УДК 539.375

РОЗРАХУНОК ПЕРІОДУ ДОКРИТИЧНОГО РОСТУ ВТОМНОЇ ТРІЩИНИ У СТІНЦІ СТРІЛИ ПОРТАЛЬНОГО КРАНА

В. Пустовой

Професор, д-р техн. наук

А. Сакара

Інженер

Фірма «ДІАЛАБ» ЛТД,
м. Одеса

Сформульована задача і побудована математична модель для визначення періоду докритичного росту втомної тріщини у стінці стріли портального крана.

залишковий ресурс, стріла, портальний кран, втомна тріщина, енергетичний підхід, коефіцієнт інтенсивності напружень

Однією з найактуальніших науково-технічних проблем є забезпечення надійності і безпеки вантажопідйомних машин і механізмів, що, в свою чергу, є визначальною вимогою при їх експлуатації [1, 2]. У цьому плані важливими задачами є діагностування пошкоджень (особливо тріщин) елементів їхніх металоконструкцій, умов їх навантаження і прогнозування на цій основі залишкової довговічності, що дасть можливість вчасно передбачити аварію і запобігти їй.

Цим питанням і присвячена стаття. Тут на основі аналізу умов експлуатації портальних кранів побудована силова модель завантаженості їхніх несучих елементів, зокрема металоконструкцій стріли з характерними тріщинами (модель двовісного і блочного навантажування). Використовуючи це , а також відомий у літературі енергетичний підхід для визначення росту втомних тріщин при двовісному і двочастотному навантажуванні, розроблений метод для визначення залишкового ресурсу елементів металоконструкцій стріли з тріщинами з врахуванням умов їх експлуатації.

Формулювання математичної моделі. Розглянемо стрілу портального крана (рис. 1). Як показують результати натурних випробувань, при роботі крана з поворотом стріли в її стінці виникають напруження σ, які наближено можна зобразити модельною залежністю на рис. 2. Тут період T_2 відповідає зміні напруження при підйомі й опусканні стрілою крана вантажу, а T_1 — період зміни σ при повороті стріли і її коливанні.

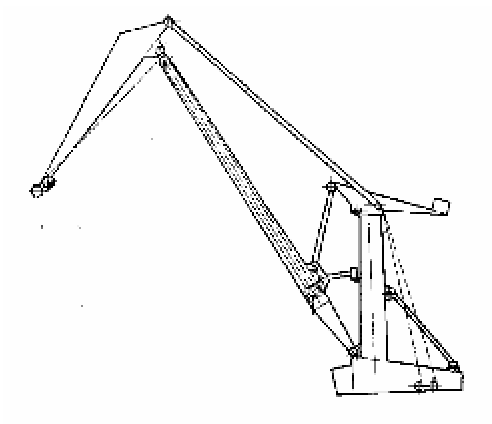

Рис. 1. Схема стріли портального крана

У більшості випадків стрілу виготовляють з профільної прямокутної труби (рис. 3). Тут $d \times c$ — площа поперечного перерізу; h — товщина стінки. Вважається, що при роботі крана стінка стріли піддана дії стиску-розтягу деякими силами P, а також згинальними моментами M. При дії силових факторів P, M, а також

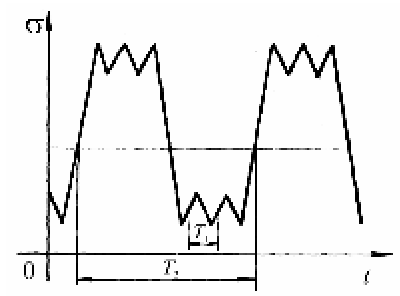

Рис. 2. Зміна напруження σ у стінці стріли крана

агресивних зовнішніх середовищ (особливо для портальних кранів) у стінці стріли можуть виникнути поверхневі тріщини, які послаблять її і зменшать розрахунковий ресурс. Для того, щоб передбачити руйнування стріли і попередити аварію, потрібно розрахувати її залишковий ресурс з урахуванням наявності тріщини і умов навантаження. Нами зроблена спроба побудувати математичну модель для визначення періоду докритичного росту поверхневої тріщини в стінці металоконструкції стріли крана, тобто встановлення такої кількості циклів навантажування $N_2 = N_{2*}$ (кількість підйомів вантажів з періодом T_2), по досягненні якого початкова тріщина підросте до критичної величини і стріла зруйнується.

Для розв'язання цієї задачі застосуємо відомий [3 — 5] енергетичний підхід для визначення періоду докритичного росту тріщин у тривимірних тілах з тріщинами за двох частотних і двох осьових навантаженнях. Згідно з цим підходом задача зводиться до розв'язання такого диференціального рівняння:

$$\partial\rho / \partial N_2 = F\left(K_{I\ max}, K_{I\ min}\right)\sqrt{1+\rho^{-2}\left(\partial\rho/\partial\varphi\right)^2}\ , \quad (1)$$

$$F\left(K_{I\ max}, K_{I\ min}\right) = \frac{\alpha}{6\pi\sigma_{0f}^2}\Big(K_{Imax}^4 - K_{th}{}^4 + N_1\left[\left(K_{Imax} - K_{Imin}\right)^4 - K_{th}^4\right]\Big)\cdot\left(K_{fC}^2 - K_{Imax}^2\right)^{-1},$$

при початкових і кінцевих умовах:

$$N_2 = 0,\ \ \rho(\varphi, 0) = \rho_0(\varphi);$$

$$N_2 = N_{2*},\ \ \rho(\varphi, N_{2*}) = \rho_*(\varphi);\ \ K_{I\ max}(\rho_*) = K_{fC}\ . \quad (2)$$

Тут ρ, φ — координати полярної системи в центрі півеліптичної тріщини; $K_{I\ max}, K_{I\ min}$ — максимальне і мінімальне значення коефіцієнта інтенсивності напружень K_I біля контуру L втомної півеліптичної тріщини, яка поширюється в стінці стріли крана; K_{th}, K_{fC} — відповідно нижнє і верхнє порогове значення K_I при циклічному навантажуванні; σ_{0f} — середнє напруження в зоні передруйнування біля контуру втомної тріщини; α — втомна характеристика матеріалу, яка знаходиться експериментально [4]; N_1 — кількість циклів коливань стріли з періодом T_1 за час T_2 її повороту з вантажем; N_2 — кількість циклів навантаження стріли за час її експлуатації.

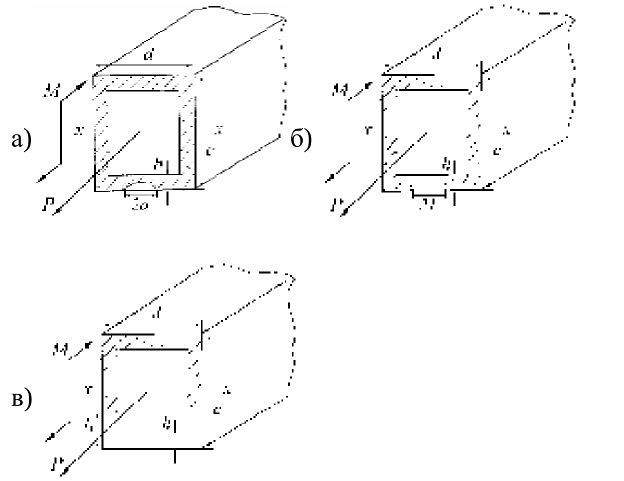

Рис. 3. Схеми розміщення тріщин у стінці стріли крана: *а* — поверхнева півеліптична; *б* — наскрізна прямолінійна; в — п-подібна

При розв'язуванні математичної задачі слід враховувати, що при поширенні втомна тріщина може проходити три характерні етапи (див. рис. 3): поверхнева півеліптична тріщина (рис. 3,*а*), наскрізна прямолінійна тріщина (рис. 3,*б*), п-подібна тріщина (рис. 3,*в*). Для кожного з цих етапів треба знаходити кількість циклів навантажування відповідно $N_2^{(1)}, N_2^{(2)}, N_2^{(3)}$ при просуванні втомної тріщини і визначати її період докритичного росту як

$$N_{2*} = N_2^{(1)} + N_2^{(2)} + N_2^{(3)}. \quad (3)$$

Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень. Як випливає з математичної задачі (1), (2), для визначення величин $N_2^{(1)}, N_2^{(2)}, N_2^{(3)}$ потрібно, в першу чергу, знайти для кожного просування втомної тріщини відповідно (силові схеми рис. 3) коефіцієнти інтенсивності напружень $K_I^{(1)}$, $K_I^{(2)}$, $K_I^{(3)}$. Для цього ми використовуємо відомий [6] метод граничної інтерполяції, в результаті чого отримаємо такі наближені формули:

$$K_I^{(1)} = \frac{6cM\sqrt{\pi b}}{E(k_1)\left(c^3 d - c_1^3 d_1\right)}\left[\left(1 + \frac{0{,}12}{1+\kappa^2} - \frac{E(k_1)}{\sqrt{\kappa}}\right)\times\right.$$

$$\left.\times exp\left(-\frac{1{,}48\varepsilon^2}{1+6\kappa^2}\right) + \frac{E(k_1)}{\sqrt{\kappa}}\right]\left[1 + \left(0{,}1 + 0{,}5\varepsilon^2\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{2\varphi}{\pi}\right)^3\right]\left(cos^2\varphi + \kappa^2 sin^2\varphi\right)^{\frac{1}{4}},$$

$$\varepsilon = \frac{b}{h},\ \ k = \frac{b}{a},\ \ k_1^2 = 1 \text{-} k^2,$$

$$K_I^{(2)} = \frac{7{,}5198Mc\sqrt{d}\sqrt{\varepsilon_1}}{\left(c^3 d - c_1^3 d_1\right)\sqrt{(\xi - \varepsilon_1)(1 + 1{,}4675\varepsilon_1)}}\ ,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2l}{d},\ \xi > 1,\ \ c_1 = c - 2h,$$

$$K_I^{(3)} = 1{,}9878\frac{My_0c\sqrt{\varepsilon_2c(1-\varepsilon_2)}}{I_0\sqrt{1+7{,}9927\varepsilon_2}}\times$$

$$\times\frac{\left[1-(h/2c)-\varepsilon_2+(1-h/c-\varepsilon_2)^2(c/d)\right]}{\left[1+(1-h/c-\varepsilon_2)c/d\right]},\ \varepsilon_2=\frac{l_1}{c},\quad(4)$$

$$I_0=\left\{(c-h-l_1)^3+3(c-h-l_1-2y_0)^2(c-h-l_1)+\right.$$

$$\left.+0{,}5dh^2+0{,}75(2c-2l_1-h-2y_0)^2d\right\}h/6,\ d_1=d\text{-}2h.$$

Тут $E(k_1)$ — повний еліптичний інтеграл другого роду; b — мала піввісь півеліптичної тріщини. При встановленні формул (4) вважалося, що домінуючим навантаженням на стрілу є згинальний момент M і тому величиною P знехтували.

Знаходження періодів проміжних етапів росту втомної тріщини. На основі математичної задачі (1), (2) і значень коефіцієнтів інтенсивності напружень $K_I^{(1)}$, $K_I^{(2)}$, $K_I^{(3)}$ (формули (4)) знаходимо величини $N_2^{(1)}, N_2^{(2)}, N_2^{(3)}$. При цьому, для визначення $N_2^{(1)}$ застосуємо відомий [3] інтегральний підхід, згідно з яким кінетика зміни площі втомної тріщини (в нашому випадку півеліптичної з півосями a,b) буде наближено така ж сама, як і при рівномірному поширенні модельної півколової тріщини радіуса r однакової площі ($r=\sqrt{ab}$). Враховуючи це, а також математичні співвідношення (1), (2), для визначення величини $N_2^{(1)}$ отримаємо рівняння

$$\frac{dr}{dN_2}=\frac{\alpha}{6\pi\sigma_{0f}^2}\left\{\left(K_{I\,max}^{(1)}\right)^4-K_{th}^4+N_1\left[\left(K_{I\,max}^{(1)}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-K_{I\,min}^{(1)}\right)^4-K_{th}^4\right]\right\}\left[K_{fC}^2-\left(K_{I\,max}^{(1)}\right)^2\right]^{-1}\quad(5)$$

з початковими і кінцевими умовами:

$$N_2=0,\ r(N_2)=\sqrt{a_0b_0};\quad N_2=N_2^{(1)},\ r(N_2^{(1)})=h.$$

Тут a_0, b_0 — початкові розміри осей півеліптичної тріщини; $K_{I\,max}^{(1)}-K_{I\,min}^{(1)}$ — амплітуда зміни $K_I^{(1)}$ при повороті стріли і її коливанні за період T_1; величина $K_{I\,max}^{(1)}(r)$ для модельної півколової тріщини згідно з (4) визначається так:

$$K_{I\,max}^{(1)}(r)=\frac{12cM\sqrt{h\varepsilon}}{\sqrt{\pi}\left(c^3d-c_1^3d_1\right)}\left[1.57-\right.$$

$$\left.-151exp\left(-0{,}21\varepsilon^2\right)\right]\left(1{,}1+0{,}53\varepsilon^2\right),\quad\varepsilon=\frac{r}{h}.\quad(6)$$

Інтегруючи (5) при заданих початкових і кінцевих умовах, для визначення $N_2^{(1)}$ отримаємо таку формулу:

$$N_2^{(1)}=\int\limits_{\sqrt{a_0b_0h^{-2}}}^{1}\left\{6\pi\alpha^{-1}h\sigma_{0f}^2\left[K_{fC}^2-\left(K_{I\,max}^{(1)}\right)^2\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{\left(K_{I\,max}^{(1)}\right)^4-K_{th}^4+N_1\left[\left(K_{I\,max}^{(1)}-K_{I\,min}^{(1)}\right)^4-K_{th}^4\right]\right\}^{-1}d\varepsilon.\ (7)$$

Слід зазначити, що формула (8) справедлива для випадку, коли на всьому проміжку $1>\varepsilon>h^{-1}\sqrt{a_0b_0}$ коефіцієнт інтенсивності напружень $K_{I\,max}^{(1)}<K_{fC}$. Якщо при будь-якому значенні $\varepsilon=\varepsilon_*<1$ виконується умова

$$K_{I\,max}^{(1)}(\varepsilon_*)=K_{fC},\quad(8)$$

то $N_2^{(1)}$ визначатиметься за формулою

$$N_2^{(1)}=\int\limits_{\sqrt{a_0b_0h^{-2}}}^{\varepsilon_*}\left\{6\pi\alpha^{-1}h\sigma_{0f}^2\left[K_{fC}^2-\left(K_{I\,max}^{(1)}\right)^2\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{\left(K_{I\,max}^{(1)}\right)^4-K_{th}^4+N_1\left[\left(K_{I\,max}^{(1)}-K_{I\,min}^{(1)}\right)^4-K_{th}^4\right]\right\}^{-1}d\varepsilon,\ (9)$$

а період докритичного росту втомної тріщини — так:

$$N_{2*}=N_2^{(1)}.\quad(10)$$

Перейдемо тепер до визначення величини $N_2^{(2)}$. Математична задача (1), (2) для цього випадку запишеться так:

$$\frac{dl}{dN_2}=\frac{\alpha}{6\pi\sigma_{0f}^2}\left\{\left(K_{I\,max}^{(2)}\right)^4-K_{th}^4+N_1\left[\left(K_{I\,max}^{(2)}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-K_{I\,min}^{(2)}\right)^4-K_{th}^4\right]\right\}\left[K_{fC}^2-\left(K_{I\,max}^{(2)}\right)^2\right]^{-1},\quad(11)$$

при початкових і кінцевих умовах:

$$N_2=0,\ l(N_2)=h;N_2=N_2^{(2)},\ l(N_2^{(2)})=0{,}5d.$$

Інтегруючи рівняння (9), для визначення величини $N_2^{(2)}$ отримаємо таку формулу:

$$N_2^{(2)}=\int\limits_{2hd^{-1}}^{1}3\pi\alpha^{-1}d\sigma_{0f}^2\left[K_{fC}^2-\left(K_{I\,max}^{(2)}\right)^2\right]\times$$

$$\times\left\{\left(K_{I\,max}^{(2)}\right)^4-K_{th}^4+N_1\left[\left(K_{I\,max}^{(2)}-K_{I\,min}^{(2)}\right)^4-K_{th}^4\right]\right\}^{-1}d\varepsilon_1.\ (12)$$

Формула (12) справедлива (як і в попередньому випадку), коли на всьому проміжку зміни $1>\varepsilon_1>2hd^{-1}$ $K_{I\,max}^{(2)}<K_{fC}$. Якщо в цьому проміжку знайдеться таке значення $\varepsilon_1=\varepsilon_{1*}<1$, що $K_{I\,max}^{(2)}(\varepsilon_{1*})=K_{fC}$, то величину $N_2^{(2)}$ визначатимемо з формули

$$N_2^{(2)}=\int\limits_{2hd^{-1}}^{\varepsilon_{1*}}3\pi\alpha^{-1}d\sigma_{0f}^2\left[K_{fC}^2-\left(K_{I\,max}^{(2)}\right)^2\right]\times$$

$$\times\left\{\left(K_{I\,max}^{(2)}\right)^4-K_{th}^4+N_1\left[\left(K_{I\,max}^{(2)}-K_{I\,min}^{(2)}\right)^4-K_{th}^4\right]\right\}^{-1}d\varepsilon_1.\ (13)$$

Тоді період докритичного росту втомної тріщини визначатиметься так:

$$N_{2*} = N_2^{(2)}. \tag{14}$$

Математичну задачу для третього просування тріщини і визначення $N_2^{(3)}$ запишемо на основі (1), (2) так:

$$\frac{dl_1}{dN_2} = \frac{\alpha}{6\pi\sigma_{0f}^2}\left\{\left(K_{I\ max}^{(3)}\right)^4 - K_{th}^4 + N_1\left[\left(K_{I\ max}^{(3)} - K_{I\ min}^{(3)}\right)^4 - K_{th}^4\right]\right\}\left[K_{fC}^2 - \left(K_{I\ max}^{(3)}\right)^2\right]^{-1}, \tag{15}$$

$$N_2 = 0,\ \ l_1(N_2) = h; N_2 = N_2^{(3)},\ l_1\left(N_2^{(3)}\right) = l_{1*};$$

$$K_{I\ max}^{(3)}(l_{1*}) = K_{fC}.$$

Інтегруючи рівняння (15), для визначення $N_2^{(3)}$ отримаємо формулу

$$N_2^{(1)} = \int\limits_{\varepsilon_{20}}^{\varepsilon_{2*}}\left\{6\pi\alpha^{-1}c\sigma_{0f}^2\left[K_{fC}^2 - \left(K_{I\ max}^{(3)}\right)^2\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{\left(K_{I\ max}^{(3)}\right)^4 - K_{th}^4 + N_1\left[\left(K_{I\ max}^{(3)} - K_{I\ min}^{(3)}\right)^4 - K_{th}^4\right]\right\}^{-1} d\varepsilon \tag{16}$$

$$\varepsilon_{2*} = \frac{l_{1*}}{c},\ \ \varepsilon_{20} = \frac{h}{c}.$$

Таким чином, розв'язок сформульованої задачі дають формули (3), (7), (9), (10), (12) — (14), (16).

Висновки. 1. На основі аналізу завантаженості стріли портального крана і геометрії її поперечного перерізу побудована схема поетапного розвитку в ній поверхневої тріщини і в результаті цього вичерпання залишкового ресурсу крана.

2. За допомогою відомого енергетичного підходу розроблена математична модель для обчислення періодів кожного зі згаданих етапів поширення поверхневої тріщини і, таким чином, визначення залишкового ресурсу стріли портального крана.

Література

1. *Гайдамака В.Ф.* Грузоподъемные машины. — К.: Вища шк., 1989. — 328 с.
2. *Иванченко Ф.К.* Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин. — К.: Вища шк., 1983. — 351 с.
3. *Андрейкив А.Е., Дарчук А.И.* Усталостное разрушение и долговечность конструкций. — К.: Наук. думка, 1992. — 184 с.
4. *Андрейків О.Є., Кіт М.Б.* Визначення залишкової довговічності тонкостінних елементів конструкцій при двохосьовому навантаженні // Фізико-хімічна механіка матеріалів. — 2006.
5. *Андрейків О., Кіт М.* Визначення періоду докритичного росту тріщин в елементах конструкцій при їх двочастотному навантаженні // Машинознавство. — 2006. — №2 (104). — С. 3—9.
6. *Андрейкив А.Е.* Пространственные задачи теории трещины. — К.: Наук. думка, 1982. — 349 с.

Отримана 10.08.09

V. Pustovoy, A. Sakara

The determination of fatigue crack subcritical growth period in the wall of arrow portal a bibcock
bibcock

Firm «DIALAB» LTD, Odesa

Raising of task is done and a mathematical model is built for determination of fatigue crack sub critical growth period in the wall of arrow portal a bibcock.