

І. Шацький

Ст. наук. співр., канд. фіз. -мат. наук

В. Шоп

Ст. наук. співр., канд. тех. наук

Івано-Франківський сектор Інституту
прикладних проблем механіки і
математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, м. Івано-Франківськ

А. Величкович

Доцент, канд. тех. наук,
Івано-Франківський національний
технічний університет нафти і газу,
м. Івано-Франківськ

УДК 539.3

КОНСТРУКЦІЙНЕ ДЕМПФУВАННЯ У РОЗРІЗАНІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ПРУЖНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ

За допомогою методики квазістатичного аналізу конструкційного демпфування в малорухомих неконсервативних оболонкових системах з деформівним заповнювачем описані петлі гістерезису пружного елемента, що складається з розрізаної вздовж твірної циліндричної оболонки та пружного заповнювача. Показано розподіл напружень на кожному етапі циклічного навантаження, досліджено залежність величини розсіяної енергії від коефіцієнта асиметрії циклу.

циліндрична оболонка, розріз, пружний заповнювач, конструкційне демпфування

Мінімальні габаритні розміри і маса, стабільність віброзахисних властивостей, технологічність виготовлення, надійність експлуатації, низька вартість — загальновідомі вимоги до сучасної віброзахисної системи. Крім цього, при проектуванні віброзахисних пристроїв для систем, що зазнають екстремальних навантажень, потрібно прагнути до поєднання високої несучої здатності конструкції з відносно низькою жорсткістю і потрібним рівнем демпфування, достатнім для якісного гасіння вібрацій. Тут використання тонкостінних елементів конструкцій, в першу чергу оболонок, їх конструктивна адаптація до умов експлуатації та вдале проектування дали змогу підняти технічні характеристики пружних елементів на якісно новий рівень.

Серед представників нового класу засобів віброзахисту — оболонкових пружин, — сформовано окрему групу пружних елементів на базі оболонок розімкнутого профілю [1, 2]. Таке виконання конструктивно анізотропних несучих ланок створило можливість використати згин оболонок в умовах близьких до плоскої деформації і знизити цим жорсткість конструкції.

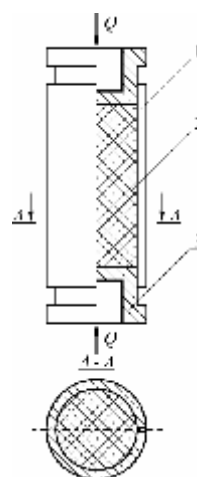


Рис. 1. Пружний елемент з розрізаною циліндричною оболонкою: 1 – оболонка з розрізом уздовж твірної, 2 – деформівний заповнювач, 3 – поршень

Базова конструкція пружного елемента з розрізаною оболонкою (рис. 1) працює так: прикладене до поршнів 3

навантаження стиску змушує їх заходити всередину оболонки 1, стискаючи при цьому заповнювач 2, який трансформує поздовжні переміщення поршнів у радіальні прогини оболонки. При розвантаженні система повертається у вихідне положення. Основний вклад у податливість системи вносить зміна форми заповнювача за рахунок згинної деформації розрізаної оболонки (зменшення кривини розімкненого кільця в поперечному перерізі).

При немонотонному навантаженні пружних елементів такого типу, через фрикційну взаємодію заповнювача з оболонкою, частина енергії, що підводиться до системи, розсіюватиметься. Виникає явище конструкційного гістерезису в малорухомій деформівній системі, яке, наслідуючи [3 — 7], дослідимо у квазістатичній постановці, нехтуючи інерційними членами в рівняннях динаміки оболонки і заповнювача. Кінцевою метою дослідження є отримання аналітичного опису діаграми кусково монотонного навантаження системи з врахуванням усіх істотних параметрів задачі.

Для опису деформування пружного елемента побудували механіко-математичну модель оболонки з розрізом уздовж твірної [8, 9]. Врахували основну ознаку конструкції — жорсткість розрізаної оболонки в тангенціальному напрямі є меншою, ніж вздовж твірної. Матеріал заповнювача вважали нестисливим. Розрізаній ізотропній оболонці, яка згинається в умовах неосесиметричного контактного навантаження, поставили у відповідність сильно ортотропну замкнуту циліндричну оболонку, яка перебуває під дією осесиметричного контактного навантаження. Товщини та радіуси оболонок зберегли однаковими. Модуль пружності й допустиме напруження для еквівалентної ортотропної оболонки вибрали такими, щоб вони в середньому ототожнювали властивості розрізаної оболонки та її суцільної моделі.

Постановка задачі та модельні співвідношення.

Розглянемо конструкційне демпфування в модельній — сильно ортотропній оболонці з деформівним заповнювачем. Зважаючи на симетрію конструкції відносно площини, рівновіддаленої від поршнів, розглядали половину системи (рис. 2), вважаючи переріз, який належить площині симетрії, гладко впертим в жорстку перепону. Отже, маємо пружний деформівний циліндр (заповнювач), радіус якого R і довжина a , що заповнює сильно ортотропну оболонку завтовшки h . На один торець циліндра через абсолютно жорсткий гладкий поршень передається

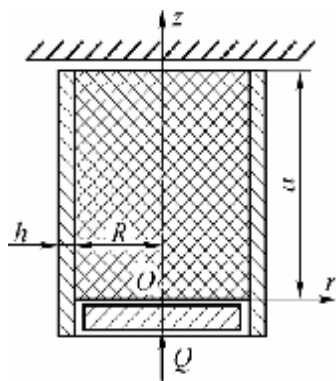


Рис. 2. Розрахункова схема

зовнішнє циклічне навантаження Q . Характер контактної взаємодії оболонки і заповнювача визначається законом сухого тертя. Досліджуємо розсіювання енергії у фрикційному контакті.

Враховуючи осьову симетрію задачі, користуємося циліндричними координатами r, z (див. рис. 2).

Вихідними модельними співвідношеннями для нестисливого заповнювача є усереднені за площею поперечного перерізу рівняння рівноваги, нестисливості та закон Гука:

$$\frac{ds_\zeta}{dz} + 2lt = 0,$$

$$\frac{du}{dz} + 2lw = 0,$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{a}{E}(s_\zeta - s), \quad z \in (0, 1), \quad (1)$$

де s_ζ, u — осьові напруження і переміщення заповнювача; s і t — нормальне й дотичне контактні напруження; w — радіальне переміщення на поверхні $r=R$; E — модуль Юнга матеріалу заповнювача; $l = a/R$ — безрозмірна півдовжина.

На торцях заповнювача виконуються умови

$$s_\zeta(0) = -p \equiv -Q/(pR^2), \quad u(1) = 0. \quad (2)$$

Для модельної ортотропної оболонки, описуючи її пружну рівновагу співвідношеннями безмоментної теорії, та вважаючи, що її середина поверхня розтягується лише у тангенціальному напрямі ($e_v = 0, e_b \neq 0$), маємо

$$w_o = -\frac{SR^2}{E_e h}, \quad V \in (0, 1), \quad (3)$$

де w_o — радіальне переміщення оболонки; $E_e = h^2 E_0 / 18R^2$ — еквівалентна пружна стала [8]; E_0 — модуль Юнга матеріалу оболонки з розрізом.

Фрикційну взаємодію оболонки і заповнювача описуємо законом сухого тертя Кулона:

$$w = w_o, \quad s < 0;$$

$$t = f s \operatorname{sgn} \frac{\partial u_v}{\partial Q}; \quad \frac{\partial u_v}{\partial Q} \neq 0;$$

$$|t| \leq -f s, \quad \frac{\partial u_v}{\partial Q} = 0, \quad (4)$$

де f — коефіцієнт тертя пари оболонка — заповнювач.

Для знаходження координати a точки розмежування областей зчеплення та проковзування слід використовувати умову неперервності осьових напружень:

$$s_v(a-0) = s_v(a+0). \quad (5)$$

Аналіз результатів. У результаті розв'язання задачі (1) — (5) за методикою, розробленою в працях [3 — 7],

для циклічного навантаження з коефіцієнтом асиметрії $s = Q_{\min} / Q_{\max} \in [0, 1]$ отримали вирази для контактних s , t і осьових s_v напружень та переміщень поршня d на всіх етапах навантаження.

1. Початкове (активне) навантаження $0 \leq Q \leq Q_{\max}$, $\mathcal{Q} > 0$, $du/dQ > 0$:

$$s^I(z) = -\frac{p}{1+2e} e^{-\lambda z}, \quad t^I(z) = -\frac{fp}{1+2e} e^{-\lambda z},$$

$$s_{\zeta}^I(z) = -pe^{-\lambda z}, \quad z \in [0, 1], \quad (6)$$

де $I = 2fl/(1+2e)$, $e = 18R^3E/(E_0h^3)$.

Графічно ці залежності подано на рис. 3. Тут і далі для ілюстрування отриманих результатів за приклад обрано систему з такими параметрами: $f = 0.5$; $l = 3$; $h/R = 0.18$; $E/E_0 = 0.0001$.

Переміщення поршня

$$d^I = u_{\zeta}^I(0) = \frac{Qa}{pR^2E} \frac{2e}{1+2e} \frac{1-e^{-\lambda}}{I}. \quad (7)$$

2. Розвантаження $Q_{\max} \geq Q \geq 0$, $\mathcal{Q} < 0$. На початку цього етапу розвантаження конструкції проходить у режимі неповного зворотного проковзування. Відрізок $z \in [0, 1]$ розбивається на дві області: $z \in [0, a]$ — зона зворотного проковзування, де $du_{\zeta}/dQ < 0$, та $z \in [a, 1]$ — зона зчеплення, де $du_{\zeta}/dQ = 0$. Координата точки розмежування областей є шуканою.

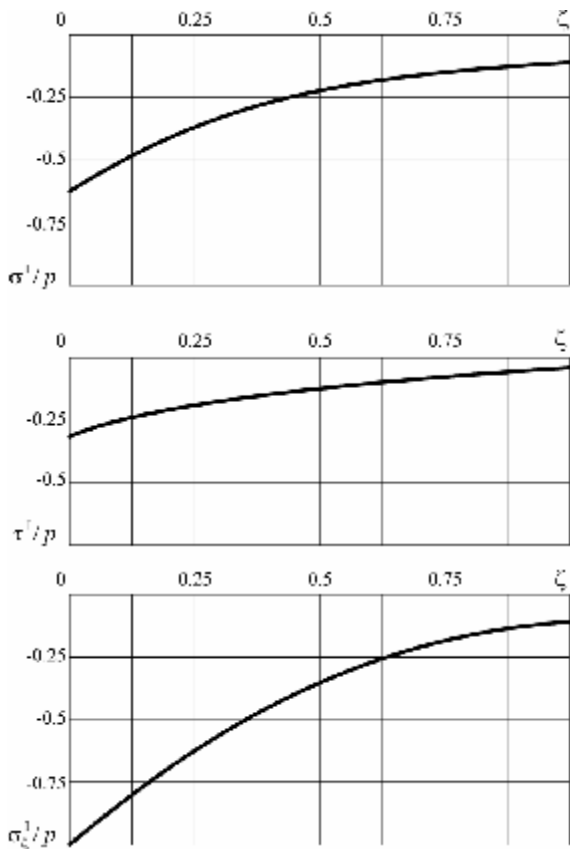


Рис. 3. Розподіл напружень на етапі активного навантаження

У зоні зчеплення маємо стару картину розподілу напружень і переміщень, досягнуту наприкінці попереднього етапу:

$$s^{II}(z) = s^I(z) \Big|_{p=p_{\max}}, \quad t^{II}(z) = t^I(z) \Big|_{p=p_{\max}},$$

$$s_{\zeta}^{II}(z) = s^I(z) \Big|_{p=p_{\max}}, \quad z \in [a, 1]. \quad (8)$$

У зоні проковзування дотичні напруження змінюють свій напрям на протилежний. Змінивши знак параметра l , отримали:

$$s^{II}(z) = -\frac{p}{1+2e} e^{\lambda z}, \quad t^{II}(z) = \frac{fp}{1+2e} e^{\lambda z},$$

$$s_{\zeta}^{II}(z) = -pe^{\lambda z}, \quad z \in [0, a]. \quad (9)$$

Забезпечивши виконання умови (5), знайшли

$$a = \frac{1}{I} \ln \left(\frac{Q_{\max}}{Q} \right)^{1/2}.$$

Графіки напружень наведені на рис. 4.

Описаний процес розвантаження реалізується до того моменту, поки точка a не досягне правої межі $z=1$. З умови $0 \leq a \leq 1$ знаходимо відповідний діапазон зміни навантаження:

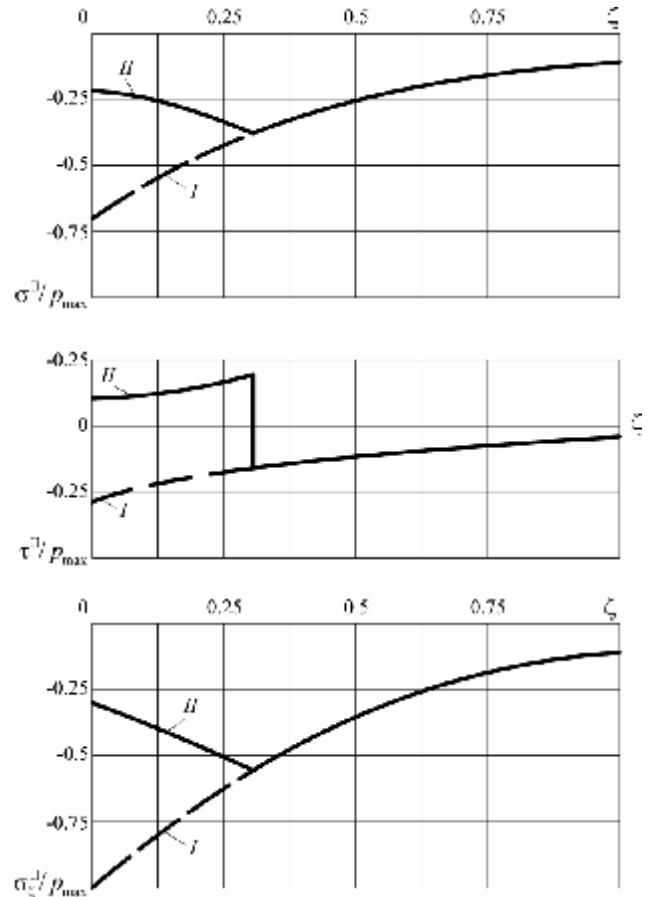


Рис. 4. Розподіл напружень на етапі розвантаження (режим неповного проковзування)

$$s_* Q_{\max} \leq Q \leq Q_{\max},$$

де $s_* = e^{-2\lambda}$ — характерне значення коефіцієнта асиметрії циклу.

Переміщення поршня в цьому діапазоні

$$d^{II} = d_{\max}^I - \frac{a}{pR^2E} \frac{2e}{1+2e} \frac{1}{l} (\sqrt{Q_{\max}} - \sqrt{Q})^2.$$

Коли навантаження знизиться до величини $Q = s_* Q_{\max}$, умови зворотного проковзування будуть виконуватися на всій поверхні контакту. У цьому разі в діапазоні розвантаження $0 \leq Q \leq s_* Q_{\max}$ будуть справджуватися формули (9). Характерний розподіл напружень показано на рис. 5.

Осідання поршня у цьому діапазоні навантажень знаходимо за формулою

$$d^{II} = \frac{Qa}{pR^2E} \frac{2e}{1+2e} \frac{e^\lambda - 1}{l}.$$

3. Повторне навантаження $Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max}$, $\beta > 0$. Залежно від величини Q_{\min} можливі два випадки: $s \geq s_*$ і $s < s_*$. Розглянемо по черзі кожен з них.

Нехай $1 \geq s \geq s_*$. У цьому разі на початку повторного навантаження маємо пряме проковзування у припоршневій зоні $z \in [0, b]$ і ситуацію закінчення попереднього етапу в області $z \in [b, 1]$.

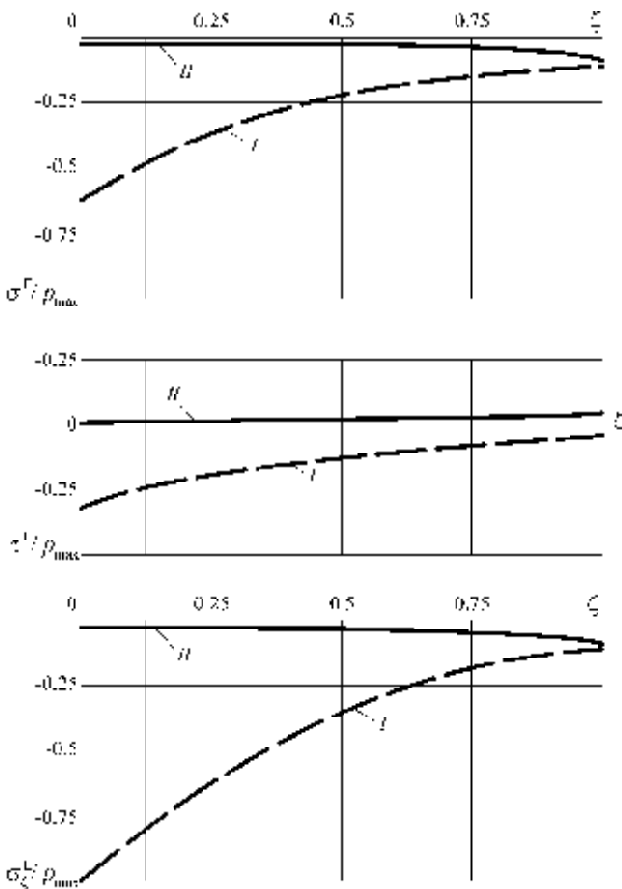


Рис. 5. Розподіл напружень на етапі розвантаження (режим повного проковзування)

У зоні зчеплення ($\partial u_\zeta / \partial Q = 0$, $z \in [b, 1]$) напруження отримали з виразів (9) при $p = p_{\min}$:

$$s^{III}(z) = s^{II}(z) \Big|_{p=p_{\min}} = \begin{cases} -\frac{p_{\min}}{1+2e} e^{\lambda\zeta}, & z \in [b, a]; \\ -\frac{p_{\max}}{1+2e} e^{-\lambda\zeta}, & z \in [a, 1]; \end{cases}$$

$$t^{III}(z) = t^{II}(z) \Big|_{p=p_{\min}} = \begin{cases} \frac{fp_{\min}}{1+2e} e^{\lambda\zeta}, & z \in [b, a]; \\ -\frac{fp_{\max}}{1+2e} e^{-\lambda\zeta}, & z \in [a, 1]; \end{cases}$$

$$s_\zeta^{III}(z) = s_\zeta^{II}(z) \Big|_{p=p_{\min}} = \begin{cases} -p_{\min} e^{\lambda\zeta}, & z \in [b, a]; \\ -p_{\max} e^{-\lambda\zeta}, & z \in [a, 1]. \end{cases} \quad (10)$$

У зоні проковзування ($\partial u_\zeta / \partial Q > 0$, $z \in [0, b]$) напруження виражаються формулами (6):

$$s^{III}(z) = s^I(z), \quad t^{III}(z) = t^I(z),$$

$$s_\zeta^{III}(z) = s_\zeta^I(z), \quad z \in [0, b]. \quad (11)$$

З умови неперервності осьових напружень знаходимо межу областей з протилежними знаками дотичних контактних напружень:

$$b = \frac{1}{l} \ln \left(\frac{Q}{Q_{\min}} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Результати (10), (11) зображені на рис. 6. Описаний процес реалізується до того моменту, поки точка β не досягне точки α (поки криві III не сумістяться з кривими I). Цей момент відповідає завершенню циклу ($Q = Q_{\max}$). Нарешті, переміщення поршня при $1 \geq s \geq s_*$

$$d^{III} = d_{\min}^{II} + \frac{a}{pR^2E} \frac{2e}{1+2e} \frac{1}{l} (\sqrt{Q_{\max}} - \sqrt{Q})^2. \quad (13)$$

Нехай тепер $0 \leq s < s_*$. Тоді в зоні прямого проковзування $z \in [0, b]$ справедливими є залежності (11), а в області зчеплення $z \in [b, 1]$ — напружений стан (9), зафіксований наприкінці розвантаження:

$$s^{III}(z) = s^{II}(z) \Big|_{p=p_{\min}} = -\frac{p_{\min}}{1+2e} e^{\lambda\zeta},$$

$$t^{III}(z) = t^{II}(z) \Big|_{p=p_{\min}} = \frac{fp_{\min}}{1+2e} e^{\lambda\zeta},$$

$$s_\zeta^{III}(z) = s_\zeta^{II}(z) \Big|_{p=p_{\min}} = -p_{\min} e^{\lambda\zeta}, \quad z \in [b, 1].$$

Для обчислення параметра β осідання на цьому етапі зберігаються відповідно формули (12) і (13). Рис. 7 ілюструє розподіл напружень, характерний для розглянутої ситуації.

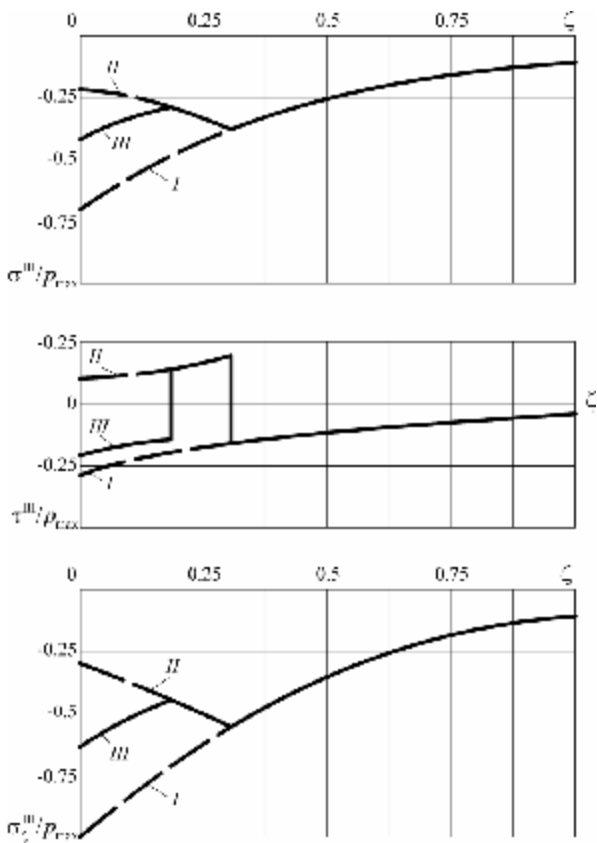


Рис. 6. Розподіл напружень на етапі повторного навантаження при $s_* \leq s \leq 1$

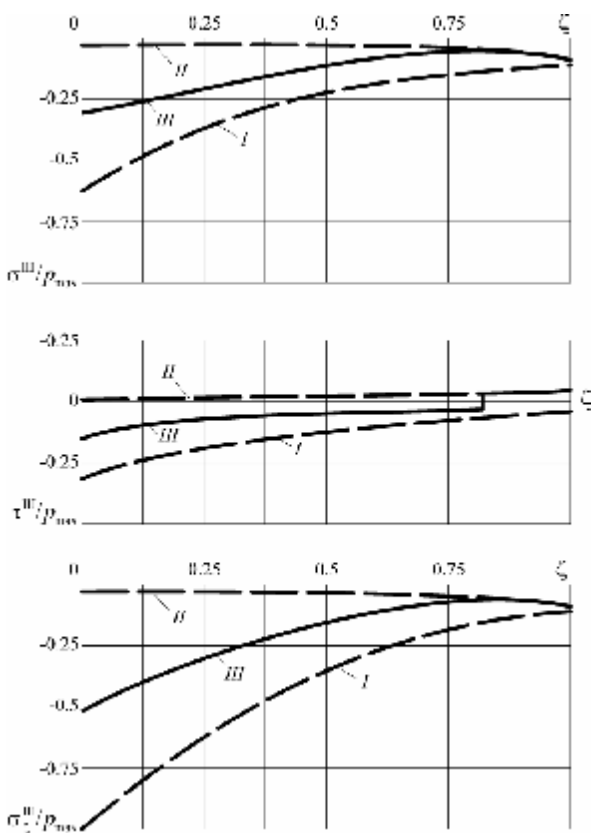


Рис. 7. Розподіл напружень на етапі повторного навантаження при $0 \leq s \leq s_*$

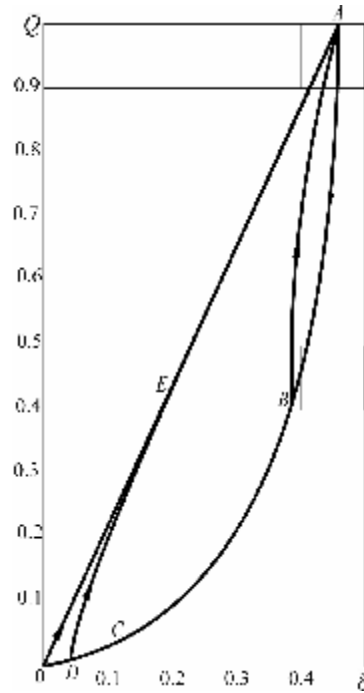


Рис. 8. Діаграма циклічного навантаження: OA — активне навантаження; ACO — розвантаження; DEA ($0 \leq s \leq s_*$) або BA — повторне ($s_* \leq s \leq 1$) навантаження

Цей випадок реалізується до того часу, поки точка β не досягне правого краю проміжку [10], що в термінах навантаження означає $Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\min}/s_*$. При $Q = Q_{\min}/s_*$ настає режим навантаження з повним прямим проковзуванням на всій поверхні контакту.

На рис. 8 зображено петлю конструкційного гістерезису на всіх етапах деформування пружного елемента. Тут

$\bar{Q} = Q/Q_{\max}$, $\bar{d} = cd/Q_{\max}$, $c = \frac{pR^2E}{a} \frac{1+2e}{2e}$ — лінійна жорсткість консервативної системи.

Величину розсіяної за цикл енергії обчислимо як площу петлі конструкційного гістерезису:

$$y = \begin{cases} \frac{Q_{\max}^2}{6cI} \left[(2+e^{-1})(1-e^{-\lambda})^2 - s^2(e^{\lambda}-1)^2(2+e^{\lambda}) \right], & 0 \leq s \leq s_*; \\ \frac{Q_{\max}^2}{3cI} (1-s)(1-\sqrt{s})^2, & s_* \leq s \leq 1, \end{cases}$$

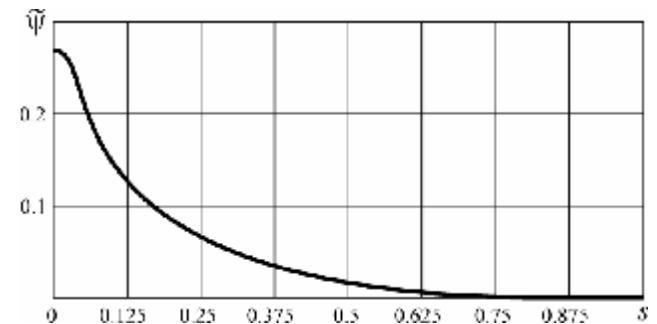


Рис. 9. Залежність величини розсіяної енергії від коефіцієнта асиметрії циклу

На рис. 9 подана характерна залежність нормалізованої величини розсіяної енергії $y_0 = y/A$ від коефіцієнта асиметрії циклу, де $A = Q_{\max}^2 / (2c)$ — енергія пружного деформування консервативної системи.

Висновки. 1. Розвинуто методику квазістатичного аналізу конструкційного демпфування в малорухомих неконсервативних оболонкових системах з пружним заповнювачем.

2. Аналітично описано петлю гістерезису для розрізаної циліндричної оболонки з деформівним заповнювачем.

3. З'ясовано розподіл напружень на кожному етапі циклічного навантаження, досліджено залежність величини розсіяної енергії від коефіцієнта асиметрії циклу.

Література

1. *Оболочечные упругие элементы: основы конструирования* / В. М. Шопа, С. В. Величкович, И. П. Шацкий, И. И. Попадюк. — Львов, 1990. — 61 с. — (Препринт / АН УССР ИППММ; № 21–88).

2. *Оболонкові пружини* / В. М. Шопа, А. С. Величкович, С. В. Величкович та ін. — Івано-Франківськ: Факел, 2002. — 92 с.

3. Шопа В. М., Шацкий И. П., Попадюк И. И. Элементарный расчет конструкционного гистерезиса в оболочечных пружинах // Вестник машиностроения. — 1989. — №3. — С. 31—32.

4. Шопа В. М., Шацкий И. П., Попадюк И. И. Конструкційне демпфування в циліндричній оболонці з пружним заповнювачем // Доп. АН УРСР. Сер. А. — 1989. — №2. — С. 44—47.

5. *Конструкционное демпфирование в буровом амортизаторе* / В. М. Шопа, И. П. Шацкий, С. В. Величкович,

И. И. Попадюк // Нефтяное хозяйство. — 1990. — №3. — С. 28—29.

6. *Конструкционный гистерезис в оболочечном демпфере с распределенным трением* / С. В. Величкович, И. И. Попадюк, И. П. Шацкий, В. М. Шопа // Пробл. прочн. — 1991. — №3. — С. 36—37.

7. Попадюк И. И., Шацкий И. П., Шопа В. М. Механіка фрикційного контакту оболонок з деформівним заповнювачем. — Івано-Франківськ: Факел, 2003. — 180 с.

8. Шацкий И. П., Шопа В. М., Величкович А. С. Розрахунок демпфера з розрізаною циліндричною оболонкою // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Сер.: Нафтопромислове обладнання. — 1998. — Вип. №35. — С. 31—38.

9. *Фрикційна взаємодія ортотропної циліндричної оболонки з деформівним заповнювачем* / А. С. Величкович, И. И. Попадюк, И. П. Шацкий, В. М. Шопа // Доп. НАН України. — 1999. — №11. — С. 67—69.

Отримана 22.05.09

Shatsky, V. Shopa, A. Velychkovych
Constructural dumping in the section cylindrical shell with elastic filler

Ivano-Frankivsk Branch of Pidstruhach-Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematic, Ivano-Frankivsk Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk

The hysteresis loops of the elastic elements are describe by method of the quasistatic analysis of the constructural dumping in the small movable non-conservative shells system with deformative filler. The elastic element is the system section of the cylindrical shell with the lohgitudimal cut and elastic filler. The distribution of the stress on the each stage of loading is shown. The dependence of the scattered energy value from the asymmetrical cycle factor is study.

21 01 01 203y

VIII Міжнародна наукова конференція

МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР

14 – 17 вересня 2010 р., м. Львів, Україна

Тематика конференції:

Математичне моделювання в механіці деформівних твердих тіл.

Математичні методи механіки і термомеханіки.

Механіка неоднорідних твердих тіл та наномеханіка.

Механіка контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями.

Динамічні задачі механіки неоднорідних структур.

Біомеханіка.

Оптимізація і проектування елементів конструкцій.

Мінісимпозіуми:

Математичні проблеми механіки руйнування.

Математичне моделювання в механіці оболонкових елементів конструкцій і споруд з власними напруженнями.

Математичні моделі та методи механіки тонкостінних елементів конструкцій.

Оргкомітет VIII МНК МПМНС, ІППММ НАНУ,
вул. Наукова, 3-б, м. Львів, 79060, Україна