

**І. Хоменко**

Доцент, канд. техн. наук,  
Чернігівський державний  
технологічний університет,  
м. Чернігів

**М. Кіндрачук**

Професор, д-р техн. наук,  
Національний авіаційний  
університет України,  
м. Київ

**О. Яхно**

Професор, д-р техн. наук

**А. Кобринець**

Магістрант

Національний технічний  
університет України «КПІ»,  
м. Київ

УДК 621.822.3

## ГІДРОДИНАМІКА ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО РАДІАЛЬНОГО ПІДШИПНИКА КОВЗАННЯ

*Запропонована методика розрахунку показників роботи гідростатодинамічного радіального підшипника ковзання скінченної довжини з джерелом мастила. Обґрунтована потреба в коригуванні функції Зомерфельда-Лойцяньського, розглянуто випадок наявності джерела мастила у зоні мінімальної товщини мастильної плівки. Наведені числові розрахунки.*

підшипник ковзання, мастило, гідродинаміка

Розрахунок радіальних підшипників ковзання, наприклад, в автогакторному машинобудуванні традиційно ведуть за середнім тиском, який створюється зовнішнім навантаженням на площу проекції вкладки підшипника. Цей метод досить простий, але не відповідає сучасним вимогам до розрахунку підшипників ковзання у частині аналізу чинників, які впливають на показники роботи підшипника, їх зміни у процесі зростання зазору при спрацюванні спряження підшипник — вал тощо.

Більш сучасні методи розрахунку підшипників ковзання базуються на гідродинамічній теорії мащення. Проте розрахункові моделі часто ідеалізовані, не враховують реальні умови роботи підшипника. Так у шеститомному довіднику «Вібрації в техніці» під редакцією академіка Челомея В. Н. [1] для визначення тиску  $p$  в шарі мастила у підшипнику за умови, що  $\partial\delta/\partial t = 0$  рекомендоване рівняння Рейнольдса:

$$\frac{\partial}{r\partial\theta}\left(\frac{\delta^3\partial p}{r\partial\theta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\delta^3\partial p}{r\partial z}\right) = 6\mu r\omega\left(\frac{\partial\delta}{r\partial\theta}\right), \quad (1)$$

доповнене інтегральними умовами рівноваги цапфи вала:

$$\int_F p \sin\theta dF = 0; \quad \int_F p \cos\theta dF + W = 0, \quad (2)$$

де  $F$  — робоча область підшипника;  $r$  — радіус цапфи вала;  $\theta$  — кут охоплення цапфи вала мастилом (відраховується від мінімальної товщини шару мастила);  $\delta = c(1 - \chi \cos\theta)$  — змінний зазор у підшипнику;  $c$  — радіальний зазор у спряженні підшипник — вал;  $\chi = \rho/c$  — відносний ексцентриситет вала в підшипнику;  $\rho$  — ексцентриситет вала в підшипнику;  $\mu$  — динамічна в'язкість мастила;  $\omega$  — кутова швидкість вала;  $z$  —

координата, яка відраховується вздовж осі підшипника від його середини;  $W$  — інтенсивність зовнішнього навантаження на вал.

При спільному розв'язуванні рівняння (1) і умов (2) знаходять криву рухомої рівноваги в залежності від  $\chi$  і кута  $\alpha$ , який визначає положення лінії центрів спряження підшипник — вал, а також коефіцієнта завантаженості  $\zeta = q\psi^2 / \mu\omega$  ( $q = W / 2rl$  — питома навантаженість;  $\psi = c / r$  — відносний зазор).

Міждержавним Європейським стандартом МЕСТ ІСО 7902–1 2001 — «Гідродинамічні радіальні підшипники ковзання, які працюють у стаціонарному режимі. Круглоциліндричні підшипники. Метод розрахунку» [2] регламентовані такі характеристики і параметри: число Рейнольдса, при якому забезпечується ламінарний потік мастила в підшипнику; параметр Зомерфельда, який характеризує несучу здатність підшипника; витрати мастила через підшипник; втрати потужності на тертя; параметри теплового балансу.

Основний параметр, за допомогою якого визначають вантажопідйомність підшипника, є параметр Зомерфельда, що відповідає наведеному раніше коефіцієнту завантаженості  $V$ . Використання цього критерію подібності дає можливість зменшити кількість числових розрахунків.

При використанні наведених критеріїв вплив тиску мастила джерела, зміни величини зазору у спряженні підшипник — вал у процесі експлуатації, циркуляційного навантаження від сил інерції, можливого фіксованого положення лінії центрів спряження підшипник — вал тощо на гідродинамічні показники роботи підшипника не враховуються.

Рівняння (1) стосовно підшипників ковзання переважно розв'язують у двох випадках: для підшипника скінченної довжини ( $l > r$ ) і короткого підшипника ( $l \leq r$ ).

У першому випадку спочатку розв'язують плоску задачу (підшипник нескінченної довжини), а потім за допомогою коригувальної функції враховують скінченність довжини підшипника. Тобто, припускають в (1)  $\partial p / \partial z = 0$  і знаходять функцію розподілу тиску для підшипника нескінченної довжини. Першим такий розв'язок рівняння Рейнольдса за умови повного охоплення мастилом цапфи вала отримав у 1904 році Зомерфельд [3]. За тієї ж умови, використовуючи рівняння Нав'є — Стокса, аналогічний розв'язок отримав Лойцяньський [4]. Функція Зомерфельда — Лойцяньського для визначення розподілу тиску по колу підшипника нескінченної довжини має такий вигляд:

$$p(\theta) = \frac{-6\mu U r \chi (2 - \chi \cos \theta) \sin \theta}{c^2 (2 + \chi^2) (1 - \chi \cos \theta)^2}, \quad (3)$$

де  $U = r\omega$  — швидкість точок мастила на поверхні шийки вала.

Графік функції (3) подано на рис. 1 (числові значення на цьому й інших графіках — у системі СІ). Розрахункові параметри:  $\chi = 0.95$ ,  $\mu = 0.01$  Н·с/м<sup>2</sup>,  $c = 0.0002$  м,  $r = 0.035$

м,  $U = 8$  м/с,  $N = 80$ ,  $i = 0 \dots N$ ,  $\theta_i = -\pi + \frac{\pi}{6} i$ , рад.

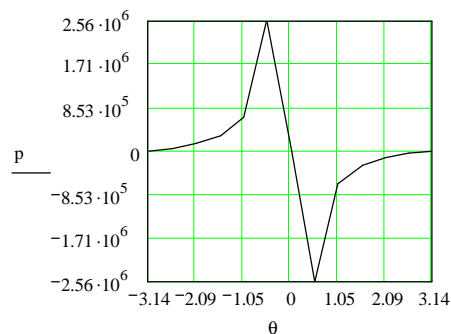


Рис. 1. Розподіл тиску мастила по колу підшипника нескінченної довжини

З наведеного графіка видно, що в інтервалі кутів  $\theta = 0 \dots \pi$  маємо зону від'ємного тиску. Фізично у реальних підшипниках таке явище неможливе: абсолютний тиск не може бути меншим від тиску насиченої пари мастила при робочій температурі; крім цього, через доступ повітря крізь зазори торців підшипника у зоні розрідження в підшипнику не може виникнути тиск, менший за атмосферний. У розрахунках підшипників у вказаній зоні рекомендують приймати тиск рівним нулю [5].

Для визначення рівнодійних гідродинамічних сил, що діють на шип вала, віднесених до одиниці ширини підшипника, слід проінтегрувати функції розподілу тиску по колу підшипника за наступними формулами (інтегрування проводиться у межах додатних значень  $p(\theta)$ ): радіальна

рівнодійна  $F_r = \int_{-\pi}^0 p(\theta) r \cos \theta d\theta$ , дотична —

$$F_\tau = - \int_{-\pi}^0 p(\theta) r \sin \theta d\theta.$$

При інтегруванні виразу (3) у межах  $-\pi \dots \pi$  (повне охоплення цапфи вала мастилом) отримуємо  $F_r = 0$ , а  $F_t = 9.682 \cdot 10^4$  Н/м. Тобто, інтенсивність вантажопідйомності підшипника, згідно з умовами (2),  $W = 9.862 \cdot 10^4$  Н/м. Лінія центрів при цьому горизонтальна, не враховується наявність джерела мастила, межі інтегрування функції (3) протирічать реальним умовам роботи підшипника.

Якщо взяти межі інтегрування функції (3)  $-\pi \dots 0$ , то для прийнятих у статті розрахункових параметрів отримуємо:  $F_r = 9.376 \cdot 10^4$  Н/м,  $F_t = 4.841 \cdot 10^4$  Н/м і  $F = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = 1.055 \cdot 10^5$  Н/м. Тобто, у залежності від вибору меж інтегрування отримуємо істотно різні результати інтенсивності вантажопідйомності підшипника.

У згаданому вище стандарті елементами підведення (джерелами) мастильного матеріалу є мастильні отвори, канавки і кишені. Для запобігання додатковим динамічним навантаженням на підшипник тиск мастила джерела рекомендується брати рівним від 0.05 до 0.2 МПа (розглядався випадок розміщення мастильного отвору в зоні максимального зазору в підшипнику), що істотно менше від тиску мастила, який створюється мастильним насосом (в автотракторних двигунах — до 1 МПа). Кут охоплення шипа вала мастилом може прийматись від  $2/3\pi$  до  $2\pi$ .

Розв'язування рівняння Рейнольдса рекомендується вести числовим методом, який потребує дискретизації розрахункового поля тиску у шарі мастила.

Нижче пропонується методика розрахунку показників гідростатодинамічного радіального підшипника ковзання для стаціонарного режиму роботи, за наявності джерела мастила, у залежності від величини зазору в sprzęженні підшипник — вал та інших визначальних параметрів.

**Методи та результати.** Розглянемо роботу круглоциліндричного радіального підшипника ковзання, який працює в умовах стаціонарного режиму. Підшипник скінченної довжини, у зоні мінімального зазору в підшипнику є джерело мастила у вигляді канавки або кишені вздовж осі підшипника, в які зі сталим тиском постачається від мастильного насоса мастило. Такий підшипник будемо називати гідростатодинамічним (загально визнаний термін у середньому і важкому машинобудуванні), оскільки він поєднує функції як гідродинамічного, так і гідростатичного підшипників.

Для числових розрахунків прийемо радіус шийки вала  $r = 0.035$  м, діаметр отвору джерела  $d_{om} = 0.007..0.009$  м, що відповідає центральному куту приблизно  $b = 0.06\pi$ , в зоні джерела вздовж осі підшипника розташовано канавку шириною  $t$ , тиск мастила в якій має стале значення  $p_n = 5 \cdot 10^5$  Па і зменшується за лінійним законом до нуля при  $\theta = \pm\pi$ . Відрахунок кута охоплення шипа вала мастилом ведеться від мінімального зазору в підшипнику.

За прийнятих умов функція розподілу гідростатичного тиску мастила по колу в підшипнику нескінченної довжини має такий вигляд:

$$p_2(\theta) = \left[ \frac{p_n}{\pi} \left( \pi - \frac{\theta}{|\theta|} \right) \Phi(\theta) + (1 - \Phi(\theta)) p_n \right]. \quad (4)$$

Тут  $\Phi(q)$  — функція Хевісайда, яка при визначенні в системі *MathCad* для нашого випадку має вигляд [6]

$$\Phi(\theta) := \Phi \left( \frac{\theta}{|\theta|} \cdot \theta - \frac{b}{2} \right).$$

Функція  $\Phi(\theta)$  має такі значення:  $\Phi(\theta) = 1$  — при  $-\infty < \theta < -\frac{b}{2}$  і  $\infty > \theta > \frac{b}{2}$ ;  $\Phi(\theta) = 0$  — при  $-\frac{b}{2} < \theta < \frac{b}{2}$ .

Графік розподілу гідростатичного тиску по колу підшипника нескінченної довжини наведено на рис. 2.

Функція розподілу гідродинамічного тиску по колу підшипника нескінченної довжини відповідає функції (3) за умови, що в зоні джерела мастила вона коригується функцією Хевісайда (обнуляється) і має такий вигляд:

$$p_1(\theta) = \frac{-6\mu U r \chi (2 - \chi \cos \theta) \sin \theta}{c^2 (2 + \chi^2) (1 - \chi \cdot \cos \theta)^2} \Phi(\theta). \quad (5)$$

Графік функції (5) подано на рис. 3.

Розподіл гідростатодинамічного тиску в підшипнику визначимо як суперпозицію гідродинамічного і гідростатичного тисків мастила:

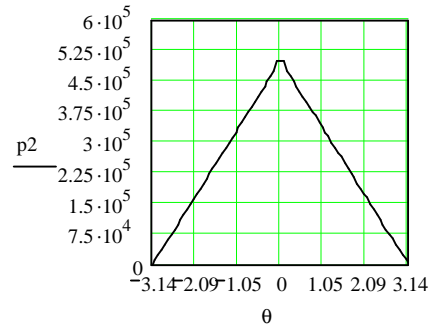


Рис. 2. Розподіл гідростатичного тиску мастила по колу підшипника

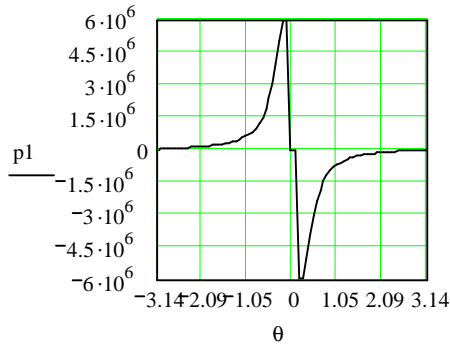


Рис. 3. Розподіл гідродинамічного тиску мастила по колу підшипника

$$p(\theta) = p_1(\theta) + p_2(\theta), \quad (6)$$

а радіальна й дотична рівнодійні інтенсивності гідростатодинамічних сил, що діють на шип вала, визначаються при інтегруванні функції (6) за  $\theta$ , а саме:

$$F_r = \int p(\theta) r \cos \theta d\theta; \quad (7)$$

$$F_\tau = -\int p(\theta) r \sin \theta d\theta. \quad (8)$$

Графік функції (6) подано на рис. 4.

Якщо тиск мастила джерела збільшити від  $p_n = 5 \cdot 10^5$  Па до  $p_n = 70 \cdot 10^5$  Па, то отримаємо повне охоплення мастилом цапфи вала (рис. 5)

Розширення канавки джерела мастила у підшипнику або створення кишені супроводжується зменшенням максимальних значень тиску мастила, а також впливу гідродинамічної компоненти тиску при зростанні впливу гідростатичної компоненти (рис. 6,  $b = 0.24\pi$ ,  $p_n = 5 \cdot 10^5$  Па).

Якщо збільшити в останньому випадку тиск мастила джерела до  $p_n = 5 \cdot 10^7$  Па, отримаємо гідростатичний підшипник, в якому вплив гідродинамічної компоненти тиску практично відсутній (рис. 7).

При інтегруванні числовим методом на ПК функцій (7) і (8) у межах  $-\pi..0$  для прийнятих у статті розрахункових параметрів отримаємо:  $F_r = 9.665 \cdot 10^4$  Н/м,  $F_\tau = 6.54 \cdot 10^4$  Н/м і  $F = \sqrt{F_r^2 + F_\tau^2} = 11.67 \cdot 10^4$  Н/м.

Інтегральні функції для визначення рівнодійних гідростатодинамічних сил, віднесених до одиниці довжини підшипника нескінченної довжини, мають вигляд:

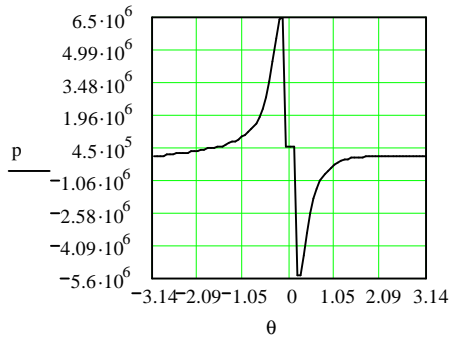


Рис. 4. Розподіл гідростатодинамічного тиску мастила по колу підшипника

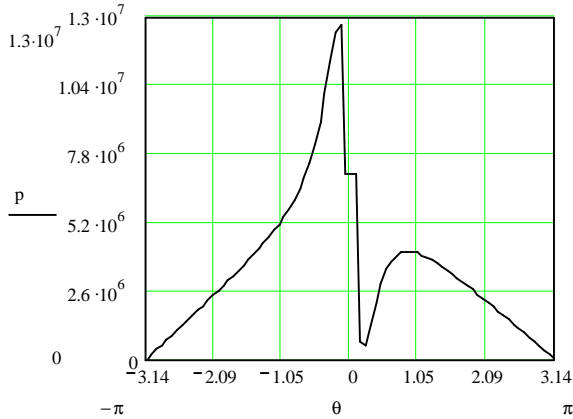


Рис. 5. Розподіл гідростатодинамічного тиску мастила по колу підшипника при  $p_n = 70 \cdot 10^5$  Па

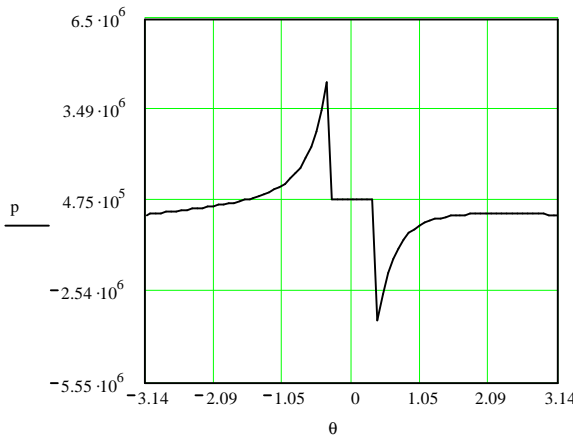


Рис. 6. Розподіл гідростатодинамічного тиску мастила по колу підшипника при  $p_n = 5 \cdot 10^5$  Па і  $b = 0.24\pi$

— радіальна складова

$$F_r = -\frac{6\mu U r^2 \chi^2 \Phi(\theta)(1-\cos\theta)[1+\cos\theta(1-\chi)]}{\chi c^2(2+\chi^2)(1-\chi\cos\theta)(1-\chi)} + p_n r \left[ \frac{\Phi(\theta)}{\pi|\theta|} [\sin\theta\pi - (\cos\theta + \theta\sin\theta) + 1] + (\sin\theta - \Phi(\theta)\sin\theta) \right] \quad (9)$$

— дотична складова

$$F_\tau = I1(\theta) + I2(\theta), \quad (10)$$

де

$$I1(\theta) = \frac{12\mu U r^2 \chi \phi(\theta)}{c^2(2+\chi^2)} \times$$

$$\left[ \frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(1-\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}{\left(1+\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\left(1+\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+\chi\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)-\chi\right)} + a \tanh\left[\frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{(1+\chi)\left[(-1+\chi)(1+\chi)\right]^{0.5}}\right] + \frac{1}{\left[(-1+\chi)(1+\chi)\right]^{0.5}} \right]$$

$$i \quad I2(\theta) = \left[ -\pi\cos\theta - \Phi(\theta) \frac{(\sin\theta - \theta\cos\theta)}{|\theta|} \right] \theta \frac{p_n r}{\pi}$$

Межі інтегрування визначаються кутом охоплення вала мастилом. Наприклад,  $F_r(0) - F_r(-\pi) = 1.04 \cdot 10^5$  Н/м;  $F_\tau(0) - F_\tau(-\pi) = 6.54 \cdot 10^4$  Н/м.

На рис. 8 наведено графік залежності інтенсивності вантажопідйомності підшипника від радіального зазору у спряженні підшипник — вал для підшипника з джерелом мастила.

Як видно з результатів аналізу, при використанні функцій (4) — (10) у процесі проектування підшипників ковзання важливо знати вплив визначальних параметрів функцій на величину і характер розподілу тиску мастила по колу підшипника. Наведені графіки також свідчать про доцільність при цьому всебічних досліджень.

Функцію розподілу тиску в шарі мастила для підшипника скінченної довжини, з урахуванням функції (6), отримано у такому вигляді [7]:

$$p(\theta, z) = p(\theta) \left( 1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\lambda} \frac{z}{r}\right)}{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\lambda} \frac{l}{2r}\right)} \right) \quad (11)$$

де  $\lambda = 2\chi/(1-\chi)$ ;  $l$  — ширина підшипника.

Поле розподілу тиску в підшипнику наведено на рисунку 9 ( $l = 2r$ ).

Вантажопідйомність підшипника визначається шляхом інтегрування по колу і вздовж осі підшипника функції (11) відповідно за такими складовими:

— радіальна складова

$$W_r = \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) r \cos\theta d\theta dz,$$

— дотична складова

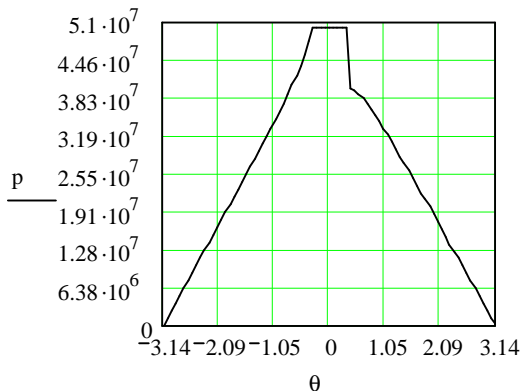


Рис. 7. Розподіл гідростатичного тиску мастила по колу підшипника при  $p_n = 5 \cdot 10^7$  Па і  $b = 0.24r$

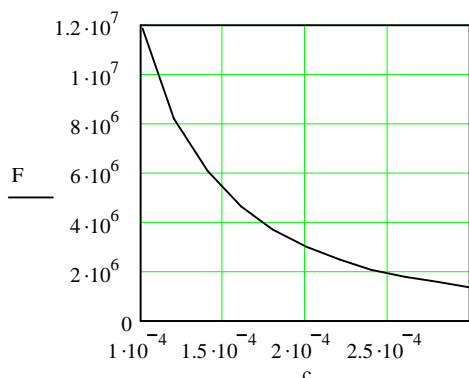


Рис. 8. Залежність інтенсивності вантажопідйомності підшипника від радіального зазору у спряженні підшипник — вал

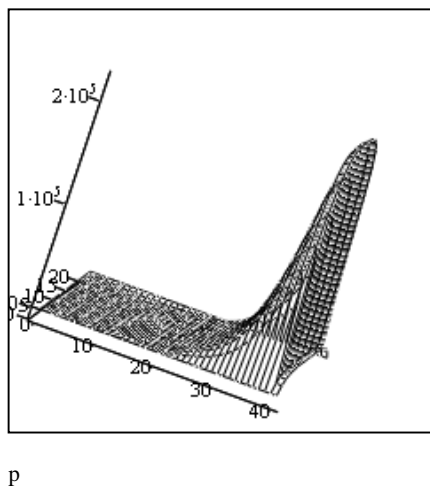


Рис. 9. Поле розподілу гідростатодинамічного тиску мастила у радіальному підшипнику ковзання

$$W_{\tau} = - \int_{0-1/2}^{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} p(\theta, z) r \sin \theta d\theta dz,$$

— загальна вантажопідйомність

$$W = \sqrt{W_r^2 + W_{\tau}^2}. \quad (9)$$

**Висновки.** Розрахунки радіальних підшипників ковзання скінченної довжини доцільно проводити з використанням функції Зомерфельда — Лойцяньського, скоригованої врахуванням гідростатичного тиску, який створюється джерелом мастила. Такий підшипник слід називати гідростатодинамічним підшипником ковзання, оскільки, у залежності від значень розрахункових параметрів, він може розглядатись як гідродинамічний, так і як гідростатичний підшипник.

При збільшенні ширини канавки або кишені, в які поступає мастило від джерела мастила, зростає вплив гідростатичної компоненти тиску мастила, зменшуючи при цьому вантажопідйомність підшипника і характер розподілу тиску мастила в підшипнику.

Зростання зазору у спряженні підшипник — вал, що в умовах експлуатації пов'язано зі спрацюванням елементів спряження, супроводжується зниженням вантажопідйомності підшипника. Це слід враховувати при розрахунках гранично допустимих зазорів спряження підшипник — вал на стадіях конструювання і виготовлення машин з радіальними підшипниками ковзання, обладнаних елементами підведення мастила.

### Література

1. *Вибрації* в техніці. Справочник в 6-ти т. / Под ред. академика Челомея В.Н. — Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. проф. Диментберга Ф.М. и проф. Колесникова К.С. — М.: Машиностроение. — 1980. — 544 с.
2. *ГОСТ ИСО 7902-1 2001*. Межгосударственный стандарт. Гидродинамические радиальные подшипники скольжения, работающие в стационарном режиме. Круглоцилиндрические подшипники. Часть 1. Метод расчета. — Минск: Из-во межгосударственного совета по стандартизации, метрологии и сертификации. — 2001. — 27 с.
3. *Ламб Г.* Гидродинамика. Пер. с англ. — М. — Л.: Гостехиздат, 1947. — 986 с.
4. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. — Учебник для вузов. — Изд. 6-е перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 840 с.
5. *Кирк, Гантер.* Применение теории короткого подшипника при исследовании динамики роторов. Проблемы трения и смазки // Труды американского общества инженеров-механиков. — М.: Мир. — 1976. — №1. — С. 46—57.
6. *Хоменко І.М., Кобринець А.К.* Про розрахунок підшипника ковзання з примусовим постачанням мастила // Вісн. Черніг. держ. технол. ун-ту. — Чернігів. — 2008. — №34. — С. 1—27.
7. *Хоменко І.М., Кобринець А.К.* Розв'язання рівняння Рейнольдса для підшипника ковзання скінченної довжини // Вісн. Черніг. держ. технол. ун-ту. — Чернігів. — 2007. — №30. — С. 17—25.

Отримана 17.09.08

*Khomenko I., Rindrachuk M., Yachno O., Kobrinets A.*  
**Hydrodynamics of hydrostat dynamical of the radial bearing of sliding**

*Chernihiv State Technological University, Chernihiv;  
 National Aircraft University, Kyiv;  
 National Technical University of Ukraine, "KPI", Kyiv*

*The method of calculation of indexes of work hydrostat dynamical of the radial bearing of sliding of eventual length is offered with the source of butter. Grounded necessity of correction function Zommerfeld-Loytsynsky's, the case of presence of source of butter is considered in the area of minimum thickness of lubricating tape. Numeral calculations are resulted.*