### УДК 539.3

# ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗОН ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ ТРІЩИНИ В АДГЕЗІЙНОМУ ПРОШАРКУ МІЖ ДВОМА ІЗОТРОПНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

Методом скінченних елементів розглянута задача плоскої деформації для тріщини, яка знаходиться вздовж середньої лінії адгезійного прошарку, що з'єднує два ізотропних пружних півпростори. Матеріал прошарку приймається ідеально пружно-пластичним з межею текучості  $\sigma_T$ . Вважається, що процес деформування задовольняє умову текучості за Мізесом. Тіло знаходиться під дією нормальних і дотичних напружень. Визначається поведінка напружень і довжина зони пластичності в зоні передруйнування в залежності від різних видів навантаження та властивостей матриць.

зона передруйнування, адгезійний прошарок, зона пластичності, ізотропний матеріал

На практиці часто використовують композитні матеріали, матриці яких з'єднують клейовою сумішшю, яка називається адгезійним прошарком. Як правило, несуча здатність адгезійного прошарку набагато менша, ніж несуча здатність матеріалів матриць. Неврахування цього може призвести до передчасного руйнування композита. Причиною цього може бути виникнення і розвиток тріщини або на межі поділу матриці й прошарку, або в самому адгезійному прошарку.

Оскільки адгезійний прошарок, як правило, являє собою досить м'який матеріал, то на продовженні тріщин у прошарку можуть розвиватись пластичні деформації, і для їх дослідження можна використати відому модель Леонова-Панасюка-Дагдейла [1, 2]. Розвиток моделі [1, 2] на випадок міжфазної тріщини проведений у [3, 4] для тріщини між двома ізотропними та анізотропними матеріалами відповідно. При цьому напруження на продовженні тріщини вважались сталими.

Властивості клейових прошарків з тріщинами розглядалися в [5-10]. Зокрема, в [5] показані зразки полімерних композитів після експерименту на розтяг, а у [8] було проведено експеримент і числове дослідження тріщиностійкості залежно від напряму головного вектора дії нормальних і дотичних напружень. В [7] наведено розподіл гідростатичного напруження в зоні передруйнування тріщини, що знаходиться на інтерфейсі адгезійного прошарку під дією нормального навантаження. Матеріал прошарку приймався ідеально пружно-пластичним. Випадок, коли тріщина нормального відриву знаходилася посередині прошарку, що з'єднує два однакових пружних матеріали, розглядалася в [9]. При цьому вважалось, що розрахункова область є круг, а на її межі задані переміщення. В той же час не досліджувалася поведінка напружень на продовжені тріщини в адгезійному прошарку під дією силового навантаження, зокрема дотичних напружень, та з урахуванням того, що матеріали матриць можуть мати

## О. Волошко

Аспірант

В. Лобода

Професор, д-р фіз.-мат. наук

Дніпропетровський національний університет, м. Дніпропетровськ



Рис. 1

Рис. 2

Фунціонал А для поставленої задачі запишеться так:

$$A(u, v, \sigma, \tau) = \int_{-H_{1}}^{-h/2} \tau v(-H_{2}, y) dy +$$
  
+  $\int_{-H_{1}}^{-h/2} \sigma_{x2}^{\infty} u(-H_{2}, y) dy + \int_{h/2}^{H_{1}} \tau v(-H_{2}, y) dy +$   
+  $\int_{h/2}^{H_{1}} \sigma_{x1}^{\infty} u(-H_{2}, y) dy + \int_{-H_{2}}^{H_{2}} \sigma v(x, H_{1}) dx +$   
+  $\int_{-H_{2}}^{H_{2}} \tau u(x, H_{1}) dx + \int_{h/2}^{H_{1}} \tau v(H_{2}, y) dy +$   
+  $\int_{h/2}^{H_{1}} \sigma_{x1}^{\infty} u(H_{2}, y) dy + \int_{-H_{1}}^{-h/2} \tau v(H_{2}, y) dy +$   
+  $\int_{-H_{1}}^{-h/2} \sigma_{x2}^{\infty} u(H_{2}, y) dy .$  (3)

Будемо використовувати восьмивузлові скінченні елементи лагранжевого типу (рис. 2) [12].

Розбиття області скінченними елементами в прошарку показано на рис. 3, а біля вершини тріщини – на рис. 4. Замінимо шукані функції деякими поліномами в межах кожного скінченного елемента. Розглянемо будь-який елемент  $\Pi_i$  з вершинами  $p_{ii}$ ,  $p_{i2}$ ,  $p_{i3}$ ,  $p_{i4}$ , розмірами  $2\Delta x$  і  $2\Delta y$  за віссю абсцис та ординат відповідно. Введемо в межах виділеного елемента локальну систему координат  $O\xi\eta$  з початком посередині скінченного елемента. Ці координати зв'язані з глобальними координатами так [12]:

$$x = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi, \eta) x_i ,$$
  
$$y = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi, \eta) y_i ,$$

де N<sub>i</sub> – функції форми, що визначаються за формулою

$$N_{i} = [(1 + \xi\xi_{i})(1 + \eta\eta_{i}) - (1 - \xi^{2})(1 + \eta\eta_{i}) - (1 - \eta^{2})(1 + \xi\xi_{i})]\xi_{i}^{2}\eta_{i}^{2}/4 + (1 - \xi^{2})(1 + \eta\eta_{i})(1 - \xi_{i}^{2})/2 + (1 - \eta^{2})(1 + \xi\xi_{i})(1 - \eta^{2})\xi_{i}^{2}/2.$$

Позначимо через  $u_i$  та  $v_i$  компоненти переміщень u та v у вузлах i=1,2,...,8. Для переміщень  $u(\xi,\eta)$  та  $v(\xi,\eta)$ 

різні модулі пружності. Вирішенню цих питань і присвячена ця стаття.

Постановка задачі. Розглядається плоска задача для тріщини, довжиною 2a, що знаходиться вздовж середньої лінії адгезійного прошарку, товщиною h. Прошарок з'єднує два пружних ізотропних тіла, переріз яких являє собою прямокутники з розмірами  $H_1 \times 2H_2$  (рис. 1). Матеріал прошарку приймається ідеально пружно-пластичним з межею текучості  $\sigma_7$ , пружним модулем Юнга  $E_h$  та коефіцієнтом Пуасона  $v_h$ , та таким, що задовольняє умову текучості за Мізесом. Матеріали півпросторів визначаються модулями Юнга  $E_i$  та коефіцієнтами Пуасона  $v_i$ , де для верхньої матриці приймаємо i=1, а для нижньої – i=2. Вважаємо, що довжина тріщини набагато більша від товщини прошарку (a >> h), а лінійні розміри тіла набагато більші за довжину тріщини ( $H_p, H_2 >> a$ ).

На межі задані рівномірно розподілені напруження:  $\sigma_y = \sigma$ , яке спрямоване перпендикулярно до тріщини і напруження  $\sigma_{x1}^{\circ}$  та  $\sigma_{x2}^{\circ}$ , які забезпечують виконання умов сумісності на лінії поділу матеріалів. Задано також зсувне напруження  $\tau$ , яке визначається коефіцієнтом  $\delta = \tau/\sigma$ .

**Числовий аналіз**. Одним з найбільш ефективних числових методів розв'язування задач механіки деформованого твердого тіла є метод скінченних елементів, який грунтується на варіаційному формулюванні крайової задачі. У класичних лінійних задачах теорії пружності у переміщеннях, де на шукані функції накладаються обмеження у вигляді рівностей, використовується варіаційний принцип Лагранжа.

Розглянемо наступну варіаційну задачу [11]:

$$\begin{aligned} f(u,v) \to \min\\ (u,v) \in V, \end{aligned} \tag{1}$$

де фунціонал

$$I(u,v) = R(u,v) - A(u,v,\sigma,\tau), \qquad (2)$$

причому R(u,v) — потенціальна енергія деформацій,  $A(u,v,\sigma,\tau)$  — робота зовнішніх зусиль, V — допустима множина розв'язків задачі — множина переміщень, що задовольняє кінематично можливі умови.





Рис. 4

в межах кожного елемента використаємо їхнє подання у вигляді таких білінійних функцій:

$$\begin{cases} u(\xi,\eta) = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta) u_i; \\ v(\xi,\eta) = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta) v_i. \end{cases}$$

Підставляючи далі ці подання у функціонал (1) та проводячи його мінімізацію, отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь, розв'язок якої і дає шукані вузлові значення переміщень.

При розгляді пружно-пластичної задачі залежність напружень і деформацій — нелінійна. Тому для розв'язання задачі використовується теорія течії, згідно з якою розрахунок ведеться покроково, шляхом поступового збільшення навантаження до його кінцевого значення, а функціонали (2) та (3) запишуться в приростах, тобто:

$$I(du, dv) = R(du, dv) - A(du, dv, d\sigma, d\tau), \qquad (4)$$

$$A(du, dv, d\sigma, d\tau) = \int_{-H_1}^{-h/2} d\tau dv (-H_2, y) dy + + \int_{-H_1}^{-h/2} d\sigma_{x2}^{\infty} du (-H_2, y) dy + \int_{h/2}^{H_1} d\tau dv (-H_2, y) dy + + \int_{h/2}^{H_1} d\sigma_{x1}^{\infty} du (-H_2, y) dy + \int_{-H_2}^{H_2} d\sigma dv (x, H_1) dx + + \int_{-H_2}^{H_2} d\tau du (x, H_1) dx + \int_{h/2}^{H_1} d\tau dv (H_2, y) dy + + \int_{h/2}^{H_1} d\sigma_{x1}^{\infty} du (H_2, y) dy + \int_{-H_1}^{-h/2} d\tau dv (H_2, y) dy + + \int_{-H_1}^{-h/2} d\sigma_{x2}^{\infty} du (H_2, y) dy .$$
(5)

Скінченнолементна сітка показана на рис. 2, а її фрагменти — на рис. 3 та рис. 4. Зокрема, на рис. 3 наведено фрагмент сітки біля правої вершини тріщини, а на рис. 4 показано більш детально розбиття на скінченні елементи клейового прошарку в околі цієї вершини. Слід зауважити, що відношення мінімального елемента до довжини тріщини дорівнює 1/3000.

На рис. 5 і рис. 6 наведено сітку, яка побудована в припущенні, що тріщина має деяку висоту, а в околі вершини вона закруглена. При числовій реалізації вважалось, що висота тріщини є 0.04h, а її радіус закруглення біля вершини – 0.02h.



**Результати та їх аналіз.** При числовій реалізації розглядалося декілька випадків механічних властивостей матриць.

1. Випадок нормального розтягу для матриць з однаковими властивостями. Розглянемо розподіл напружень для випадку нормального розтягу, тобто при  $\tau=0$ , коли властивості верхнього та нижнього матеріалів однакові. Приймаємо для верхньої та нижньої матриці такі значення модулів пружності й коефіцієнта Пуасона:  $E_1 = E_2 = 3000$ МПа,  $v_1 = v_2 = 0,2$ . Матеріал прошарку задається константами:  $E_h = 600$  МПа,  $v_h = 0,33$ ,  $\sigma_T = 2$  МПа. В цьому випадку, і в подальшому, дослідження проводилися для товщини прошарку h=2 мм, довжини тріщини a=100 мм та **ПЛЕСТИН, рОЗМІРИ ЯКИХ РІВНІ**:  $H_1 = H_2 = 1000$  мм.



Для аналізу напруженого стану в адгезійному прошарку, вводився безрозмірний параметр

$$\widetilde{K} = K / (\sigma_T \sqrt{h}), \qquad (6)$$

де *К* – коефіцієнт інтенсивності напружень для тріщини нормального відриву в однорідній пружній площині:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a}$$
 (7)

Дослідження проводилося для нормальних напружень  $\sigma$ , які відповідають значенням  $\tilde{K} = 10$ ,  $\tilde{K} = 15$  та  $\tilde{K} = 20$ .

На рис. 7 подано графіки напружень на продовженні тріщини для  $\tilde{K} = 10$ , на рис. 8 – для  $\tilde{K} = 15$ , а на рис. 9 – для  $\tilde{K} = 20$ . На цих рисунках, а також на рис. 15 – рис. 19, суцільною лінією позначається інтенсивність напружень, штрихованою лінією – напруження о,,, пунктирною – напруження  $\sigma_{w}$ , штрих-пунктирною – напруження  $\sigma_{zz}$ , а дотичне напруження о позначається штрихом і двома пунктирами. Зауважимо, що для кожного навантаження, нормальне напруження спочатку стрімко досягає значення 3σ<sub>1</sub>. Після цього σ<sub>1</sub>, лінійно зростає, досягаючи свого максимального значення  $3,93\sigma_r$ ,  $5,29\sigma_r$  та  $6,54\sigma_r$  відповідно для  $\widetilde{K} = 10$ ,  $\widetilde{K} = 15$  та  $\widetilde{K} = 20$ . Зауважимо, що поведінка напружень  $\sigma_{xx}$  та  $\sigma_{zz}$  на продовженні тріщини подібна до розподілу напруження о "У. Крім цього, зі збільшенням значення  $\widetilde{K}$  зменшується різниця між напруженнями  $\sigma_{rr}$ і  $\sigma_{zz}$ і при  $\tilde{K} = 20$  їхні графіки майже збігаються.

Згідно з кривою інтенсивності напружень за Мізесом  $\sigma_{eqv}$ , відповідна довжина зони пластичності наближено дорівнює 10, 26, та 81 половин товщини прошарку для  $\tilde{K} = 10, 15, 20,$  відповідно.

Порівнюючи отримані результати з результатами наведеними в [9], які були отримані для аналогічної задачі, але при заданих на межі переміщеннях, зазначимо, що в обох випадках для  $\tilde{K} = 20$  напруження  $\sigma_{yy}$  досягає піка  $3\sigma_{T}$ , а максимальне значення в цій праці і в [9] дорівнює  $6\sigma_{T}$  та  $6.54\sigma_{T}$ , відповідно. Істотна відмінність двох моделей полягає в тому, що збільшилася відносна довжина зони пластичності з 23h/2 до 81h/2.

2. Випадок нормального розтягу для матриць з різними властивостями. Тепер розглянемо тріщину в прошарку під дією нормального напруження при різних відношеннях модулів пружності півплощин. Приймаємо для верхньої матриці  $E_1$ =3000 МПа, а для нижньої вважаємо, що  $E_2$  визначається зі співвідношення  $E_2/E_1 = \gamma$ . Дослідження проводилося для  $\tilde{K} = 10$  та  $\gamma = 1, 2, 5, 10, 50, 100$ .

Згідно з поведінкою нормального напруження на продовженні тріщини (рис. 10), маємо, що зі збільшенням значення *г* поступово зменшується максимальне значення  $\sigma_{yy}$  від  $3.95\sigma_T$  до  $2.95\sigma_T$ , яке досягається на віддалі 2.5 - 3.0 половин товщини прошарку від вершини тріщини, а на відстані 15h/2 — напруження  $\sigma_{yy}$  для всіх  $\gamma$  збігаються. При цьому, відносна довжина зони пластичності збільшується з 9.73 до 18.20 (табл. 1).

Це пояснюється тим, що при збільшенні  $\gamma$  зростає максимальне значення дотичного напруження відповідно від 0 $\sigma_T$  до 0.41 $\sigma_T$ , а його поведінка показана на рис. 11. Дотичне напруження, для  $\gamma$  відмінних від одиниці, має чітко виражений локальний пік на віддалі однієї половини товщини прошарку від вершини тріщини, після чого

Довжина зони пластичності

γ	1	2	5	10	50	100
2x/h	9.73	11.50	14.40	16.20	17.90	18.20

зростає до максимального значення, що знаходиться в проміжку 2.5 – 3 *h*/2.

Для порівняння на рис. 12 наведені ті ж розрахунки, що і на рис. 11, але для тріщини висотою 0.04*h*, яка показана на рис. 5, рис. 6.

Отримані результати для цієї моделі повністю збігаються з результатами, отриманими для моделі тріщини нульової висоти, крім дотичних напружень біля вершини тріщини на ділянці 2.5 - 3.0 h/2 (рис. 12). Подальша поведінка  $\sigma_{xy}$  повністю ідентична моделі тріщини нульової висоти. Зауважимо, що при значеннях  $\gamma$ =50 та  $\gamma$ =100 поведінка і величина напружень майже збігаються між собою.

Таким чином, при розгляді задачі для тріщини нормального відриву, коли відношення модулів Юнга нижньої та верхньої півплощин більше 50, можна вважати нижню матрицю абсолютно жорстким тілом.

3. Випадок дотичного напруження  $\delta = -0.5$  для матриць з різними властивостями. Дослідимо поведінку напружень о зоні передруйнування біля правої вершини тріщини за наяності дотичного напруження на нескінченності. Параметр  $\tilde{K}$  визначається виразом (6),











Рис. 12

а коефіцієнт інтенсивності в цьому випадку запишеться так:

$$K = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \sqrt{\pi a} \ . \tag{9}$$

Оскільки дотичне напруження визначається зі співвідношення  $\tau = \sigma \cdot \delta$ , то формула (9) набуде вигляду

$$K = \sigma \sqrt{1 + \delta^2} \sqrt{\pi a}$$
 (10)

Розглянемо вплив дотичного напруження т для випадку  $\tilde{K} = 5$  та  $\delta = -0.5$ . При цьому будемо варіювати відношення  $\gamma = E_2/E_1$ . Модуль Юнга для верхньої матриці приймаємо  $E_1 = 3000$  МПа.

У результаті числового аналізу отримано, що максимальне нормальне напруження  $\sigma_{yy}$  при збільшені  $\gamma$ змінюється від  $2.12\sigma_r$  до  $1.28\sigma_r$ . При цьому, зменшується кривина графіка, який поступово спадає при віддаленні від вершини тріщини (рис. 13). Вже на відстані 25 h/2для всіх відношень модулів пружності напруження  $\sigma_{yy}$ збігаються.

Для однакових матеріалів матриць дотичне напруження  $\sigma_{xy}$  спочатку стрімко зростає до  $0.48\sigma_T$ , потім спадає до значення  $0.44\sigma_T$ . Після цього, воно зростає і на відстані 8.5 h/2 досягає максимуму  $0.485\sigma_T$  і далі плавно спадає (рис. 14). Для інших відношень  $\gamma$ , напруження  $\sigma_{xy}$  стрімко зростає до свого єдиного максимуму, потім спадає до початкового рівня, а далі зберігає практично стале значення.

Як для чистого розтягу, так і за наявності зсувного напруження, збільшення відношення  $\gamma$  веде до зменшення максимального значення нормального напруження та росту довжини зони пластичності (див. табл. 2), і зростання дотичного напруження. Тобто, інтенсивність напружень досягає межі текучості  $\sigma_T$  в результаті збільшення впливу на напружений стан дотичної складової.

Зауважимо, що за наявності дотичного напруження  $\delta = -0.5$  графіки розподілу нормального  $\sigma_{yy}$  і дотичного  $\sigma_{xy}$  напружень для  $\gamma = 10$  та  $\gamma = 50$  повністю збігаються.

#### Таблиця 2

Зміна нормального напруження й довжини зони пластичності

γ	1	2	5	10	50
2x/h	5.60	7.25	11.00	12.75	13.70











Рис. 18

4. Аналіз впливу дотичного напруження (різні  $\delta = \tau/\sigma$ ). Дослідимо тепер зміну поведінки напружень у зоні передруйнування біля правої вершини тріщини в залежності від значення  $\delta = \tau/\sigma$ .

На рис. 15 — рис. 18 показані графіки напружень для випадку  $\tilde{K} = 5$  та  $\gamma = 50$ . Зауважимо, що при збільшенні б:

1) напруження  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xx}$  та  $\sigma_{zz}$  зменшуються не тільки абсолютно, але й відносно прикладеного на нескінченності нормального напруження  $\sigma$ ;

2) різниця між напруженнями  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xx}$  та  $\sigma_{zz}$  зменшується, а при  $\delta=2$  ці напруження майже збігаються;

3) згідно з кривою для інтенсивності напружень  $\sigma_{eqv}$  довжина зони пластичності збільшується від 2.58 h/2 до 73.7 h/2;

4) зменшується вплив компонент  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xx}$  та  $\sigma_{zz}$  на значення інтенсивності напруження  $\sigma_{eqv}$ , а для  $\delta > 1$ , як показано на рис. 17 і рис. 18, воно практично повністю визначається дотичним напруженням.

Для різних відношень модулів пружності матриць у залежності від  $\delta$  на рис. 19 і рис. 21 наведені максимальні значення нормальних  $\sigma_{yy}$  і дотичних  $\sigma_{xy}$  напружень відповідно, а на рис. 20 — довжина зони пластичності. Видно, що:

 максимальні значення нормальних напружень σ<sub>уу</sub> ведуть себе однаково для всіх значень γ (дис. рис. 19).

2) зростання відношення  $\delta$ , тобто зростання зсувного напруження, веде до збільшення довжини зони пластичності  $l_o$ , а також до зменшення впливу відношення модулів пружності матриць на значення довжини зони пластичності. В граничному випадку, для  $\delta$ =-2.0 довжина зони пластичності для всіх значень  $\gamma$  збігається (див. рис. 20);



Рис. 19







3) при збільшенні  $\delta$  зменшується різниця між дотичними напруженнями  $\sigma_{xy}$  для  $\gamma=1$ ,  $\gamma=5$  та  $\gamma=50$ , а при  $\delta=-2.0$  дотичні напруження досягають одного й того ж максимуму незалежно від відношення  $E_{\gamma}E_{\gamma}$  (рис. 21).

Висновки. Розглянута задача для тріщини, що розташована вздовж середньої лінії адгезійного прошарку, який з'єднує два ізотропних пружних матеріали. Матеріал прошарку приймається ідеально пружно-пластичним з межею текучості  $\sigma_{\tau}$  що задовольняє умову текучості за Мізесом. Тіло знаходилось під дією нормальних і дотичних напружень. Для дослідження використовувався метод скінченних елементів. Розглянуто тріщину нульової товщини, а також розріз товщини 0.04*h* із закругленою вершиною. Показано, що для обох випадків отримані результати практично збігаються. Основні результати зводяться до наступного:

1) побудовано розподіл напружень для випадку  $\tilde{K} = 10$ ,  $\tilde{K} = 15$  та  $\tilde{K} = 20$  за дії тільки нормального

напруження **о**. Матеріали матриць приймалися однаковими;

2) досліджено поведінку напружень для випадку нормального розтягу для  $\tilde{K} = 10$  в залежності від відношення модулів пружності нижньої та верхньої матриць;

3) знайдено розподіл напружень за наявності нормального й дотичного напруження на межі тіла для випадку  $\tilde{K} = 5$  та  $\delta = -0.5$ . Встановлена залежність зміни напружень у залежності від відношень  $E_{i}/E_{i}$ ;

4) побудовано розподіл напружень і встановлена залежність при наявності нормального та дотичного напруження на межі тіла для  $\tilde{K} = 5$  при різних відношеннях  $\delta = \tau/\sigma$ .

Отримані результати можна в подальшому використовувати для аналізу можливого розвитку тріщини, що знаходиться між двома ізотропними матеріалами, задаючи на продовжені тріщини отримані закони розподілу напружень.

#### Література

1. Леонов М.Я. Развитие мельчайших трещин в твердом теле / Леонов М.Я., Панасюк В.В.// Прикладная механика. – 1959. Т. 5, №4. – С. 391–401.

2. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits. / / J.Mech. and Phys. Solids. – 1960. – V. 8, №2. – P.100–108.

3. *Каминский А.А.* О модели Дагдейла для трещины на границе раздела различных сред / Каминский А.А., Кипнис Л.А., Колмакова В.А. // Прикладная механика. – 1999. – Т. 35, №1. – С. 63–68.

4. Шевельова А.С. Про моделювання привершинних зон тріщини між двома анізотропними матеріалами // Фізикохімічна механіка матеріалів. – 2000. – №2. – С. 33–40.

5. *Brunner A.J.* A status report on delamination resistance testing of polymer-matrix composites / Brunner A.J., Blackman B.R.K., Davies P. // Eng. Fracture Mech. — 2008. — №75. — P. 2779–2794.

6. *Freed Y.* A new cohesive zone model for mixed mode interface fracture in biomaterial / Freed Y., Banks-Sills L. // Eng. Fracture Mech. – 2008, № 75. – P. 4583–4593.

7. *He M.E.* Interface cracking phenomena in constrained metal layers / He M.E., Evans A.G. and Hutchinson J.W. // Acta mater. – 1996, № 7. – P. 2963–2971.

8. Naghdali Choupani Mixed-mode cohesive fracture of adhesive joints: Experimental and numerical studies // Eng. Fracture Mech. – 2008, № 75. – P. 4363–4382.

9. Pickthall C. Plasticity in constrained layers: model with point forces / Pickthall C., Wang C., Rose L.R.F. // Eng. Fracture Mech. – 2002, № 69. – P. 647–658.

10. *Wang J*. Cohesive-bridge zone model of FRP-concrete interface debonding // Eng. Fracture Mech. – 2007, № 74. – P. 2643–2658.

11. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упругопластического разрушения. – М.: 1976. – 503с.

12. Сиратори М., Миеси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения: Пер. с японск. – М., 1986. – 334 с.

Отримана 14.06.09

O. Voloshko, V. Loboda

Numerical investigation of prefracture zones of crack in adhesive layer between two isotropic materials Dnipropetrovsk National University,

Dnipropetrovsk

Finite element method considered the problem for a plane straincrack, which is located along the midline adhesion layer that connects two isotropic elastic half-space. The material layermade perfectly elastic-plastic with yield point  $\sigma_{T}$ . It is believed that the process of deformation satisfies the condition for the Mises yield stress. The body is under the influence of normal and tangential stresses. Determine the behavior of stresses and the length of the zone of plasticity in the prefracture zone, depending on the different types of loading and properties of matrices.

# Jupopnayis

### 2-а Міжнародна науково-технічна конференція ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ, ВИГОТОВЛЕННЯ І ЕКСПЛУАТАЦІЇ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Присвячена 40-річчю від часу створення ЗНЦ НАН України і МОН України

### Мінісимпозіуми:

«Вплив корозійних та водневмісних середовищ на міцність і руйнування матеріалів та конструкцій», «Стан і перспективи впровадження комп'ютерно-інтегрованого виробництва у машинобудуванні».

21 — 23 жовтня 2010 р., м. Львів, Україна

### Тематика конференції:

Конкурентоспроможність продукції машинобудування України в умовах глобалізації. Автоматизація проектування, підготовки і управління виробництвом. Моделювання механічних систем. Структурно-параметричний синтез і оптимізація машинобудівних конструкцій. Теорія машин і механізмів. Динаміка та міцність машин. Теорія коливань і захист від вібрацій. Матеріалознавство та інженерія поверхні. Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій. Новітні технології у машинобудуванні. Проектування і технологія виготовлення зварних конструкцій. Діагностика та прогнозування залишкового ресурсу конструкцій та споруд тривалої експлуатації. Проектування, технічна експлуатація і сервіс автомобілів.

### Адреса для кореспондування:

а/с 6758, м. Львів, 79058, Україна <u>http://www.znc.com.ua/;</u> e-mail: <u>me@in.lviv.ua</u> Тел.: 38 (032) 297-07-74; 38 (032) 258-23-81; +380 679 998 734