

В. Палюх

Національний університет
«Львівська політехніка»,
м. Львів

УДК 621.43:629.114.5

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ КОЛИВАНЬ СИЛОВОГО АГРЕГАТУ КОЛІСНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

*І тавіаага і доаі доє-фа і тааеу і дїнодїаеб еїеаагу пееїаїаї аадаааоб с
одаооааїгуї еїаї ааїі доде-їеб да ³адо³еїеб аеапоеаїноае, і доаїї-аеїеїадеаїеб
іадаї дод³а аеаї аї о³а і³аа³не. Аїне³аааї³ і дїнодїа³ еїеааїгу пееїаїаї аадаааоб,
аеееееаї³ дїаїоїр ааеаоїа аїоод³оїуїаї саїдаїїгу, пееаї е ³адо³, уе³ аеїеаїроу
і³а -аї дїсаїїо -е ааеуї оааїгу одаїїїдоїаї саїао, да а³адо³уї е еоїтаа,
сїї іаеаїеї е іадо³аїноуї е аїдїае.*

силовий агрегат, просторові коливання, математичне моделювання, динамічні навантаження

Сучасний розвиток колісних транспортних засобів характеризується зростанням вимог до автомобілів та автобусів як за техніко-економічними, так і за ергономічними показниками. Збільшення потужності двигунів і зростання швидкостей руху транспортних засобів призводять до посилення динамічної взаємодії силових агрегатів з несучими конструкціями. Покращання динамічних характеристик автомобіля чи автобуса істотно відбивається на силах, що сприймають елементи підвіски силового агрегату в нестационарних режимах роботи машини. Зростання швидкості руху істотно впливає як на частотний діапазон кінематичного збурення коливань механічної системи, так і на амплітуди вібрацій. У результаті динамічної взаємодії елементів транспортного засобу зростають рівні вібрацій сидінь, збільшується втомлюваність водія, що призводить до зниження його працездатності і негативно впливає на безпеку руху.

Оскільки вібраційний стан силового агрегату значною мірою визначає характеристики коливань усієї механічної системи, дослідженням динаміки силових агрегатів приділяється велика увага [1 — 5]. У відомих математичних моделях вібраційних процесів силовий агрегат розгляда-

ють як тверде тіло, що здійснює коливання у вертикальному напрямі, у вертикальній поздовжній площині симетрії або у просторі. Основними чинниками збурення коливань вважають динамічну незрівноваженість колінчастого вала й кривошипо-повзунних механізмів, нерівність дорожнього покриття та нерівномірність руху транспортного засобу. Для дослідження вібрацій силового агрегату, зумовлених динамічною незрівноваженістю елементів двигуна, використовують просторові розрахункові моделі [5]. Однак взаємодію агрегату з несучою конструкцією, обумовлену рухом автомобіля чи автобуса дорогою з нерівностями, аналізують на основі застосування спрощених ланцюгових або плоских моделей [1, 2, 5] з огляду на те, що амплітуди вертикальних коливань кузова і агрегату є найбільшими. У працях [1, 2] розглянуті спільно коливання елементів транспортного засобу у вертикальній площині і динамічні явища в трансмісії.

У цій статті ставиться за мету побудова узагальненої математичної моделі просторових коливань силового агрегату з урахуванням дії усіх перелічених збудників вібрацій та проведення порівняльного аналізу впливу цих збудників на сили в елементах підвіски силового агрегату.

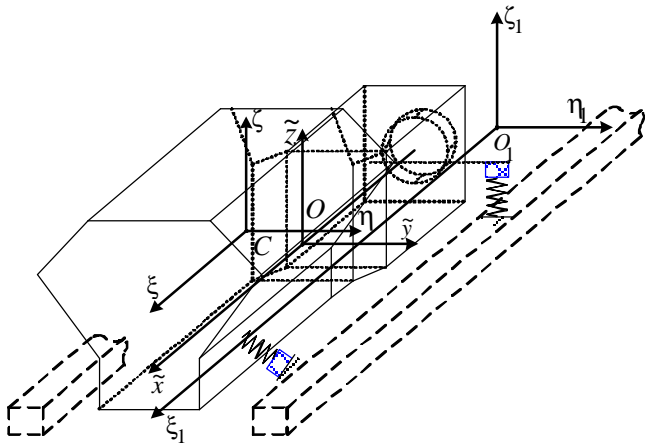


Рис. 1. Геометрична модель силового агрегату

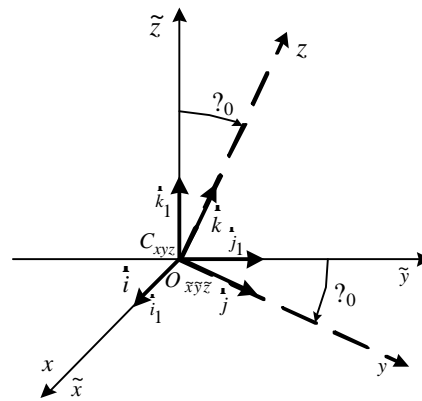


Рис. 2. Розміщення систем координат $Cxyz$ та $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$

Під час розв'язування задачі прийняті припущення про абсолютну жорсткість силового агрегату і рами автомобіля та про незмінність положення центра мас і значень моментів інерції агрегату [5]. Вважатимемо, що амортизатори розміщені симетрично відносно поздовжньої вертикальної площини і працюють одночасно на стиск і на зсув.

1. Математична модель просторових коливань силового агрегату. Положення силового агрегату в просторі визначається за допомогою декартових систем координат (рис. 1): трьох нерухомих — $O_1\xi_1\eta_1\zeta_1$, $C\xi\eta\zeta$, $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ та рухомої $Cxyz$, жорстко пов'язаної з тілом. Початок систем координат $C\xi\eta\zeta$ та $Cxyz$ знаходиться у центрі мас агрегату — в точці C .

Приймаємо, що силовий агрегат є симетричним тілом відносно вертикальної площини $O\tilde{x}\tilde{z}$ і напрямні осей системи $C\xi\eta\zeta$ збігаються з напрямками головних осей інерції силового агрегату в початковому положенні. Осі системи $O_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ паралельні відповідним осям системи $C\xi\eta\zeta$. Виходячи з будови підвіски, вважаємо, що геометричні параметри силового агрегату визначені у системі $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$. Динамічна реакція кожної з пружних опор має дві складові — осьову R_{\parallel} та поперечну R_{\perp} :

$$R_{\parallel} = c_{\parallel}u_{\parallel} + \beta_{\parallel}\dot{u}_{\parallel}, \quad R_{\perp} = c_{\perp}u_{\perp} + \beta_{\perp}\dot{u}_{\perp}.$$

Тут c_{\parallel} й c_{\perp} — осьова й поперечна жорсткості амортизаторів; β_{\parallel} й β_{\perp} — осьовий і поперечний коефіцієнти в'язкого тертя; u_{\parallel} й u_{\perp} — поздовжня та поперечна деформації амортизаторів.

Для визначення координат силового агрегату в осях $C\xi\eta\zeta$ складаємо матрицю A переходу від базису $i_1j_1k_1$ до ijk (рис. 2):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 \\ 0 & -\sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Знаходимо закон перетворення координат точок для переходу від однієї декартової системи координат до іншої:

$$\begin{aligned} x_i &= \tilde{x}_i - x_c; & y_i &= (\tilde{y}_i - y_c) \cos \alpha_0 - (\tilde{z}_i - z_c) \sin \alpha_0; \\ z_i &= (\tilde{y}_i - y_c) \sin \alpha_0 + (\tilde{z}_i - z_c) \cos \alpha_0. \end{aligned} \quad (2)$$

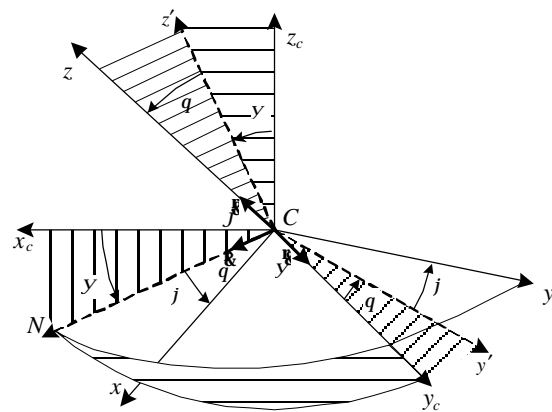


Рис. 3. Системи координат для побудови рівнянь коливань силового агрегату

Тут x_c, y_c, z_c — координати центра мас силового агрегату у системі $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$; α_0 — кут повороту осей системи координат $Cxyz$ відносно $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$.

З умови симетрії закріплення опор випливає, що кожній точці закріплення $M_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i)$ відповідає точка M_j з координатами $(\tilde{x}_i, -\tilde{y}_i, \tilde{z}_i)$ і, якщо напрямні косинуси i -тої опори рівні $\cos \tilde{\alpha}_i, \cos \tilde{\beta}_i, \cos \tilde{\gamma}_i$, то для j -тої опори вони становлять $\cos \tilde{\alpha}_i, -\cos \tilde{\beta}_i, \cos \tilde{\gamma}_i$. З системи рівнянь (2) можна зробити висновок: якщо координатами i -тої точки в системі $Cxyz$ є x_i, y_i, z_i , то координатами симетричної j -тої точки будуть $x_i, -y_i, z_i$.

Напрямні косинуси одиничного вектора \hat{n}_i у системі $Cxyz$ визначаються з урахуванням його напрямних косинусів у системі $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ ($\cos \tilde{\alpha}_i, \cos \tilde{\beta}_i, \cos \tilde{\gamma}_i$) та матриці переходу (1):

$$\begin{aligned} \cos \alpha_i &= \cos \tilde{\alpha}_i; & \cos \beta_i &= \cos \alpha_0 \cos \tilde{\beta}_i - \sin \alpha_0 \cos \tilde{\gamma}_i; \\ \cos \gamma_i &= \sin \alpha_0 \cos \tilde{\beta}_i + \cos \alpha_0 \cos \tilde{\gamma}_i. \end{aligned} \quad (3)$$

З системи (3) видно, що коли напрямні косинуси i -тої опори дорівнюють $\cos \tilde{\alpha}_i, \cos \tilde{\beta}_i, \cos \tilde{\gamma}_i$, їхні значення для j -тої опори становлять $\cos \tilde{\alpha}_i, -\cos \tilde{\beta}_i, \cos \tilde{\gamma}_i$.

Взаємна орієнтація осей нерухомої $C\xi\eta\zeta$ і рухомої $Cxyz$ систем координат визначається кутами Ейлера-Кривога φ, ψ, θ (рис. 3).

За схемою рівняння Лагранжа другого роду з урахуванням симетрії механічної системи і малості куткових переміщень силового агрегату отримуємо рівняння руху агрегату в такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 & M_{\xi c} \ddot{\xi}_c + g_{\xi\xi} \dot{\xi}_c + g_{\xi c} \dot{\xi}_c + g_{\xi\psi} \dot{\psi} + \gamma_{\xi\xi} \xi_c + \\
 & + \gamma_{\xi c} \xi_c + \gamma_{\xi\psi} \psi = M S_1^2 \cos \alpha_0 - M S_2^2 \sin \alpha_0; \\
 & M_{\eta c} \ddot{\eta}_c + g_{\eta\eta} \dot{\eta}_c + g_{\eta\varphi} \dot{\varphi} + g_{\eta\theta} \dot{\theta} + \gamma_{\eta\eta} \eta_c + \gamma_{\eta\varphi} \varphi + \gamma_{\eta\theta} \theta = 0; \\
 & M_{\zeta c} \ddot{\zeta}_c + g_{\zeta\xi} \dot{\xi}_c + g_{\zeta c} \dot{\xi}_c + g_{\zeta\psi} \dot{\psi} + \gamma_{\zeta\xi} \xi_c + \\
 & + \gamma_{\zeta c} \xi_c + \gamma_{\zeta\psi} \psi = M S_1^2 \sin \alpha_0 - M S_2^2 \cos \alpha_0; \\
 & C_{\varphi} \ddot{\varphi} + g_{\varphi\eta} \dot{\eta}_c + g_{\varphi\varphi} \dot{\varphi} + g_{\varphi\theta} \dot{\theta} + \gamma_{\varphi\eta} \eta_c + \gamma_{\varphi\varphi} \varphi + \gamma_{\varphi\theta} \theta = m(t) \sin \alpha_0; \\
 & B_{\psi} \ddot{\psi} + g_{\psi\xi} \dot{\xi}_c + g_{\psi c} \dot{\xi}_c + g_{\psi\psi} \dot{\psi} + \gamma_{\psi\xi} \xi_c + \\
 & + \gamma_{\psi c} \xi_c + \gamma_{\psi\psi} \psi = \varphi m(t) \cos \alpha_0 - \theta m(t) \sin \alpha_0 - B \ddot{\varphi}; \\
 & A_{\theta} \ddot{\theta} + g_{\theta\eta} \dot{\eta}_c + g_{\theta\varphi} \dot{\varphi} + g_{\theta\theta} \dot{\theta} + \gamma_{\theta\eta} \eta_c + \gamma_{\theta\varphi} \varphi + \gamma_{\theta\theta} \theta = m(t) \cos \alpha_0. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Коефіцієнти системи рівнянь (4) мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 g_{\xi\xi} &= \sum_{i=1}^n b_{\perp i} + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos^2 \alpha_i; \\
 g_{\eta\eta} &= \sum_{i=1}^n b_{\perp i} + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos^2 \beta_i; \\
 g_{\eta\eta} &= \sum_{i=1}^n b_{\perp i} + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos^2 \gamma_i; \\
 g_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^n b_{\perp i} (x_i^2 + y_i^2) + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) (x_i \cos \beta_i - y_i \cos \alpha_i)^2; \\
 g_{\psi\psi} &= \sum_{i=1}^n b_{\perp i} (z_i^2 + x_i^2) + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) (z_i \cos \beta_i - x_i \cos \alpha_i)^2; \\
 g_{\theta\theta} &= \sum_{i=1}^n b_{\perp i} (y_i^2 + z_i^2) + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) (y_i \cos \beta_i - z_i \cos \alpha_i)^2; \\
 g_{\zeta\xi} &= g_{\xi\xi} = \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos \alpha_i \cos \gamma_i; \\
 g_{\psi\xi} &= g_{\xi\psi} = \sum_{i=1}^n b_{\perp i} z_i + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos \alpha_i (z_i \cos \alpha_i - x_i \cos \gamma_i); \\
 g_{\eta\varphi} &= g_{\varphi\eta} = \sum_{i=1}^n b_{\perp i} x_i + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos \beta_i (x_i \cos \beta_i - y_i \cos \alpha_i); \\
 g_{\eta\theta} &= g_{\theta\eta} = - \sum_{i=1}^n b_{\perp i} z_i + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos \gamma_i (y_i \cos \gamma_i - z_i \cos \beta_i); \\
 \gamma_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^n c_{\perp i} (x_i^2 + y_i^2) + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) (x_i \cos \beta_i - y_i \cos \alpha_i)^2; \\
 \gamma_{\psi\psi} &= \sum_{i=1}^n c_{\perp i} (x_i^2 + y_i^2) + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) (x_i \cos \gamma_i - z_i \cos \alpha_i)^2;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_{\theta\theta} &= \sum_{i=1}^n c_{\perp i} (y_i^2 + z_i^2) + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) (y_i \cos \gamma_i - z_i \cos \beta_i)^2; \\
 \gamma_{\zeta\xi} &= g_{\xi\xi} = \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos \alpha_i \cos \gamma_i; \\
 \gamma_{\psi\xi} &= \gamma_{\xi\psi} = \sum_{i=1}^n c_{\perp i} z_i + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos \alpha_i (z_i \cos \alpha_i - x_i \cos \gamma_i); \\
 \gamma_{\eta\varphi} &= g_{\varphi\eta} = \sum_{i=1}^n c_{\perp i} x_i + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos \beta_i (x_i \cos \beta_i - y_i \cos \alpha_i); \\
 \gamma_{\eta\theta} &= \gamma_{\theta\eta} = - \sum_{i=1}^n c_{\perp i} z_i + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos \beta_i (y_i \cos \gamma_i - z_i \cos \beta_i); \\
 \gamma_{\zeta\psi} &= \gamma_{\psi\zeta} = - \sum_{i=1}^n c_{\perp i} x_i + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos \gamma_i (z_i \cos \alpha_i - x_i \cos \gamma_i); \\
 \gamma_{\varphi\theta} &= \gamma_{\theta\varphi} = - \sum_{i=1}^n c_{\perp i} z_i x_i +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) (y_i \cos \gamma_i - z_i \cos \beta_i) (x_i \cos \beta_i - y_i \cos \alpha_i); \\
 g_{\zeta\psi} &= g_{\psi\zeta} = - \sum_{i=1}^n b_{\perp i} x_i + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) \cos \gamma_i (z_i \cos \gamma_i - z_i \cos \beta_i); \\
 g_{\varphi\theta} &= g_{\theta\varphi} = - \sum_{i=1}^n b_{\perp i} x_i z_i + \\
 & + \sum_{i=1}^n (b_{\parallel i} - b_{\perp i}) (z_i \cos \beta_i - y_i \cos \gamma_i) (y_i \cos \alpha_i - x_i \cos \beta_i); \\
 \gamma_{\xi\xi} &= \sum_{i=1}^n c_{\perp i} + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos^2 \alpha_i; \\
 \gamma_{\eta\eta} &= \sum_{i=1}^n c_{\perp i} + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos^2 \beta_i; \\
 \gamma_{\zeta\xi} &= \sum_{i=1}^n c_{\perp i} + \sum_{i=1}^n (c_{\parallel i} - c_{\perp i}) \cos^2 \gamma_i. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Для визначення власних частот коливань силового агрегату розглядаємо однорідну систему диференціальних рівнянь, що отримується з (4) за умови, що праві частини рівнянь дорівнюють нулю.

Система (4) розпадається на дві незалежні підсистеми, розв'язки яких подаємо у вигляді:

$$\begin{aligned}
 \xi_c &= C_1 e^{\lambda t}; \zeta_c = C_2 e^{\lambda t}; \psi_c = C_3 e^{\lambda t}; \\
 \eta_c &= C_4 e^{\lambda t}; \varphi_c = C_5 e^{\lambda t}; \theta_c = C_6 e^{\lambda t}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

де $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ — невідомі сталі коефіцієнти, а λ — сталий параметр.

Підставляючи (6) у рівнянь вільних коливань, отримуємо два частотних рівняння:

$$\begin{vmatrix} M\lambda^2 + g_{\xi\xi}\lambda + \gamma_{\xi\xi} & g_{\xi\zeta}\lambda + \gamma_{\xi\zeta} & \gamma_{\xi\psi} + g_{\xi\psi}\lambda \\ g_{\zeta\xi}\lambda + \gamma_{\zeta\xi} & M\lambda^2 + g_{\zeta\zeta}\lambda + \gamma_{\zeta\zeta} & \gamma_{\zeta\psi} + g_{\zeta\psi}\lambda \\ g_{\psi\xi}\lambda + \gamma_{\psi\xi} & g_{\psi\zeta}\lambda + \gamma_{\psi\zeta} & B\lambda^2 + g_{\psi\psi}\lambda + \gamma_{\psi\psi} \end{vmatrix} = 0; \quad (7)$$

$$\begin{vmatrix} M\lambda^2 + g_{\eta\eta}\lambda + \gamma_{\eta\eta} & g_{\eta\phi}\lambda + \gamma_{\eta\phi} & \gamma_{\eta\theta} + g_{\eta\theta}\lambda \\ g_{\phi\eta}\lambda + \gamma_{\phi\eta} & C\lambda^2 + g_{\phi\phi}\lambda + \gamma_{\phi\phi} & \gamma_{\phi\theta} + g_{\phi\theta}\lambda \\ g_{\theta\eta}\lambda + \gamma_{\theta\eta} & g_{\theta\phi}\lambda + \gamma_{\theta\phi} & A\lambda^2 + g_{\theta\theta}\lambda + \gamma_{\theta\theta} \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Власні частоти механічної системи визначаються уявними частинами спряжених комплексних коренів рівнянь (7) і (8).

2. Збурення коливань силового агрегату та визначення динамічних сил в опорах. Основними чинниками, що збурюють коливання силового агрегату автомобіля, є: моменти, викликані роботою двигуна, і незрівноважені сили інерції рухомих елементів кривошипно-повзунного механізму; вібрації основи (рами) силового агрегату, викликані нерівністю профілю дорожнього покриття; сили інерції, що виникають під час гальмування та розгону автомобіля.

Відповідно до припущень, прийнятих у працях [1, 3], змінну складову перекидного моменту двигуна автомобіля сімейства ЛАЗ подамо у вигляді

$$m(t) = H \sin \omega t, \quad (9)$$

де $\omega = \pi n / 15$, n — частота обертання колінчастого вала двигуна (хв^{-1}).

Для двигуна ЯМЗ-238 $n_{\min} = 600 \text{ хв}^{-1}$, $n_{\max} = 2200 \text{ об/хв}$ і, як наслідок, $40\pi \leq \omega \leq 400\pi/3$.

Припускаючи, що кузов автомобіля здійснює коливання у вертикальній площині, його рух описуємо залежностями:

$$z_0 = \tilde{A}_j \sin(\nu t + \delta_1) + \tilde{D}_j, \quad \tilde{\varphi} = \tilde{A}_a \sin(\nu t + \delta_2) + \tilde{D}_2. \quad (10)$$

Тут $\nu = 2\pi v / L_{\text{нер}}$, $L_{\text{нер}}$ — довжина нерівностей; n — швидкість руху автомобіля.

Для аналізу динамічних процесів величини \tilde{A}_j та \tilde{D}_j задаємо такими, що відповідають руху транспортного засобу дорогою з висотою перешкод 0,025 м та їх довжиною 0,75 м.

Пришвидшення автомобіля \ddot{z}_1 у перехідному режимі руху набуває значень

$$-kg \leq \ddot{z}_1 \leq kg, \quad (11)$$

де g — пришвидшення вільного падіння ($g = 9,8 \text{ м/с}^2$); k — коефіцієнт максимального пришвидшення, здебільшого, $k < 5$.

Розглянуті чинники враховуємо у дослідженні динаміки силового агрегату. Під час вібрацій агрегату в опорах його підвіски виникають динамічні сили. Оскільки амортизатори працюють одночасно на зсув і на стиск, динамічні реакції пружних опор мають дві складові: осьову

$$\mathbf{R}_{\perp i} = -C_{\perp i} \dot{U}_{\perp i} - b_{\perp i} \ddot{U}_{\perp i} \quad (12)$$

та поперечну

$$\mathbf{R}_{\perp i} = -C_{\perp i} \dot{U}_{\perp i} - b_{\perp i} \ddot{U}_{\perp i}. \quad (13)$$

Оскільки сили $\dot{\mathbf{R}}_{\perp i}$ та $\ddot{\mathbf{R}}_{\perp i}$ взаємно перпендикулярні, то їхня рівнодія

$$R_i = \sqrt{R_{\perp i}^2 + R_{\parallel i}^2}. \quad (14)$$

З урахуванням (12) — (14) отримуємо

$$R_i = \sqrt{C_{\perp i}^2 U_{\perp i}^2 + b_{\perp i}^2 \ddot{U}_{\perp i}^2 + 2C_{\perp i} b_{\perp i} \dot{U}_{\perp i} \ddot{U}_{\perp i} + C_{\parallel i}^2 U_{\parallel i}^2 + b_{\parallel i}^2 \ddot{U}_{\parallel i}^2 + 2C_{\parallel i} b_{\parallel i} \dot{U}_{\parallel i} \ddot{U}_{\parallel i}}. \quad (15)$$

Тут позначено:

$$U_{\parallel i} = (\xi_c - \phi y_i + \psi z_i) \cos \alpha_i + (\eta_c + \phi x_i - \theta z_i) \cos \beta_i + (\zeta_c - \psi x_i + \theta y_i) \cos \gamma_i;$$

$$\ddot{U}_{\parallel i} = (\ddot{\xi}_c - \ddot{\phi} y_i + \ddot{\psi} z_i) \cos \alpha_i + (\ddot{\eta}_c + \ddot{\phi} x_i - \ddot{\theta} z_i) \cos \beta_i + (\ddot{\zeta}_c - \ddot{\psi} x_i + \ddot{\theta} y_i) \cos \gamma_i;$$

$$U_{\perp i}^2 = [A_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i) - B_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - C_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i]^2 + [B_i (\cos^2 \alpha_i + \cos^2 \gamma_i) - A_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - C_i \cos \beta_i \cos \gamma_i]^2 + [C_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \alpha_i) - A_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i - B_i \cos \beta_i \cos \gamma_i]^2;$$

$$\ddot{U}_{\perp i}^2 = [\ddot{A}_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i) - \ddot{B}_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - \ddot{C}_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i]^2 + [\ddot{B}_i (\cos^2 \alpha_i + \cos^2 \gamma_i) - \ddot{A}_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - \ddot{C}_i \cos \beta_i \cos \gamma_i]^2 + [\ddot{C}_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \alpha_i) - \ddot{A}_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i - \ddot{B}_i \cos \beta_i \cos \gamma_i]^2;$$

$$\mathbf{R}_{\perp i} \ddot{U}_{\perp i} = [A_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i) - B_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - C_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i] \times [\ddot{A}_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i) - \ddot{B}_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - \ddot{C}_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i] + [B_i (\cos^2 \alpha_i + \cos^2 \gamma_i) - \ddot{A}_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - \ddot{C}_i \cos \beta_i \cos \gamma_i] \times [\ddot{B}_i (\cos^2 \alpha_i + \cos^2 \gamma_i) - \ddot{A}_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - \ddot{C}_i \cos \beta_i \cos \gamma_i] + [C_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \alpha_i) - \ddot{A}_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i - \ddot{B}_i \cos \beta_i \cos \gamma_i] \times [\ddot{C}_i (\cos^2 \beta_i + \cos^2 \alpha_i) - \ddot{A}_i \cos \alpha_i \cos \gamma_i - \ddot{B}_i \cos \beta_i \cos \gamma_i];$$

$$A_i = \xi_c - \phi y_i + \psi z_i; \quad \ddot{A}_i = \ddot{\xi}_c - \ddot{\phi} y_i + \ddot{\psi} z_i;$$

$$B_i = \eta_c + \phi x_i - \theta z_i; \quad \ddot{B}_i = \ddot{\eta}_c + \ddot{\phi} x_i - \ddot{\theta} z_i;$$

$$C_i = \zeta_c - \psi x_i + \theta y_i; \quad \ddot{C}_i = \ddot{\zeta}_c - \ddot{\psi} x_i + \ddot{\theta} y_i. \quad (16)$$

3. Аналіз динамічних сил в опорах силового агрегату. Вплив найважливіших чинників на сили в опорах агрегату розглянемо на прикладі автобуса сімейства ЛАЗ, обладнаного двигуном ЯМЗ-238. Основні інерційні та геометричні характеристики агрегату такі [6]: $M = 1036,45 \text{ кг}$; $A = 307,28 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $B = 317,41 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $C = 66,62 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $x_c = 0,271 \text{ м}$; $z_c = 0,136 \text{ м}$; $\alpha_0 = 11,4^\circ$.

Для визначення динамічних сил в елементах підвіски застосовуємо узагальнену розрахункову модель, в якій передбачена наявність п'яти пружних опор. Перша з них має вертикальну вісь, розташована у поздовжній площині симетрії силового агрегату і розміщена у передній частині. Друга і третя опори також мають вертикальні осі і розташовані в передній частині агрегату симетрично відносно згаданої площини. Четверта і п'ята опори розміщені в задній частині силового агрегату симетрично щодо його вертикальної поздовжньої площини симетрії, а їхні осі розташовані в одній площині, перпендикулярній до поздовжньої площини симетрії, і утворюють гострі кути з вертикаллю. Пружно-дисипативні властивості опор визначаємо з урахуванням їхніх реальних конструкцій. У випадках, коли кількість опор дорівнює трьом або чотирьом, коефіцієнти жорсткості та коефіцієнти в'язкого тертя відсутніх опор задаємо рівними нулю.

Параметри кріплення і характеристики опор підвісок різних конструкцій подані у табл. 1 — табл. 3, де значення координат наведені в метрах, значення коефіцієнтів

Параметри кріплення і характеристики опор п'ятиточкової підвіски

| Параметр | Номер опори | | | | |
|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| \tilde{x} | 0 | 0,348 | -0,348 | 0,212 | 0,212 |
| \tilde{y} | 0,915 | 0,117 | 0,117 | -0,9 | -0,9 |
| \tilde{z} | 0,125 | 0,088 | 0,088 | -0,072 | -0,072 |
| $\tilde{\alpha}$ | 90° | 90° | 90° | 143,5° | 36,5° |
| $\tilde{\beta}$ | 90° | 90° | 90° | 90° | 90° |
| $\tilde{\gamma}$ | 0° | 0° | 0° | 53,5° | 53,5° |
| C_{II} | 146·10 ⁴ | 125·10 ⁴ | 125·10 ⁴ | 55·10 ⁴ | 55·10 ⁴ |
| C_{\perp} | 72·10 ³ | 133·10 ³ | 133·10 ³ | 262·10 ³ | 262·10 ³ |
| b_{II} | 9·10 ² | 8·10 ² | 8·10 ² | 6·10 ² | 6·10 ² |
| b_{\perp} | 8·10 ² | 1,5·10 ² | 1,5·10 ² | 2,3·10 ² | 2,3·10 ² |

жорсткості — в Н/м, а значення коефіцієнтів в'язкого тертя — в Н·с/м.

Динамічні навантаження, зумовлені дією перекидного моменту. Одним з чинників збурення динамічних явищ у механічній системі силового агрегату під час його роботи є періодична зміна перекидного моменту, обумовлена чергуванням робочих ходів поршнів двигуна. Розглянемо результати досліджень, проведених для широкого діапазону частоти збурення $\omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max}$, де $\omega_{min} = 40\pi$, що відповідає мінімальній частоті обертання колінчастого вала двигуна $n_{min} = 600 \text{ хв}^{-1}$; $\omega_{max} = 400\pi/3 \text{ хв}^{-1}$, що відповідає максимальній частоті $n_{max} = 2200 \text{ хв}^{-1}$.

На рис. 4 подані залежності максимальних сил в опорах підвіски R_i ($i = 2, 3, 4, 5$) від частоти обертання колінчастого вала двигуна n для різних значень коефіцієнтів жорсткості опор. Порядковий номер сили відповідає номеру опори. З ростом частоти обертання колінчастого вала сили дещо зменшуються. Така закономірність проявляється у системах з три-, чотири- та п'ятиточковою підвісками. Це пояснюється тим, що двигун працює в зарезонансній зоні. Дослідження показують, що з ростом коефіцієнтів жорсткості опор максимальні сили в опорах збільшуються.

Динамічні навантаження, зумовлені вібраціями кузова. Кінематично збурені коливання силового агрегату досліджувалися у припущенні, що кузов здійснює переміщення у поздовжній площині симетрії за законом (10). Максимальні сили в опорах R_i ($i = 1, 2, 3, 4$) визначалися у широкому діапазоні циклічної частоти збурення ϑ , значення якої задавали рівними $0,5\pi, \pi, 1,5\pi, 2\pi, 5\pi, 10\pi, 15\pi$ рад/с. На рис. 5 наведені приклади залежності максимальних динамічних сил в елементах підвіски від співвідношення дійсного коефіцієнта жорсткості четвертої та п'ятої опор до його еталонного значення. Еталонним вважали таке значення коефіцієнта жорсткості, яке відповідає реальній конструкції опори. Якщо вібрації відбуваються на середніх частотах, то зі збільшенням жорсткості задніх опор сили, як у передніх, так і в задніх опорах зменшуються. У випадку низькочастотних

Таблиця 1

Параметри кріплення і характеристики опор п'ятиточкової підвіски

| Параметр | Номер опори | | | | |
|------------------|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| \tilde{x} | 0 | 0,348 | -0,348 | 0 | 0 |
| \tilde{y} | 0,915 | 0,117 | 0,117 | -0,9 | -0,9 |
| \tilde{z} | 0,125 | 0,088 | 0,088 | -0,21 | -0,21 |
| $\tilde{\alpha}$ | 90° | 90° | 90° | 90° | 90° |
| $\tilde{\beta}$ | 90° | 90° | 90° | 90° | 90° |
| $\tilde{\gamma}$ | 0° | 0° | 0° | 0° | 0° |
| C_{II} | 0 | 125·10 ⁴ | 125·10 ⁴ | 55·10 ⁴ | 0 |
| C_{\perp} | 0 | 133·10 ³ | 133·10 ³ | 262·10 ³ | 0 |
| b_{II} | 0 | 8·10 ² | 8·10 ² | 6·10 ² | 0 |
| b_{\perp} | 0 | 1,5·10 ² | 1,5·10 ² | 2,3·10 ² | 0 |

Таблиця 2

Параметри кріплення і характеристики опор чотириточкової підвіски

| Параметр | Номер опори | | | | |
|------------------|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| \tilde{x} | 0 | 0,348 | -0,348 | 0,212 | 0,212 |
| \tilde{y} | 0,915 | 0,117 | 0,117 | -0,9 | -0,9 |
| \tilde{z} | 0,125 | 0,088 | 0,088 | -0,072 | -0,072 |
| $\tilde{\alpha}$ | 90° | 90° | 90° | 143,5° | 36,5° |
| $\tilde{\beta}$ | 90° | 90° | 90° | 90° | 90° |
| $\tilde{\gamma}$ | 0° | 0° | 0° | 53,5° | 53,5° |
| C_{II} | 0 | 125·10 ⁴ | 125·10 ⁴ | 55·10 ⁴ | 55·10 ⁴ |
| C_{\perp} | 0 | 133·10 ³ | 133·10 ³ | 262·10 ³ | 262·10 ³ |
| b_{II} | 0 | 8·10 ² | 8·10 ² | 6·10 ² | 6·10 ² |
| b_{\perp} | 0 | 1,5·10 ² | 1,5·10 ² | 2,3·10 ² | 2,3·10 ² |

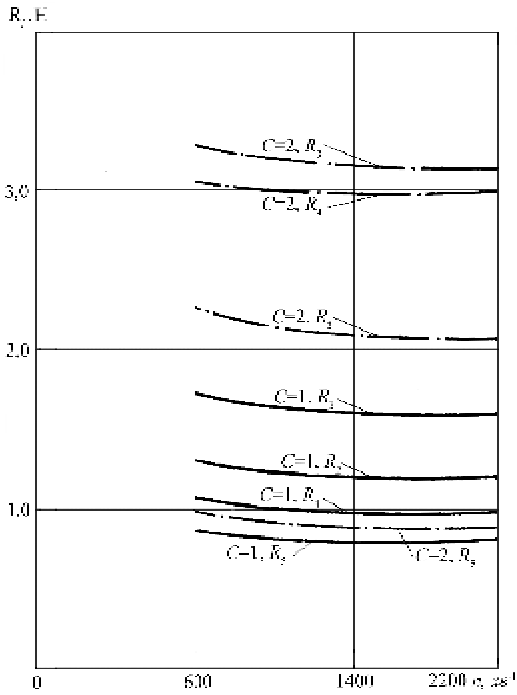


Рис. 4. Динамічні сили в опорах силового агрегату з чотириточковою підвіскою, викликані роботою двигуна

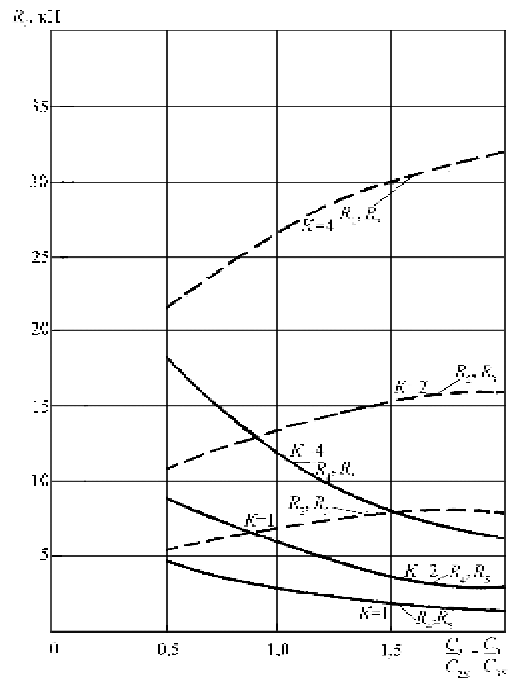


Рис. 6. Динамічні сили в опорах силового агрегату з чотириточковою підвіскою, викликані інерційним навантаженням

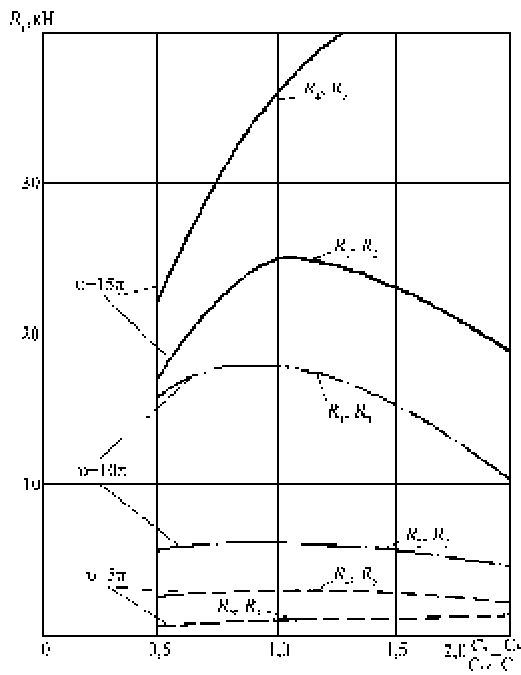


Рис. 5. Динамічні сили в опорах силового агрегату з чотириточковою підвіскою, викликані вібрацією кузова на різних частотах збурення

вібрацій збільшення жорсткості задніх опор приводить до деякого зменшення сил в задніх опорах і збільшення в передніх. Для високочастотних коливань така зміна жорсткісних характеристик пружних елементів спричиняє зменшення динамічних сил в передніх опорах і збільшення в задніх.

Отже, залежність сил у передніх опорах від співвідношення коефіцієнтів жорсткості зі збільшенням частоти коливань переходить від зростаючої до спадної, сил у задніх опорах — від спадної до зростаючої. Високим циклічним частотам вібрацій ($\nu=10\pi \dots 15\pi$ рад/с) притаманні найбільші значення максимальних сил в опорах.

Динамічні навантаження від дії сил інерції. Розглянемо вплив поздовжніх сил інерції силового агрегату, що виникають у нестационарних режимах руху транспортного засобу, на навантаження елементів підвіски. Пришвидження автобуса вважатимемо сталим, а значення коефіцієнта перевантаження $K=1, 2, 3, 4$. Приклади графічних залежностей динамічних сил в опорах агрегату від відношення коефіцієнта жорсткості передніх опор до його еталонного значення $C_{2E} = C_{3E}$ для різних значень коефіцієнта перевантаження наведені на рис. 6.

Як показують дослідження, між максимальними силами опор і коефіцієнтом перевантаження існує залежність, близька до прямопропорційної. Зі зростанням кількості опор сили в опорах зменшуються. Якщо збільшити жорсткість передніх опор, то сили в них зростають, а сили в задніх опорах — зменшуються. У разі збільшення жорсткості задніх опор сили в цих опорах зростають, а сили в передніх опорах — зменшуються.

Особливістю роботи п'ятиточкової підвіски силового агрегату є те, що в ній найбільше навантаження сприймає перша опора. У триточковій та в чотириточковій підвісках найнавантаженишими є друга і третя опори.

Висновки. Побудована математична модель просторових коливань силового агрегату транспортного засобу дає можливість проводити всебічний аналіз впливу основних чинників збурення вібрацій на динамічні сили в елементах підвіски агрегату.

Проведені розрахунки показують, що найістотніший вплив на динамічні сили в опорах агрегату створюють вібрації кузова, обумовлені нерівностями дороги, та інерційні сили, що діють на силовий агрегат у нестационарних режимах руху. Динамічні сили, що виникають в усталеному режимі руху транспортного засобу, можуть перевищувати відповідні статичні сили у понад 18 разів. Зі зростанням частоти збурень ці сили збільшуються. Нестационарні режими руху призводять до появи додаткових динамічних навантажень елементів підвіски силового агрегату, які майже у 8 разів перевищують статичні.

Порівняльний аналіз умов роботи елементів три-, чотири- і п'ятиточкової підвісок силового агрегату показує, що підвіска з чотирма пружними опорами є найбільш раціональною з огляду на значення максимальних динамічних сил та на рівномірність розподілу сил взаємодії агрегату з кузовом транспортного засобу.

Одночасне зменшення жорсткості усіх опор підвіски призводить до зменшення динамічних сил у цих опорах.

З метою уникнення значного розходження між силами в передніх і задніх опорах слід раціонально добирати жорсткості опор. Зменшення жорсткості задніх опор призводить до збільшення розходження в умовах інерційного збурення коливань між силами в передніх і задніх опорах; в умовах вібраційного збурення спостерігається обернена залежність.

Зменшення жорсткостей передніх опор в умовах інерційного збурення призводить до зменшення розбіжності між силами в передніх і задніх опорах; в умовах вібраційного збурення спостерігається обернена картина.

Враховуючи, що під час експлуатації автобуса домінують кінематичні збурення коливань силового агрегату (збурення, що викликані вібрацією кузова), жорсткість передніх опор слід залишити без змін, а жорсткість задніх опор доцільно зменшити приблизно на 25 %.

Література

1. Ломакин В.В. Расчет крутильных колебаний в трансмиссии полноприводного легкового автомобиля при движении по неровным дорогам и оптимизация параметров демпфирующей муфты / В.В. Ломакин, Нгуен Гуй Чьонг // Машиностроение «Известия ВУЗов». — 2008. — №1. — С. 50 – 56.

2. Ломакин В.В. Расчет колебаний силового агрегата автомобиля путем оптимизации параметров его опор / В. В. Ломакин, Нгуен Гуй Чьонг // Известия МГТУ «МАМИ». — 2008. — №1(5). — С. 72 – 79.

3. Горбаха М.М. До питання переобладнання вантажних автомобілів в Україні / М.М. Горбаха // Системні методи керування, технологія та організація виробництва, ремонту і експлуатації автомобілів. — 2002. — С. 65 – 68.

4. Альдайуб Зияд. К вопросу о поиске оптимальных решений для рамы грузового автомобиля на базе уточненных конечно-элементных моделей / Альдайуб Зияд, В.Н. Зузов // Машиностроение «Известия ВУЗов». — 2005. — № 12. — С. 46 – 66.

5. Колебания силового агрегата автомобиля / В.Е. Тольский, Л.В. Корчемный, Г.В. Латышев, Л.М. Минкин. — М. : Машиностроение, 1976. — 266 с.

6. Смерека І.П. Дослідження геометрії мас силового агрегата колісного транспортного засобу / І.П. Смерека, В.М. Палюх // Проектування виробництва, та експлуатація автотранспортних засобів та поїздів. — Вип. 8. — 2004. — С. 96 – 106.

7. Вібрації в техніці: справочник в 6-ти томах / ред. Челомей В. Н. — М. : Машиностроение, 1980. — Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / под ред. Ф.Д. Диметберга и К.С. Коменникова. — 1980. — 544 с.

8. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. / Г. Корн, Т. Корн ; пер. с англ. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна и др. ; под ред. И.Г. Арамановича. — М. : Наука : Глав. ред. физ.-мат. литерат., 1973. — 832 с.

Отримана 12.08.08

V. Palyukh
Mathematical design of spatial vibrations of power aggregate of the wheeled transport vehicle
National University «Lvivska Politechnika»,
Lviv

The mathematical model of spatial vibrations of power aggregate taking into account his geometrical and inertial properties, resilient-dispersion parameters of elements of pendant have been built. The spatial vibrations of power aggregate, caused with a work of internal combustion engine, forces of inertia, arising during acceleration or braking of transport vehicle and with the vibrations of basket, caused with inequalities of road, have been explored.

21 01 01 àö³ÿ

WIND TURBINE WAKES

20 October 2009 — 22 October 2009
Universidad Politécnica de Madrid, Spain

Contact: Prof. Antonio Crespo
Departamento de Ingeniería Energetica y Fluidomecanica E.T.S.I. Industriale
Universidad Politecnica de Madrid
Jose Gutierrez Abascal, 228006 Madrid, Spain
phone: +34 91 336 3152; fax: +34 91 336 3006
email: crespo@etsii.upm.es