = 0$ системи (20), яке дозволить пізніше визначити невідомий кут повороту балки δ . Отже, система (20) набуде такого кінцевого вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm}^{kl} p_m^l + \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm}^{k3} p_m^3 = B_n^k, & n = \overline{1, \infty}, k = 1, 2 \\ \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm}^{3l} p_m^l + \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm}^{33} p_m^3 = B_n^3, & n = \overline{0, \infty}; \end{cases} \quad (21)$$

$$A_{nm}^{11} = \delta_{nm} e_{n1} + R_{nm}^{11} - \frac{\pi a}{2d_0} R_{nm}^{21} - \delta_{m1} \frac{s_{11} \sin \pi\alpha_0}{4s_{12}\alpha_0(1-\alpha_0)} \cdot \left(R_{n0}^{12} - \frac{\pi a}{2d_0} R_{n0}^{32} \right);$$

$$A_{nm}^{12} = R_{nm}^{12} - \frac{\pi a^2}{2d_0} R_{nm}^{32} - \delta_{m1} \frac{1+\alpha_0}{3} \left(R_{n0}^{12} - \frac{\pi a^2}{2d_0} R_{n0}^{32} \right);$$

$$A_{nm}^{13} = R_{nm}^{13} - \frac{\pi a^2}{2d_0} (R_{nm}^{32} + \delta_{nm} e_{n3}) + \frac{s_{13}}{s_{12}} \delta^* \left(R_{n0}^{12} - \frac{\pi a^2}{2d_0} R_{n0}^{32} \right);$$

$$A_{nm}^{21} = R_{nm}^{21} + R_{nm}^{31} - \delta_{m1} \frac{s_{11} \sin(\pi\alpha_0)}{4s_{12}\alpha_0(1-\alpha_0)} \mu^+;$$

$$A_{nm}^{22} = \delta_{nm} e_{n2} + R_{nm}^{22} - R_{nm}^{32} - \delta \frac{1+\alpha_0}{3} \mu^+;$$

$$A_{nm}^{23} = \delta_{nm} e_{n3} + R_{nm}^{23} + R_{nm}^{33} - \frac{s_{13}}{s_{12}} \delta^* \mu^+;$$

$$A_{nm}^{31} = R_{nm}^{21} - R_{nm}^{31} - \delta_{m1} \frac{s_{11} \sin \pi\alpha_0}{4s_{12}\alpha_0(1-\alpha_0)} \mu^-;$$

$$A_{nm}^{32} = \delta_{nm} e_{n2} + R_{nm}^{22} - R_{nm}^{32} - \delta_{m1} \frac{1+\alpha_0}{3} \mu^-;$$

$$A_{nm}^{33} = R_{nm}^{23} - R_{nm}^{32} - \delta_{nm} e_{n3} + \frac{s_{13}}{s_{12}} \delta^* \mu^-;$$

$$B_n^1 = F_n^1 - \frac{\pi a^2}{2d_0} F_n^3 - r_4 \left(R_{n0}^{12} - \frac{\pi a^2}{2d_0} R_{n0}^{32} \right);$$

$$B_n^2 = F_n^2 + F_n^3 - r_3 \mu^+, B_n^3 = F_n^2 - F_n^3 - r_4 \mu^-;$$

$$\delta^* = \left(\delta_{m0} - \delta_{m1} \frac{1+\gamma_1}{3} \right) \mu^\pm = \delta_{n0} e_{02} + R_{n0}^{22} \pm R_{n0}^{32}.$$

Для отримання розв'язку системи (21) застосуємо метод редукції [7]. Для цього, згідно з [7], потрібно показати, що система (21) є квазірегулярною. Для цього

достатньо довести, що суми рядів $|e_{nl}|^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} |R_{nm}^{kl}|$, $k, l = \overline{1,3}$

наближаються до нуля, коли $n \rightarrow \infty$. Останнє твердження можна довести аналогічно [1] і отримати оцінки для рядів:

$$|e_{nl}|^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} |R_{nm}^{kl}| \leq O(n^{-1-|\gamma_k|/2}). \quad (22)$$

Це дає підставу для отримання розв'язку системи (21) застосувати метод редукції.

Розв'язавши цю систему, знайдемо коефіцієнти рядів (19) та визначимо стрибки невідомих функцій. Останнє дає можливість отримати вираз для згинаючого моменту в середньому перерізі балки:

$$M_0 = \int_0^a h_1^-(y) y dy = \sum_{k=1}^3 s_{1k} \left[\sum_{m=0}^{\infty} p_m^k S_m^k + \tau_k S_0^k \right], \quad (23)$$

$$S_m^1 = \int_0^a \frac{T_m \left(\frac{y}{a} \right) y dy}{\sqrt{a^2 - y^2}}, S_m^k = \int_0^a Q_m \left(-\gamma_k, \gamma_k, \frac{y}{a} \right) y dy,$$

$$S_0^k = \int_0^a \omega_k^{-1}(y) y dy.$$

Числові результати та висновки. При числовій реалізації задачі розглядалася балка зі сталюю жорсткістю $D = 5.05 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$, навантажена центральною зосередженою силою $P(y) = P \cdot \delta(y)$, У неоднорідній анізотропній площині. Права півплощина ($x > 0$) складається з матеріалу, головні осі симетрії якого збігаються з осями координат, а в лівій півплощині ці осі повернуті на кут φ відносно осей координат. Зазначимо, що поворот головних осей на кут φ ($0 \leq \varphi \leq \pi/2$) посилює анізотропні властивості матеріалу ($Re z_k \neq 0, a_{16} \neq 0, a_{26} \neq 0$). Розрахунки проводились для таких матеріалів [8]: 1 — склопоксид, 2 — графітепоксид, 3 — шаровий склопластик ортогонального армування, 4 — тканинний склопластик СТСТ.

При повному зчепленні показник особливості має вигляд $\gamma_k = 0.5 + (-1)^{k+1} i \alpha_0$, уявна частина α_0 майже не змінюється та належить проміжку $(0.01; 0.05)$. На рис. 1 наведено залежності безрозмірного згинаючого моменту $M_0^0 = M_0/P$ у середньому перерізі балки від кута φ . Нумерація ліній графіків відповідає таким матеріалам: графік k — права півплощина складається з матеріалу k , а ліва — з матеріалу $k+1$, $k = \overline{1,3}$.

Рис. 2 і рис. 3 відповідають змішаним умовам контакту балки з півплощинами. На рис. 2 наведено графіки залежностей максимального показника особливості α_0 розв'язку, на рис. 3 — безрозмірного згинаючого моменту M_0^0 у середньому перерізі балки від кута φ .

З графіків видно, що анізотропні властивості матеріалів істотно впливають на значення центрального згинаючого моменту, він виявляється не нульовим і в однорідній площині. Вказаний вплив є особливо помітним при змішаних умовах контакту балки з півплощинами і виявляється значно більшим, ніж при повному зчепленні. Крім цього, чим більший інтервал зміни показника особливості (або його уявної частини для випадку повного

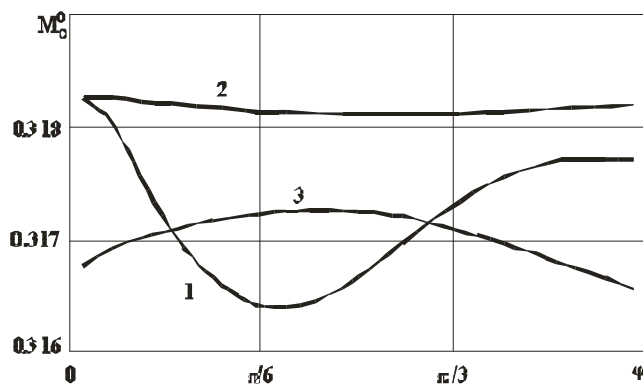


Рис. 1

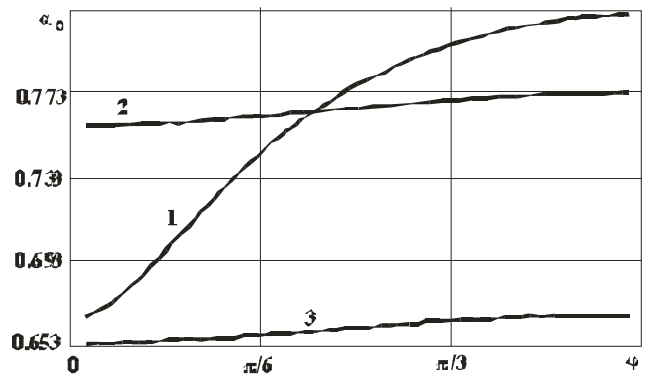


Рис. 2

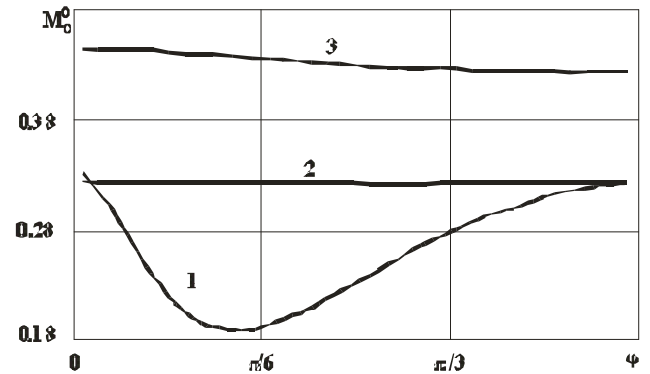


Рис. 3

зчеплення), тим виразніший екстремум має центральний згинаючий момент.

Отже, для кожної комбінації матеріалів можна знайти такі кути повороту головних осей ортотропії, за яких значення згинаючих моментів буде найменшим або найбільшим. Відмічені закономірності є важливими при розрахунку на міцність складних неоднорідних конструкцій.

Література

1. Кривий О.Ф., Архипенко К.М. Міжфазна балка в неоднорідній площині // Вісник Дніпропетровського університету. — 2005. — Т. 2. — В. 9. Механіка. — С. 51—58.
2. Кривий А.Ф., Радиолло М.В. Особенности поля напряжений в составной анизотропной плоскости // Изв. Ан СССР, МГТ. — 1984. — С. 84—92.
3. Кривий А.Ф. Произвольно ориентированные дефекты в составной анизотропной плоскости // Вісник Одеського держ. ун-ту. — 2001. — Т. 6. — В. 3. Фіз.-мат. науки. — С. 108—115.
4. Кривий О.Ф., Архипенко К.М. Тріщина, що виходить на лінію з'єднання двох різних анізотропних півплощин // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2005. — 48, №3. — С. 110—116.
5. Радиолло М.В. Изгиб многослойного балочного пакета // Изв. Ан СССР, МГТ. — 1979. — №3.

6. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967. — 575 с.

7. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. — М.: Наука, 1982. — 344 с.

8. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 415с.

9. Loboda V.V., Hermann K.P. On interface crack models with contact zones situated in an anisotropic biomaterial // Archive of Appl. Mech. — 1999. — Vol. 69. — P. 317—335.

O. Kryvyi, K. Arkhipenko

Interphase girder under difference types of contact interaction in inhomogeneous anisotropic plane

Odesa National Marine Academy, Odesa

Has examined the problem about interface girder in inhomogeneous anisotropic plane under difference types of contact interaction: full adherence and compound condition of contact. The problem has reduced to system of singular integral equations relative to jumps of stresses and displacements. System of SIE has solved by the method of orthogonal polynomials. The dependences of singularity and girder's bending moment from elastic conditions of anisotropic half-planes have obtained and types of contact interaction.

Отримана 23.05.07

ꞑí ôî ðì àö³ÿ

Європейська корозійна федерація
Національна академія наук України
Міністерство освіти і науки України; Міністерство промислової політики України
Українська асоціація корозіоністів
Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу
Наукове товариство імені Шевченка

IX Міжнародна конференція-виставка

ПРОБЛЕМИ КОРОЗІЇ ТА ПРОТИКОРОЗІЙНОГО ЗАХИСТУ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ “КОРОЗІЯ-2008”

Присвячена 90-річчю заснування Національної академії наук України
№ 309 за Європейською корозійною федерацією

10 — 2 червня 2008 р.
Україна, м. Львів

Тематика конференції:

Фундаментальні аспекти корозії та корозійно-механічного руйнування.
Воднева та газова корозія.
Нові корозійноотривкі матеріали.
Газотермічні, гальванічні та інші покриття.
Інгібіторний та біоцидний захист.
Електрохімічний захист.
Методи досліджень і корозійний контроль.
Протикорозійний захист обладнання нафтогазової промисловості.
Протикорозійний захист енергетичного та хімічного обладнання.
Корозія та екологічні проблеми.
Проблеми підготовки спеціалістів-корозіоністів.

Поштова адреса:

Українська асоціація корозіоністів
Оргкомітет конференції-виставки
“Корозія-2008”
вул. Наукова, 5
79601, МСП, м. Львів
Україна

Тел./факс: (0322) 63-15-77; (032) 229-62-44