УДК 539.4:536.543

ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛИШКОВА МІЦНІСТЬ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

Член-кор. НАН України, професор, д-р техн. наук

О. Андрейків

H. Cac

Магістр

Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів D_1° çõi áëál à 1 áoi aèéa i 1 áoai aè a³aða) aðai è÷leo lai dóæál ü aëy i ëandèl ç dðuèlai è i de aèni èeo dai i aðaddað. Öa i 1 êëaaal î a înl î ad 1 ádi ad dî çðaddl ed aèni êi dai i aðaddól î j 1 ³di î nd³ di lêînd³l leo áëai al di da ê î ndðdeö³e ç dð3uèlai è.

високотемпературна міцність, повзучість, коефіцієнт інтенсивності, тріщина повзучості, діаграма граничних навантажень

Вичерпання міцності елементів конструкцій при довготривалих статичних навантаженнях і високій температурі відбувається з часом у результаті високотемпературної повзучості їхніх матеріалів. Дослідження цього явища переважно проводяться за припущення про бездефектність матеріалів і протікання процесу повзучості в класичному розумінні цього явища [1 — 3].

На сьогодні в літературі відома лише невелика кількість праць з питань поширення тріщини високотемпературної повзучості і дослідження на цій основі високотемпературної міцності. В основному — це емпіричні дослідження, на базі яких будуються наближені рівняння для опису поширення тріщини високотемпературної повзучості (див., наприклад [2, 4, 5]). У попередніх працях авторів [6 — 8] на основі першого закону термодинаміки для таких процесів сформульований енергетичний підхід для оцінювання періоду докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості. Туг цей підхід застосований для формулювання методу розрахунку високотемпературної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами.

Критерій високотемпературної міцності. Розглянемо тонкостінний елемент конструкції, виготовлений з квазікрихкого матеріалу. Лінійні параметри *b_i* характеризують конфігурацію елемента, а силовий параметр *p* — зовнішнє навантаження, яке прикладене до елемента при високій температурі (температура повзучості матеріалу для елемента конструкції).

Методами дефектоскопії встановлена відсутність в елементі конструкції великих (порівняно з його розмірами) дефектів, які перевищують деяку величину $2l_0$. Задача полягає у визначенні найбільшого значення зовнішнього навантаження, при якому протягом заданого часу $t = t_*$ не відбудеться руйнування заданого елемента.

Аналогічно [9] припускаємо, що в околі найнапруженішої точки O елемента знаходиться тріщина з характерним розміром $2l_0$. Таким дефектом може бути прямолінійна тріщина з найбільшою довжиною $2l_0$. Задача може бути розв'язана запропонованим способом і у випадку інших дефектів (порожнини, включення і т. д.), проте тут розглядаються тільки дефекти типу тріщин, які є найнебезпечнішими.

Методами теорії пружності визначаємо головні напруження σ_1 , σ_2 у точці O елемента, розглядаючи його спочатку як бездефектний. У результаті отримаємо

$$\sigma_{1} = f_{1}(p, b_{i}), \sigma_{2} = f_{2}(p, b_{i}), \eta_{0} = \frac{f_{2}(p, b_{i})}{f_{1}(p, b_{i})}, \quad (1)$$

де $f_j(p,b_i)$ (j=1,2) — цілком визначені функції.

Враховуючи неперервність тензора напружень, а також те, що величина l₀ є малою, вважатимемо (збільшуючи при цьому тільки запас міцності), що в околі V з найменшим діаметром D ($D >> 2l_0$) навколо точки O існує однорідний напружений стан з головними напруженнями σ_1, σ_2 . Припустимо тепер, що в околі точки *О* елемента знаходиться прямолінійна тріщина довжини 2l₀. Оскільки $D >> 2l_0$, то наявність тріщини довжиною $2l_0$ у тілі не впливатиме на напружений стан на лінії околу V, тобто там реалізується двовісний розтяг напруженнями σ_1, σ_2 . Отже, напружений стан в околі такої тріщини можна обчислити, як і для необмеженої пластини з таким дефектом при двовісному розтязі зусиллями σ_1, σ_2 . При цьому граничне значення $\sigma_1 = \sigma_{1*}$, $\sigma_2 = \sigma_{2*}$ знаходимо із задачі про гранично рівноважний стан нескінченної пластини з тріщиною, що розтягується напруженнями σ_1 і σ_2 , вибираючи найнебезпечнішу орієнтацію тріщини відносно напряму зусиль σ_1, σ_2 . В результаті отримаємо:

$$\sigma_{1*} = F_{0*} \Phi(\xi_i, \eta_0), \ \sigma_{2*} = \eta_0 \sigma_{1*}, \ (i = 1, 2),$$

$$\xi_1 = \sigma_{2*} \sigma_y^{-1}, \ \xi_2 = \sigma_{1*} \sigma_y^{-1}.$$
(2)

Тут F_{0*} — граничне значення розтягуючих зусиль для пластини з тріщиною при одновісному розтязі; σ_y межа текучості матеріалу; $\Phi(\xi_i, \eta_0)$ — безрозмірна функція, яка знаходиться з розв'язку задачі про граничнорівноважний стан нескінченої пластини з тріщиною при двовісному розтязі напруженнями σ_1, σ_2 . Якщо гранично рівноважний стан околу V знайдений, то критичний параметр зовнішнього навантаження $p = p_*$ обчислимо з умови

$$f_1(p_*,b_i) = F_{0*}\Phi(\xi_i,\eta_0), \qquad (3)$$

яка дасть нижнє (найнебезпечніше з урахуванням дефектності матеріалу) значення граничного навантаження. Співвідношення (2) є рівнянням діаграми граничних напружень у декартовій системі координат $O_{\sigma_1\sigma_2}$. Ця діаграма обмежує область значень головних напружень σ_1 , σ_2 , безпечних відносно міцності елемента конструкції, що містить дефекти розглянутого типу. Враховуючи це, а також користуючись співвідношенням (2), отримаємо таку умову міцності квазікрихких тіл:

$$\sigma_{1*} - F_{0*} \Phi(\xi_i, \eta_0) < 0 \quad (\sigma_1 > 0),$$
 (4)

де величини ξ_i , η_0 визначені у співвідношеннях (2).

Таким чином, співвідношення (3), (4) за наявності знайдених F_{0*} , $\Phi(\xi_i, \eta_0)$, σ_y дають розв'язок сформульованої задачі оцінки високотемпературної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами.

Нескінченна пластина з довільно орієнтованою тріщиною. Для визначення функцій F_{0^*} , $\Phi(\xi_i, \eta_0)$ розглянемо тепер допоміжну задачу про високотемпературну міцність нескінченої пластини з довільно орієнтованою прямолінійною тріщиною, матеріал якої ідеально пружнопластичний з межею текучості σ_y . Нехай нескінченна пластина з довільно орієнтованою прямолінійною макротріщиною початкової довжини $2l_0$ розтягується у взаємно перпендикулярних напрямах рівномірно розподіленими



Рис. 1. Схема навантаження пластини з тріщиною

зусиллями інтенсивності p, q, причому зусилля p прикладені під кутом α до лінії початкового розміщення тріщини (рис. 1).

Вважається, що пластина знаходиться в умовах дії високої температури, яка викликає в пластичних зонах біля вершини тріщини високотемпературну повзучість. Задача полягає у визначенні параметрів зовнішнього навантаження $p = p_*$, $q = q_*$ при яких залишкова довговічність пластини не перевищить заданого значення $t = t_*$.

Розв'язок цієї задачі здійснюємо так. Шукані величини p_* $i q_*$ будуть функціями від t_* , тобто:

$$p = p_*(t_*), q = q_*(t_*).$$

Оскільки така задача є оберненою до задачі визначення $t_* = t_*(p_*, q_*)$, то насамперед розглянемо пряму задачу. На основі сформульованого раніше авторами [6 — 8] енергетичного підходу ця задача зведеться до розв'язання системи диференціальних рівнянь

$$V = \frac{\partial W_{pl}^{(2)}}{\partial t} / (\gamma_f - \gamma_t), \qquad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\partial W_{pl}^{(2)}(t,\theta)}{\partial t} \left(\gamma_f - \gamma_t(l,\theta) \right)^{-1} \right\} = 0 , \qquad (6)$$

із заданими початковими і кінцевими умовами:

$$=0, \quad l(0)=l_0; \quad t=t_*, \quad l(t_*)=l_*, \quad (7)$$

де критичну довжину тріщини l_* визначимо з енергетичного критерію

$$\gamma_t(l_*) = \gamma_f . \tag{8}$$

Тут $W_{pl}^{(2)}(t,\theta)$ — частина енергії, що витрачена на пластичне деформування в зонах передруйнування за сталої довжини тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка, залежить від часу t і генерується самим тілом [6—8]; θ — кут, який характеризує напрям поширення тріщини; γ_f — питома енергія руйнування під час поширення тріщини повзучості; γ_t — питома енергія пластичного деформування в зоні передруйнування біля вершини тріщини, яка залежить від довжини тріщини і не залежить від часу [6 - 8]: $\gamma_t = \sigma_t \delta_{It}(0) + \tau_t \delta_{IIt}(0)$; t_* — час докритичного росту макротріщини; σ_t і τ_t — усереднені нормальні й дотичні напруження в зоні передруйнування; $\delta_{It}(0)$ і $\delta_{IIt}(0)$ нормальне й дотичне розкриття вершини тріщини.

Використовуючи основні положення механіки руйнування [9—13], запишемо такі допоміжні співвідношення між абсолютним розкриттям у вершині тріщини δ і коефіцієнтами інтенсивності напружень K_I і K_{II} :

$$\delta = \sqrt{\delta_{It}^2 + \delta_{IIt}^2}, \ \delta = \frac{1}{E\sigma_y} \sqrt{\left(K_{I\theta}^2 + K_{II\theta}^2\right)\left(K_{I\theta}^2 + 3K_{II\theta}^2\right)}, \ (9)$$

де

$$K_{I\theta} = K_I \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2},$$

$$K_{II\theta} = K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 3\sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Для розглянутого випадку [13]

$$\begin{split} K_I &= p \sqrt{\pi l} \left(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \right) \\ K_{II} &= p \sqrt{\pi l} \left(1 - \eta_0 \right) \sin \alpha \cos \alpha, \, \eta_0 = q/p \,. \end{split}$$

Тоді δ визначатиметься кінцево так:

$$\begin{split} \delta &= \frac{l\pi p^2}{E\sigma_y} \bigg[\bigg(20(1-\eta_0) \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^3 \sin \alpha \cos \alpha - \\ &- 108(1-\eta_0)^3 \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big) \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha \big) \sin \frac{\theta}{2} \times \\ &\times \cos^9 \frac{\theta}{2} + \bigg(-24(1-\eta_0) \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^3 \sin \alpha \cos \alpha + \\ &+ 192(1-\eta_0)^3 \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big) \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha \big) \sin \frac{\theta}{2} \times \\ &\times \cos^7 \frac{\theta}{2} - 96(1-\eta_0)^3 \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big) \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha \times \\ &\times \sin \frac{\theta}{2} \cos^5 \frac{\theta}{2} + \bigg(-2 \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^4 + 72(1-\eta_0)^2 \times \\ &\times \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 54(1-\eta_0)^4 \sin^4 \alpha \times \\ &\times \cos^4 \alpha \big) \cos^{10} \frac{\theta}{2} + \bigg(3 \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^4 - 140(1-\eta_0)^2 \times \\ &\times \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 153(1-\eta_0)^4 \sin^4 \alpha \times \\ &\times \cos^4 \alpha \big) \cos^8 \frac{\theta}{2} + \big(72(1-\eta_0)^2 \big(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha \big)^2 \sin^2 \alpha \times \\ &\times \cos^2 \alpha - 144(1-\eta_0)^4 \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha \big) \cos^6 \frac{\theta}{2} + \\ &+ 48(1-\eta_0)^4 \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha \cos^4 \frac{\theta}{2} \bigg)^{1/2}. \end{split}$$

Для визначення кінетики росту тріщини знайдемо спочатку кут її початкового поширення $\theta = \theta_0$. Рівняння (6) у цьому випадку запишемо так:

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left\{ \frac{\partial W_{pl}^{(2)}(t,\theta)}{\partial t} (\gamma_f - \gamma_t(l,\theta))^{-1} \right\} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \theta_0} = 0.$$
(11)

Можна показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left\{ \frac{\partial W_{pl}^{(2)}(t,\theta)}{\partial t} \left(\gamma_f - \gamma_t(l,\theta) \right)^{-1} \right\} \neq 0.$$
 (12)

Тоді (11) зведеться до рівняння

$$\left. \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right|_{\theta = \theta_0} = 0 \,. \tag{13}$$

Підставляючи (10) у (13), отримаємо

$$5\left(10(1-\eta_{0})(\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{3}\sin\alpha\cos\alpha-54(1-\eta_{0})^{3}(\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)\sin^{3}\alpha\cos^{3}\alpha\right)\times \cos^{7}\frac{\theta_{0}}{2}+\left(-93(1-\eta_{0})(\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{3}\times \sin\alpha\cos\alpha+627(1-\eta_{0})^{3}(\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)\times \sin^{3}\alpha\cos^{3}\alpha\right)\cos^{5}\frac{\theta_{0}}{2}+(42(1-\eta_{0}))\times (\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{3}\sin\alpha\cos\alpha-480(1-\eta_{0})^{3}\times (\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)\sin^{3}\alpha\cos^{3}\alpha)\cos^{3}\frac{\theta_{0}}{2}+(120(1-\eta_{0}))^{3}(\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)\sin^{3}\alpha\cos^{3}\alpha\times (\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)\sin^{3}\alpha\cos^{3}\alpha\times (\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{2}\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-27(1-\eta_{0})^{2}\times (\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{2}\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-27(1-\eta_{0})^{4}\times (\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{2}\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-27(1-\eta_{0})^{4}\times (\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha+153(1-\eta_{0})^{2}(\sin^{2}\alpha+\eta_{0}\cos^{2}\alpha)^{2}\times (\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-12(1-\eta_{0})^{4}\sin^{4}\alpha\cos^{4}\alpha)\times (\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-72(1-\eta_{0})^{4}\sin^{4}\alpha\cos^{4}\alpha)\times (\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-72(1-\eta_{0})^{4}\sin^{4}\alpha\cos^{4}\alpha)\sin\frac{\theta_{0}}{2}\times (\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-72(1-\eta_{0})^{4}\sin^{4}\alpha\cos^{4}\alpha)\sin\frac{\theta_{0}}{2}\times (\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha-72(1-\eta_{0})^{4}\sin^{4}\alpha\cos^{4}\alpha)\sin\frac{\theta_{0}}{2}\times (\cos^{2}\frac{\theta_{0}}{2}-48(1-\eta_{0})^{4}\sin^{4}\alpha\cos^{4}\alpha)\sin\frac{\theta_{0}}{2}=0.$$
 (14)

Рівняння (14) розв'язуємо числовим шляхом для $\eta_0 = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$. На рис. 2 побудована графічна залежність $\theta_0 = \theta_0(\alpha)$ для вказаних η_0 .

Користуючись отриманою числовою залежністю $\theta_0 = \theta_0(\alpha)$ і формулою (10), побудуємо графічно зміну безрозмірної величини δ_* від α , де $\delta_* = \delta \sigma_y E \pi^{-1} l^{-1} p^{-2}$ (рис. 3).

Як видно з рис. 3, максимальне значення δ_* досягається при $\alpha\approx\pi/2$, $\eta_0<1$ і, аналогічно $\alpha=0$, $\eta_0>1$.



Рис. 2. Залежність кута початкового поширення тріщини θ_0 від кута її початкової орієнтації α (1 — $\eta_0=0,2;$ 2 — $\eta_0=0,4;$ 3 — $\eta_0=0,6;$ 4 — $\eta_0=0,8;$ 5 — $\eta_0=1$)



Рис. 3. Залежність розкриття у вершині тріщини δ_* від α і η_0 при $\theta=\theta_0~(1-\eta_0=0,2;~2-\eta_0=0,4;~3-\eta_0=0,6;~4-\eta_0=0,8;~5-\eta_0=1~)$

3 (5) і результатів праці [10] випливає, що це відповідає максимальному значенню $dl/dt = V_{max}$ швидкості поширення тріщини. Отже, при $\alpha = \pi/2$ для $\eta_0 < 1$ і $\alpha = 0$ для $\eta_0 > 1$ буде найнебезпечніша орієнтація тріщини і найменша довговічність пластини.

Знайдемо для цих випадків $t = t_*$. Для такого симетричного випадку, на основі результатів [6 — 8], система рівнянь (5), (6) зведеться до одного рівняння

$$\frac{dl}{dt} = \frac{2EA_{\rm I} \left(K_I K_{IC}^{-1}\right)^{2m}}{3\sigma_t \left(1 - K_I^2 K_{IC}^{-2}\right)},\tag{15}$$

при таких початкових і кінцевих умов:

$$t = 0, \ l(0) = l_0; \ t = t_*, \ l(t_*) = l_*; \ l_* = K_{IC}^2 (\pi p^2)^{-1}.$$
 (16)

Тут A_1, m — характеристики високотемпературної повзучості [7]; K_{IC} — критичне значення K_I ; E — модуль Юнга, а усереднене напруження σ_i в зоні передруйнування шукаємо на основі умови пластичності Губера — Мізеса [11] для двовісного навантаження в пластичній зоні. В результаті отримаємо:

$$\sigma_t = -\frac{\sigma_y}{2} \left(\xi_1 - \sqrt{4 - 3\xi_1^2} \right) \left(\alpha = \frac{\pi}{2}, \ \eta_0 < 1, \ \xi_1 = \frac{q}{\sigma_y} \right)$$

$$\sigma_{t} = -\frac{\sigma_{y}}{2} \left(\xi_{2} - \sqrt{4 - 3\xi_{2}^{2}} \right) \left(\alpha = 0, \ \eta_{0} > 1, \ \xi_{2} = \frac{p}{\sigma_{y}} \right)$$
(17)

Проінтегрувавши рівняння (15) при початкових і кінцевих умовах (16), матимемо:

$$t_{*} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{t} K_{IC}^{2m}}{EA_{i} (F^{2} \pi)^{m}} \left[\frac{l_{*}^{1-m} - l_{0}^{1-m}}{1-m} + \frac{\pi p^{2} (l_{0}^{2-m} - l_{*}^{2-m})}{K_{IC}^{2} (2-m)} \right],$$

$$F = \begin{cases} p, & \alpha = \pi/2, \ \eta_{0} < 1; \\ q, & \alpha = 0, \ \eta_{0} > 1. \end{cases}$$
(18)

Приймаючи, що $l_* >> l_0$, формулу (18) можна наближено подати так:

$$t_* \approx \frac{3\sigma_t}{2EA_1(m-1)l_0^{m-1}} \left(\frac{K_{IC}^2}{\pi F^2}\right)^m.$$
 (19)

Розглянемо тепер допоміжну задачу, коли пластина розтягується перпендикулярно до тріщини довжиною $2l_0$ тільки такими зусиллями F_0 , які забезпечують довговічність пластинки $t = t_*$, таку як і при двовісному розтязі. Аналогічно (19) можна записати для заданого випадку:

$$t_* \approx \frac{3\sigma_y l_0^{1-m}}{2EA_1(m-1)} \left(\frac{K_{IC}^2}{\pi F_0^2}\right)^m, \ F_0 = \begin{cases} p_0, \ \alpha = \frac{\pi}{2}, \ \eta_0 < 1; \\ q_0, \ \alpha = 0, \ \eta_0 > 1. \end{cases}$$
(20)

Звідси

$$F_0 = \pi^{-1} K_{IC} \left[\frac{3\sigma_y l_0^{1-m}}{2t_* E A_1(m-1)} \right]^{\frac{1}{2m}}.$$
 (21)

Прирівнюючи (19) і (20), отримаємо

$$\left(\frac{F^2}{F_0^2}\right)^m = -0.5\xi_i + \sqrt{1 - 3/4\xi_i^2}, \quad (i = 1, 2).$$
(22)

Враховуючи вирази для F і F_0 у співвідношеннях (18) і (20), з рівняння (22) запишемо формули для визначення критичних значень p_* , q_* у такому вигляді:

$$p_* = p_0 \Phi[\xi_1, m], \ \eta_0 < 1; q_* = q_0 \Phi[\xi_2, m], \ \eta_0 > 1,$$
(23)

де

$$\eta_0 = q_* p_*^{-1}; \ \Phi[\xi_i, m] = \left[-0.5\xi_i + \sqrt{1 - 0.25\xi_i^2} \right]^{\frac{1}{2m}};$$

$$i = 1, 2; \ \xi_1 = q_* \sigma_y^{-1}; \ \xi_2 = p_* \sigma_y^{-1}.$$

Проведемо у (22) такі заміни: $x = pp_0^{-1}$, $y = qq_0^{-1}$, $\xi_{01} = q_0 \sigma_y^{-1}$, $\xi_{02} = p_0 \sigma_y^{-1}$. Тоді (22) можна записати у вигляді двох рівнянь:

$$\begin{aligned} x^{2m} &= -0.5 \, y \xi_{01} + \sqrt{1 - 3/4 \, y^2 \xi_{01}^2}, \, \left(\alpha = \pi/2, \, \eta_0 < 1\right), \\ y^{2m} &= -0.5 x \xi_{02} + \sqrt{1 - 3/4 \, x^2 \xi_{02}^2}, \, \left(\alpha = 0, \, \eta_0 > 1\right). \end{aligned}$$

Граничними випадками цих рівнянь будуть рівняння при $\xi_{01} = \xi_{02} = 0$ і $\xi_{01} = \xi_{02} = 1$. Тоді отримаємо: при $\xi_{01} = \xi_{02} = 0$

при $\xi_{01} = \xi_{02} = 1$

$$\begin{aligned} x^{2m} &= -0.5 \, y + \sqrt{1 - 3/4 \, y^2}, \, \left(\alpha = \pi/2, \, \eta_0 < 1\right), \\ y^{2m} &= -0.5 \, x + \sqrt{1 - 3/4 \, x^2}, \, \left(\alpha = 0, \, \eta_0 > 1\right). \end{aligned} \tag{25}$$

На рис. 4 побудовані графічні залежності (24) (крива 1) і (25) (крива 2) для m = 7; $E = 1,9 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_y = 730$ МПа [4], тобто діаграми граничних навантажень для пластини з тріщиною.

Тут також наведені результати експериментальних досліджень високотемпературної міцності при двовісному розтязі тонкостінних елементів без тріщин [15], [16] і з тріщинами [2]. При цьому слід зауважити, що дані експериментів [2] дещо виходять за межі області (24). Це, можливо, пов'язане з тим, що при обрахунку напружень у трубчастих взірцях не враховувалась зміна геометрії після їх розриву.

Отже, складові F_{0*} і $\Phi(\xi_i, \eta_0)$, які входять у критерій (2), визначатимуться зі співвідношень (21) і (23) так:

$$F_{0*} = \pi^{-1} K_{IC} \left[\frac{3\sigma_y l_0^{1-m}}{2t_* E A_1(m-1)} \right]^{1/2m};$$

$$\Phi(\xi_i, \eta_0) = \left[-0.5\xi_i + \sqrt{1-0.25\xi_i^2} \right]^{1/2m}, i = 1, 2;$$



Рис. 4. Діаграма граничних навантажень для пластини з тріщиною при реалізації високотемпературної повзучості: 1 — співвідношення (24); 2 — співвідношення (25); 3, 4, 0 — експеримент [2]; + — Hayhurst, × — Тискег, Coulter and Koolstra, • — Sawert and Voorhees — експеримент [15]; • — 1Х18Н9Т, експеримент [16]

$$\xi_{i} = \begin{cases} \sigma_{2^{*}} \sigma_{y}^{-1}, \eta_{0} < 1; \\ \sigma_{2^{*}} \sigma_{y}^{-1}, \eta_{0} > 1. \end{cases}$$
(26)

Тоді, на основі (26), критерій високотемпературної міцності (4) запишемо так:

$$\sigma_{1*} - \pi^{-1} K_{IC} \Big[3\sigma_y l_0^{1-m} / 2t_* E A_1(m-1) \Big]^{/2m} \times \Big] \times \Big[-0.5\xi_i + \sqrt{1 - 0.25\xi_i^2} \Big]^{1/2m} < 0 \ (\sigma_1 > 0),$$
(27)

де величини ξ_i і η_0 визначаються співвідношеннями (2) і (26), а характеристики K_{IC} , σ_y , E, A_1 , m — на основі експериментальних досліджень.

Таким чином, співвідношення (1) і (27) визначають високотемпературну міцність розглянутого елемента конструкції при заданому ресурсі t_* і дефектності $2l_0$.

Висновки. На основі розроблених авторами розрахункової моделі росту тріщини високотемпературної повзучості і методики побудови діаграм граничних навантажень для пластини з тріщинами при високих температурах створений метод оцінки високотемпературної міцності тонкостінних елементів конструкцій з дефектами типу тріщин. Побудовані аналітично діаграми граничних навантажень співставленні з відомими в літературі експериментальними даними, що підтвердило коректність і ефективність запропонованого методу.

Література

1. Лепин Г.Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. — М.: Металлургия, 1976. — 375 с.

2. Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов. — М.: Металлургия, 1986. — 280 с.

3. *Jakowluk A*. Procesy pelzania i zmęńznia w materiałach. — Warszawa: WNT, 1993. — 271 s.

4. *Fuji A., Kitagawa M.* A Comparison of Creep Crack Growth Behaviour in Nickel Based Super Alloy with Low Alloy Steel // Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selected papers from the 8th Int.Conf. on Fracture (ICF 8), Kyiv, Ukraine, 8 — 14 June 1993. — Pergamon, 1994. — P. 487—495.

5. *Koterazawa R*. Propagation of surface crack under creep and fatigue conditions at elevated temperature // Proc. Int. Conf. on Creep, ISME, ImechE, ASME, ASTM. — 1986. — P. 291—296.

6. Андрейків О., Сас Н. Визначення залишкового ресурсу труби з поверхневою тріщиною при довготривалому тиску і високій температурі // Машинознавство. — 2005. — №4 (94). — С. 3—6.

7. Андрейків О.С., Сас Н.Б. Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2006. №2. — С. 62—68.

8. *Андрейків О.Є., Сас Н.Б.* Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщин високотемпературної повзучості в твердих тілах // Доповіді НАН України. — 2006. — №5 — С. 47—52.

9. *Андрейкив А. Е.* Пространственнее задачи теории трещин. — К.: Наук. думка, 1982. — 348 с.

10. Шата М., Терлецька З. Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини // Механіка руйнування і міцність конструкцій / Під. ред. В. В. Панасюка. — Львів: Каменяр, 1999. — Вип. 2. — С. 141—148.

11. Андрейків О.С., Ліщинська М.В. Рівняння росту втомних тріщин в неоднорідних пластинах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 1999. — №3. — С. 53—58.

12. Панасюк В.В., Андрейкив О.С., Партон В.З. Основы механики разрушения. — К.: Наук. думка, 1988. — 488 с.

13. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. — К.: Наук. думка, 1991. — 416 с.

14. *Андрейкив А.Е., Дарчук А. И.* Усталостное разрушение и долговечность конструкций. — К.: Наук. думка, 1992. — 184 с.

15. *Hayhurst D.R.* Creep rupture under multi-axial states of stress // Journal of the mechanics and physics of solids. — Oxford. — 1972. — 20, N $_{26}$. — P. 381—390.

16. *Писаренко Г.С. Лебедев А.А.* Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. — К.: Наук. думка, 1969. — 199 с.

Отримана 23.05.07

O. Andreykiv, N. Sas High-temperature residual strength of thin-walled structural elements

Franco's Lviv National University, Lviv

Method for construction of a diagram of limit stresses for a plate with cracks at high temperatures has been developed. On this bases a method for high-temperature strength calculation of thin-walled structural elements with cracks was worked out.

²í ôî ðì àö³ÿ

6TH EUROMECH NONLINEAR OSCILLATIONS CONFERENCE

30 June 2008 — 4 July 2008, St. Petersburg, Russia

Although still the brand name ENOC (EUROMECH Nonlinear Oscillations Conference) is used as the historical abbreviation, the ENOC Conferences aim at covering the complete field of Nonlinear Dynamics, including Multibody Dynamics and couplings to related fields like Control and (Structural) Optimization.

During the past decades, the area of Nonlinear Dynamics has been evolved in a revolutionary way, in particular in conjunction to applications in nonlinear engineering systems. The application of Nonlinear Dynamics to a wide variety of engineering systems has been possible due to the use of sophisticated computational techniques employing powerful concepts of Nonlinear Dynamics. These concepts have been and are being developed in Control, Mathematics, Mechanics and Physics. Careful experimental studies are vitally needed to observe and establish the real dynamical phenomena.

The ENOC 2008 Conference is aimed at bringing together a wide variety of specialists in the above fields with the

purpose to show the latest developments in the respective fields, to exchange experience and to stimulate further interaction.

The topics for the Conference ENOC 2008 include but are not limited to:

* Nonlinear dynamics of continuous, discontinuous and hybrid systems.

* Qualitative and quantitative analysis of nonlinear dynamic systems.

- * Analysis of bifurcations and chaos.
- * Numerical and geometrical methods in nonlinear dynamics.
- * Phenomena and criteria of chaotic oscillations.
- * Computer aided symbolic methods in dynamics.
- * Control of oscillations and chaos.
- * Experimental methods in nonlinear dynamics.

* Applications in mechanical engineering, electrical engineering, physics, biology, chemistry and other sciences.

Contact:

Prof. Alexander L. Fradkov Head of the "Control of Complex Systems" Laboratory Institute for Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences 61, Bolshoy, v.o. 199178 St Petersburg, RUSSIA e-mail: <u>fradkov@mail.ru</u> <u>http://conf.physcon.ru/enoc08/callforpap.html</u>