УДК 539.3

ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ В ШАРУВАТИХ ТІЛАХ КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ ЗА ЛІНІЙНОЇ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ КОЕФІЦІЄНТІВ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Розроблено ефективну методику розв'язування одновимірних стаціонарних задач теплопровідності для шаруватих тіл канонічної форми (плоскої, циліндричної, сферичної) за різних способів нагрівання, в тому числі конвективно-променевого, з урахуванням лінійної залежності коефіцієнів теплопровідності від температури. Вона ґрунтується на використанні точних розв'язків відповідних задач при спеціальних граничних умовах і подальшому розв'язуванні, незалежно від кількості шарів, одного або системи двох нелінійних алгебричних рівнянь. Приділено увагу питанню єдиності їхнього розв'язку. Проведено числовий аналіз температурних полів у десятишарових тілах.

шаруватість, пластина, циліндр, куля, конвективно-променеве нагрівання, температурозалежність характеристик, стаціонарне температурне поле

Для прогнозування міцності й надійності неоднорідних елементів конструкцій сучасної техніки, які під час виготовлення та експлуатації перебувають під дією високих температур, важливим є проведення теоретичних розрахунків на основі математичних моделей, що дають змогу найбільш адекватно описати їхнє температурне поле та зумовлений ним термопружний стан. Такими є, зокрема, відповідні нелінійні математичні моделі, які враховують температурну залежність фізико-механічних характеристик матеріалів за конвективного та променевого теплообміну з довкіллям.

Р. Кушнір

Ю. Процюк

Аспірант

м. Львів

Професор, д-р фіз. мат. наук

Інститут прикладних проблем

ім. Я. С. Підстригача НАН України,

механіки і математики

Одновимірні стаціонарні задачі теплопровідності з урахуванням температурозалежності коефіцієнтів теплопровідності для однорідних тіл за конвективного теплообміну розглянуто в [1], за конвективно-променевого теплообміну з урахуванням і температурної залежності коефіцієнтів тепловіддачі — в [2], для порожнистих

циліндрів та кулі з чужорідними включеннями, коли внутрішня і зовнішня поверхні підтримуються при заданій температурі, — в [3, 4]. В [5] побудову наближеного розв'язку одновимірної стаціонарної задачі теплопровідності для *n*-шарового циліндра з лінійною залежністю коефіцієнтів теплопровідності за граничних умов першого роду зведено до розв'язання системи (*n*-1) алгебричних рівнянь. Для визначення одновимірних стаціонарних температурних полів у кусково-однорідних середовищах за теплообміну, що описується нелінійними граничними умовами, без врахування температурозалежності теплофізичних характеристик у [6] отримано систему двох нелінійних алгебричних рівнянь.

Нижче викладено ефективну методику розв'язування в нелінійній постановці одновимірних стаціонарних задач теплопровідності для шаруватих пластин, циліндрів та куль за різних варіантів граничних умов. Постановка задачі. Розглянемо *n*-шарові з поверхнями поділу $x = x_j$ (j=1, n-1) тіла (пластину, циліндр, кулю), однорідні складові частини яких ідеально контактують. Вважатимемо, що кожна з обмежуючих тіла поверхонь $x=x_0$, $x=x_n$ може нагріватися тепловим потоком або шляхом складного теплообміну (конвективного, променевого, конвективно-променевого) чи підримуватися при заданій температурі; температура цих тіл змінюється тільки за товщиною; коефіцієнти теплопровідності, тепловіддачі та чорноти істотно залежать від температури.

У цьому випадку задача теплопровідності буде нелінійною і зведеться до розв'язання системи рівняннь

$$\frac{d}{dx}\left[x^k\lambda_t^{(i)}(t_{ik})\frac{dt_{ik}}{dx}\right] = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де *k*=0,1,2 відповідно для шаруватої пластини, циліндра і кулі, за таких умов контакту на поверхнях поділу:

$$\begin{bmatrix} t_{j+1,k} - t_{jk} \end{bmatrix} \Big|_{x=x_j} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_t^{(j+1)} (t_{j+1,k}) \frac{dt_{j+1,k}}{dx} - \lambda_t^{(j)} (t_{jk}) \frac{dt_{jk}}{dx} \end{bmatrix} \Big|_{x=x_j} = 0 \quad (2)$$

і одного з варіантів граничних умов:

$$1. \ t_{1k} \Big|_{x=x_0} = t_c^-, \ t_{nk} \Big|_{x=x_n} = t_c^+;$$

$$2. \ t_{1k} \Big|_{x=x_0} = t_c^-, \ \lambda_t^{(n)}(t_{nk}) \frac{dt_{nk}}{dx} \Big|_{x=x_n} = q_0^+;$$

$$3. \ t_{1k} \Big|_{x=x_0} = t_c^-, \ \left[\lambda_t^{(n)}(t_{nk}) \frac{dt_{nk}}{dx} + \alpha_n(t_{nk})(t_{nk} - t_c^+) + \right. \\ \left. + \gamma_0 \varepsilon_n(t_{nk}) \left(t_{nk}^- - (t_c^+)^4 \right) \right] \Big|_{x=x_n} = 0;$$

$$4. \ \lambda_t^{(1)}(t_{1k}) \frac{dt_{1k}}{dx} \Big|_{x=x_1} = -q_0; \ \left[\lambda_t^{(n)}(t_{nk}) \frac{dt_{nk}}{dx} + \right. \\ \left. + \alpha_n(t_{nk})(t_{nk} - t_c^+) + \gamma_0 \varepsilon_n(t_{nk})(t_{nk}^4 - (t_c^+)^4) \right] \Big|_{x=x_n} = 0;$$

$$5. \left[\lambda_t^{(1)}(t_{1k}) \frac{dt_{1k}}{dx} + \alpha_1(t_{1k})(t_{1k} - t_c^-) + \right. \\ \left. t_c^- + \gamma_0 \varepsilon_1(t_{1k}) \left(t_{1k}^4 - (t_c^-)^4 \right) \right] \Big|_{x=x_0} = 0, \quad t_{nk} \Big|_{x=x_n} = t_c^+;$$

$$6. \left[\lambda_t^{(1)}(t_{1k}) \frac{dt_{1k}}{dx} + \alpha_1(t_{1k})(t_{1k} - t_c^-) + \right. \\ \left. + \gamma_0 \varepsilon_1(t_{1k}) \left(t_{1k}^4 - (t_c^-)^4 \right) \right] \Big|_{x=x_0} = 0,$$

$$\lambda_{t}^{(n)}(t_{nk}) \frac{dt_{nk}}{dx} \bigg|_{x=x_{n}} = q_{0}^{+};$$

$$7. \left[\lambda_{t}^{(1)}(t_{1k}) \frac{dt_{1k}}{dx} + \alpha_{1}(t_{1k})(t_{1k} - t_{c}^{-}) + \right.$$

$$+ \gamma_{0} \varepsilon_{1}(t_{1k}) \left(t_{1k}^{4} - (t_{c}^{-})^{4} \right) \right] \bigg|_{x=x_{0}} = 0,$$

$$\left[\lambda_{t}^{(n)}(t_{nk}) \frac{dt_{nk}}{dx} + \alpha_{n}(t_{nk})(t_{nk} - t_{c}^{+}) + \right.$$

$$+ \gamma_{0} \varepsilon_{n}(t_{nk}) \left(t_{nk}^{4} - (t_{c}^{+})^{4} \right) \right] \bigg|_{x=x_{n}} = 0.$$

$$(3)$$

Тут $\lambda_{t}^{(i)}(t) = \lambda_{0}^{(i)} \Lambda_{i}(t)$ — коефіцієнти теплопровідності *i*-го шару; $\alpha_{m}(t)$, $\varepsilon_{m}(t)$ (*m*=1, *n*) — коефіцієнти тепловіддачі та чорноти відповідно; t_{c}^{\pm} — температура середовища; γ_{0} — константа випромінювання Стефана — Больцмана.

Зауважимо, що, знехтувавши в умовах конвективнопроменевого нагріву відповідними доданками, отримаємо умови конвективного або променевого нагріву.

Методика розв'язування. Методика розв'язування таких задач полягає в наступному. Спочатку знаходимо точний розв'язок допоміжної задачі: системи рівнянь (1) за умов контакту (2) і граничних умов:

$$\lambda_t^{(1)} \left(t_{1k}^* \right) \frac{d t_{1k}^*}{d x} = -q_{0k} , \quad x = x_0, \quad t_{nk}^* = t_{ck}, \quad x = x_n.$$
(4)

Якщо цей розв'язок знайдено, то далі шукаємо такі значення q_{0k} , t_{ck} , які задовольняють граничні умови вихідної задачі. Для цього підставляємо розв'язок допоміжної задачі в один з варіантів граничних умов (3). У результаті, незалежно від кількості шарів, отримаємо одне, у випадку коли відповідно одна з граничних умов вихідної задачі така ж, як одна з граничних умов (4), або систему двох нелінійних алгебричних рівнянь у протилежному випадку.

Після розв'язання відповідних рівнянь і підстановки знайдених значень q_{0k} , t_{ck} у розв'язок допоміжної задачі отримаємо розв'язок $t_{ik} = t_{ik}^* (q_{0k}, t_{ck}, x)$ задач (1)—(3).

Надалі розглянемо шаруваті тіла, в яких коефіцієнти теплопровідності матеріалів складових лінійно залежать від температури, тобто

$$\Lambda_i(t_{ik}) = 1 + \beta_i t_{ik} . \tag{5}$$

При такій залежності коефіцієнтів теплопровідності точний розв'язок допоміжної задачі відомий [7]. Цей розв'язок, отриманий з використанням змінної Кірхгофа та узагальнених функцій, подамо у вигляді

$$t_{ik}^{*} = t_{ik}^{*} (q_{0k}, t_{ck}, x) = \frac{1}{\beta_i} \left[\sqrt{1 + 2\beta_i \theta_{ik} (q_{0k}, t_{ck}, x)} - 1 \right],$$
(6)

ле

$$\begin{split} \theta_{ik}(q_{0k},t_{ck},x) &= \theta_{ck} - \frac{q_{0k} x_0^k}{\lambda_0^{(1)}} \Big[f_{ik}(x) - f_{ik}(x_n) \Big] - \\ &- \sum_{j=i}^{n-1} F_j \Big[\theta_{j+1,k}(q_{0k},t_{ck},x) \Big] \Big|_{x=x_j} , \\ f_{i0}(x) &= x + \sum_{j=1}^{i-1} H_j \left(x-x_j \right), \ f_{i1}(x) &= \ln x + \sum_{j=1}^{i-1} H_j \ln \frac{x}{x_j} , \\ f_{i2}(x) &= -\frac{1}{x} - \sum_{j=1}^{n-1} H_j \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_j} \right), \ H_j &= \frac{\lambda_0^{(1)}}{\lambda_0^{(j+1)}} - \frac{\lambda_0^{(1)}}{\lambda_0^{(j)}} , \\ F_j \Big[\theta_{j+1,k}(q_{0k},t_{ck},x) \Big] &= \left(1 - \frac{\beta_j}{\beta_{j+1}} \right) \times \\ \times \Bigg\{ \theta_{j+1,k}(q_{0k},t_{ck},x) - \frac{\sqrt{1+2\beta_{j+1}\theta_{j+1,k}(q_{0k},t_{ck},x)} - 1}{\beta_{j+1}} \Bigg] , \\ \theta_{nk}(q_{0k},t_{ck},x_{n-1}) &= \theta_{ck} - \frac{q_{0k} x_0^k}{\lambda_0^{(1)}} \Big[f_{nk}(x_{n-1}) - f_{nk}(x_n) \Big] , \\ \theta_{ik}(q_{0k},t_{ck},x_{i-1}) &= \theta_{ck} - \frac{q_{0k} x_0^k}{\lambda_0^{(1)}} \Big[f_{ik}(x_i) - f_{ik}(x_n) \Big] - \\ - \sum_{j=i+1}^{n-1} F_j \Big[\theta_{j+1,k}(q_{0k},t_{ck},x) \Big] \Big|_{x=x_j} , \ i = n-1, n-2, \dots, 1 . \\ \theta_{ck} &= t_{ck} + \beta_i t_{ck}^2 / 2 . \end{split}$$

Перед тим, як приступати до розв'язання отриманих нелінійних алгебричних рівнянь, будуємо графіки лівих їхніх частин, як функцій шуканих величин. Наявність точок перетину лівої частини з віссю абцис у випадку одного рівняння, та лінії, що належить двом лівим частинам, з площиною, на якій ці ліві частини дорівнюють нулю (площиною z=0 прямокутної системи координат t_{ck} , q_{0k} , z), у випадку двох рівнянь, свідчитиме про існування розв'язків. З можливої множини розв'язків вибираємо ті, що узгоджуються з фізичним змістом шуканої величини.

Для пошуку розв'яку отриманих рівнянь можна використати відомі методи. У подальшому розв'язки одного рівняння знаходили з використанням методу поділу відрізка наполовину, а системи рівнянь — методу Ньютона.

Числові результати. Досліджували розподіл температури у десятишарових пластині, циліндрі та кулі товщиною h=0.06 м, складові яких мають однакову товщину $h_i = h/10$, i=1,10. Складові з номерами i=1,4,7,10виготовлені з вольфраму

$$\left(\lambda_{t}^{(i)}(t_{ik}) = 161.25(1 - 0.0004589t_{ik})\frac{Bm}{M^{0}C}\right)$$

$$\left(\lambda_t^{(i)}(t_{ik}) = 16.8 \left(1 + 0.001145 t_{ik}\right) \frac{Bm}{M^{\circ}C}\right),$$

з номерами і=3,6,9 — зі сталі

$$\left(\lambda_{t}^{(i)}(t_{ik}) = 42.31 \left(1 - 0.0002056 t_{ik}\right) \frac{Bm}{M^{\circ}C}\right)$$

У випадку, коли не враховувалась залежність від температури, коефіцієнти теплопровідності набували значень наведених вище характеристик при $t_{ik} = 0$. Для порожнистих циліндра та кулі $x_0 = 0,02 \text{ м}$, для пластини $x_0 = 0$.

Розглядали способи нагрівання, які відповідають сьомому варіанту граничних умов (3).

1. При нагріванні конвективним теплообміном з однаковими з обох поверхонь коефіцієнтами тепловіддачі приймали $t_c^- = 1400$ °C, $t_c^+ = 20$ °C. Розрахунки проводили як з врахуванням, так і без врахування залежності від температури коефіцієнтів теплопровідності й тепловіддачі. Залежність коефіцієнтів тепловіддачі від температури апроксимували лінійною функцією

$$\alpha_m(t_{mk}) = \left(100 + 2 t_{mk}\right) \frac{Bm}{M^2 {}^{\mathbf{o}}C}.$$
 (7)

Параметри q_{0k} , t_{ck} визначали із системи рівнянь

$$-q_{0k} - \alpha_1 \left(t_{1k}^* \left(q_{0k}, t_{ck}, x_0 \right) \right) \left[t_{1k}^* \left(q_{0k}, t_c, x_0 \right) - t_c^- \right] = 0$$

$$-q_{0k} \left(\frac{x_0}{x_n} \right)^k + \alpha_n \left(t_{nk}^* \left(q_{0k}, t_{ck}, x_n \right) \right) \times$$

$$\times \left[t_{nk}^* \left(q_{0k}, t_{ck}, x_n \right) - t_c^+ \right] = 0.$$
(8)

Графіки лівих частин рівнянь (8) для пластини, як функцій q_{00} , t_{c0} подано на рис. 1. Точці перетину лінії, що



належить двом лівим частинам, з площиною *z*=0 відповідають знайдені чисельно значення

$$t_{c0} = 500.256 \,{}^{\circ}C$$
, $q_{00} = 5.28527 \, \frac{Bm}{M^2}$.

Розподіл температури за товщиною відповідно для пластини, циліндра та кулі подано на рис. 2 — рис. 4. Тут і далі суцільні лінії — сталі коефіцієнти теплопровідності, штрихові — залежні від температури. Криві 1 відповідають

коефіцієнту тепловіддачі (7), 2 —
$$\alpha_m = 2000 \frac{Bm}{M^2 {}^{o}C}$$
, 3 —

$$\alpha_m = 1000 \ \frac{Bm}{M^2 \ {}^{\mathbf{o}}C}, 4 - \alpha_m = 200 \ \frac{Bm}{M^2 \ {}^{\mathbf{o}}C}$$

Аналіз графіків показує, що у приповерхневих областях першого і другого шарів, де найвідчутніший вплив температурної залежності коефіцієнтів теплопровідності на температурне поле, максимальна різниця температур підрахованих без врахування і з врахуванням їхньої температурної залежності не перевищує для пластини 5.2%, для циліндра — 12.2 %, для кулі — 20 %. При цьому, температура, обчислена за сталих коефіцієнтів теплопровідності, в цих областях є вищою, а поза ними вона може бути нижчою.

Якщо температура на зовнішній поверхні першого шару вища у пластині й циліндрі за температурозалеж-







ного, а для кулі — за найбільшого сталого коефіцієнта тепловіддачі, то на зовнішній поверхні останього шару температура в кожному з тіл вища за температурозалежного коефіцієнта тепловіддачі. Різниця температур за таких коефіцієнтів тепловіддачі на цих поверхнях може відрізнятися більш ніж у два рази. При малих значеннях коефіцієнтів тепловіддачі температура по товщині змінюється не істотно.

2. При конвективно-променевому нагріванні приймали

$$\gamma_{0} \varepsilon_{1}(t_{1k}) = \gamma_{0} \varepsilon_{n}(t_{nk}) = \gamma_{0}^{*} = 1.67 \cdot 10^{-8} \frac{Bm}{M^{2} ({}^{\mathbf{o}}C)^{4}},$$
$$t_{c}^{+} = 20 \; {}^{\mathbf{o}}C, \; \alpha_{n} = 2.0 \cdot 10^{5} \frac{Bm}{M^{2} \; {}^{\mathbf{o}}C}.$$

Параметри q_{0k} , t_{ck} визначали із системи рівнянь

$$-q_{0k} - \alpha_{1} \left[t_{1k}^{*} (q_{0k}, t_{c}, x_{0}) - t_{c}^{-} \right] - \gamma_{0}^{*} \left[t_{1k}^{*} (q_{0k}, t_{ck}, x_{0}) - (t_{c}^{-})^{4} \right] = 0,$$

$$-q_{0k} \left(\frac{x_{0}}{x_{n}} \right)^{k} + \alpha_{n} \left[t_{nk}^{*} (q_{0k}, t_{ck}, x_{n}) - t_{c}^{+} \right] + \gamma_{0}^{*} \left[t_{nk}^{*} (q_{0k}, t_{ck}, x_{n}) - (t_{c}^{+})^{4} \right] = 0.$$
(6)

Вплив променевого нагріву відповідно для пластини, циліндра та кулі залежно від коефіцієнта тепловіддачі при $t_c^- = 1400$ °C проілюстровано на рис. 5 — рис. 7, а при

$$\alpha_n = 200 \ \frac{Bm}{M^2 \ ^0 C}$$
 — залежно від температури сере-

довища t_c^- — на рис. 8 — рис. 10.

На рис. 5 — рис. 7 криві 1, 3, 5 побудовані з врахуванням, а криві 2, 4, 6 — без врахування ($\gamma_0^*=0$) променевого нагрівання. Для кривих 1, 2 $\alpha_1 = 2500 \frac{Bm}{M^2 \cdot {}^0C}$;

3, 4 —
$$\alpha_1 = 1000 \ \frac{Bm}{M^2 \cdot {}^{\mathbf{0}}C}$$
, 5, 6 — $\alpha_1 = 200 \ \frac{Bm}{M^2 \cdot {}^{\mathbf{0}}C}$. Ïx

аналіз показує, що зі зменшенням коефіцієнта тепловіддачі, вплив променевого нагріву на температуру поверхні, через яку здійснюється теплообмін, зростає. Різниця температур за меншого коефіцієнта тепловіддачі досягає для пластини — 17.9 %, для циліндра — 17.3 %, для кулі — 16.2 %.

На рис. 8 і рис. 10 криві 1, 3, 5 побудовані з врахуванням, а криві 2, 4, 6 — без врахування $\begin{pmatrix} \gamma \\ \gamma \\ 0 = 0 \end{pmatrix}$ променевого нагрівання. Криві 1, 2 відповідають $t_c^- = 1400$ °C; 3, 4 —

















 $t_c^- = 1050 \ ^{\mathbf{o}}C$; 5, 6 — $t_c^- = 900 \ ^{\mathbf{o}}C$. З аналізу цих графіків випливає, що зі зниженням температури гріючого середо-

випливає, що зі зниженням температури трпочого середовища вплив променевого нагріву зменшується. Максимальна різниця температур, обчислена з врахуванням і без врахування променевого нагрівання, досягає для пластини — 17.5 %, для циліндра — 17.3 %, для кулі — 16.2 %.

Зауважимо, що визначали температурні поля і за інших варіантів граничних умов. При цьому, зокрема, переконалися, що значення теплового потоку, знайдене для шостого варіанту граничних умов, збіглося зі значенням теплового потоку, знайденого у прикладі 2. Висновки. Викладена методика дає змогу з єдиних позицій будувати ефективні розв'язки стаціонарних задач теплопровідності для шаруватих пластин, порожнистих циліндрів та куль для широкого спектру граничних умов, включно з умовами конвективно-променевого теплообміну, з урахуванням температурної залежності коефіцієнтів тепловіддачі і чорноти та лінійної залежності від температури коефіцієнтів теплопровідності.

Температура, обчислена з урахуванням температурної залежності коефіцієнтів теплопровідності та тепловіддачі, може істотно відрізнятися від обчисленої за сталих відповідних коефіцієнтів.

Променеве нагрівання найістотніше вплинуло при меншому коефіцієнті тепловіддачі та вищій температурі середовища.

Література

1. Беляев Н.М., Рядно А.В. Основы теплоперадачи. — К.: Выща шк., 1989. — 343 с.

2. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Нелінійна прикладна термомеханіка. — К.: НМЦ ВО МОНЦ, 2000. — 280 с.

3. *Коляно Ю.М.* Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. — К.: Наук. думка. 1992. — 280 с.

4. Семерак Ф.В., Сікора О.В., Іваник Є.Г. Термопружність термочутливої порожнистої анізотропної кулі з тонким чужорідним включенням // Мат. методи та фіз.мех. поля. — 1999. — **42**, №1. — С. 100—107.

5. *Попович В.С., Федай Б.Н.* Осесимметричная задача термоупругости многослойной термочувствительной трубы. Мат.методи та фіз.- мех.поля. — 1996. — **39**, №1. — С. 97—103.

6. *Березовський А.А. Шувар Р.А.* Нелинейные одномерные стационарные задачи теплопроводности в кусочно-однородных средах. Начально-краевые задачи теплопроводности (Препринт / АН УССР. Ин-т математики № 87.43). — К., 1987. — 59 с.

7. Процюк Б. В. Моделювання та визначення з використанням побудованих функцій Гріна термопружного стану шаруватих тіл / Автореф. дис. ... докт. фіз.-мат. наук. — Львів, 2006. — 40 с.

Отримана 20.03.2008

R. Kushnir, J. Protsiuk

Temperature fields in layered canonical bodies at linear temperature dependence of heat conduction coefficients Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv

An effective procedure for solution of one-dimensional stationary heat conduction problems has been developed for layered bodies of canonical form (plate, cylindrical, spherical) under different ways of heating, convective – radial including, considering linear dependence of heat conduction coefficients on temperature. It is based on utilization the exact solutions to the corresponding pro-blems under special boundary conditions and subsequent solution(regardless of the number of layers) of one or a system of two non-linear algebraic equations. The attention has been paid

to the uniqueness of this solution. The numerical analysis of

temperature fields in ten-layer bodies has been carried out.

²í ôî ðì àö³ÿ

WIND TURBINE WAKES

20 October 2009 — 22 October 2009 Universidad Politécnica de Madrid, Spain

Information

Wind turbine wakes are an interesting topic of study, because the momentum deficit and the increased level of turbulence created by turbines in a wind farm may cause a reduction in power output and an increase in unsteady and fatigue loads on downstream located machines. Besides, a good knowledge of the aerodynamics in the near wake is essential to understand the physics of power extraction by wind turbines. The topics to be addressed will include:

Numerical models of wind turbine wakes - single wakes as well as multiple wakes in wind farms. Turbulence closure models. Actuator disk and actuator line models. Experimental work, based on both wind tunnel experiments and full scale field experiments. Flow visualization. Tip vortex properties. Characteristics of the added turbulence created in the wake. Influence of atmospheric stability. Influence of topography. Wake meandering. Fatigue and loads. Offshore wind farms. Strategies for control based on wind turbine wakes.

Contact

Prof. Antonio Crespo Departamento de Ingenieria Energetica y Fluidomecanica E.T.S.I. Industriale Universidad Politecnica de Madrid Jose Gutierrez Abascal, 228006 Madrid, Spain phone: +34 91 336 3152; fax: +34 91 336 3006 email: <u>crespo@etsii.upm.es</u>