

О. Гачкевич

Професор, д-р фіз.-мат. наук,
Політехніка Опольська,
м. Опольє, Польща

Р. Івасько

Канд. фіз.-мат. наук

М. Солодяк

Ст. наук. співр.,
канд. фіз.-мат. наук

Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
м. Львів, Україна

С. Шимура

Професор, д-р фіз.-мат. наук,
Політехніка Опольська,
м. Опольє, Польща

УДК 539.3

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ФЕРИТОВИХ ТІЛ ЗА ДІЇ СЛАБКИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ ВИСОКОЇ ЧАСТОТИ

Запропоновано методику дослідження термонапруженого стану тіл з нестрикційних полікристалічних ізотропних феритових матеріалів за помірних зовнішніх квазіусталених електромагнітних полів (ЕМП) високої несучої частоти. Вона ґрунтується на відомих з літератури для таких матеріалів (визначених експериментально) характеристиках – комплексних магнітних та діелектричних проникностях і відповідних тангенсах кутів втрат. Як приклад, визначено та проаналізовано параметри електромагнітних, температурних і механічних полів у шарі з феритового матеріалу за дії ЕМП.

термонапружений стан, феритове тіло, квазіусталене електромагнітне поле, метод комплексних амплітуд, тепловиділення, пондеромоторна сила

В електронній, електротехнічній та інших галузях промисловості все ширшого застосування набувають пристрої з елементами з феритових магнітних матеріалів. Часто технології виготовлення таких елементів, зокрема відпалу, пов'язані з використанням дії зовнішнього електромагнітного поля (ЕМП), в тому числі квазіусталеного (амплітуди напруженостей електричного і магнітного полів якого мало змінюються за період електромагнітних коливань). Вплив ЕМП на феритове тіло спричинює протікання в ньому низки взаємопов'язаних процесів різної фізичної природи (теплових, механічних і електромагнітних), які істотно впливають на міцнісні й конструкційні параметри відповідних феритових елементів. Це зумовлено і тим, що ферити (з огляду на спосіб виготовлення та механічні властивості) належать до керамічних

матеріалів, для виробів з яких навіть малі напруження можуть призводити до значних змін їхніх електромагнітних функціональних параметрів. Тому важливим є дослідження фізико-механічних процесів у деформованих твердих феритових тілах за дії ЕМП для прогнозування функціональної здатності та міцності феритових елементів пристроїв різного технічного призначення.

У літературі відомі широкі дослідження механічної поведінки як феромагнітних, так і діелектричних тіл за комплексних навантажень (механічних, електромагнітних, теплових), резонансних коливань і дисипативного розігріву п'єзоелектричних та п'єзомагнітних керамічних тіл (із застосуванням при описі ЕМП формалізмів, використовуваних у такого типу задачах, наближень вимушеної електро- чи магнітостатики) [1, 4 — 6, 13 — 15, 17,

23, 28, 29, 31 — 33, 35]. Найвні в літературі дослідження взаємодії ЕМП з феритовим (яке проявляє одночасну здатність до намагнічування та поляризації) середовищем стосуються в основному оптимізації (з використанням результатів експериментальних досліджень) режимів експлуатації феритових виробів за дії ЕМП та прогнозування вихідних характеристик електротехнічних і електронних пристроїв. Вони спрямовані на мінімізацію гістерезисних втрат у матеріалі [27]. Відомі дослідження, пов'язані з виготовленням композитів індукційним способом з використанням клеєвих сумішей з феритовими наповнювачами [37]. Проте вони стосуються лише дослідження процесу нагрівання феритових матеріалів за допомогою ЕМП. Взаємозв'язок механічних, теплових і електромагнітних процесів у тілі з феритового матеріалу за дії ЕМП, а також його вплив на параметри цих процесів за різних амплітудно-частотних характеристик зовнішніх ЕМП в літературі досліджено недостатньо. Не враховано здатності феритового середовища одночасно як до намагнічування, так і до поляризації в певних ділянках частотного спектру. Тому виникає потреба в побудові математичної моделі кількісного опису та дослідження зумовленого дією квазіусталеного ЕМП напруженого стану феритових тіл за врахування зв'язку процесів електропровідності, теплопровідності та деформації, а також особливостей електромагнітних властивостей матеріалу залежно від частоти ЕМП. Така модель є основою для раціонального проектування і розроблення електромагнітних пристроїв з феритовими елементами, а також режимів їх експлуатації за дії ЕМП із забезпеченням функціональної здатності як цих елементів, так і пристроїв загалом. Вона є також теоретичною підставою для опрацювання режимів оброблення феритових елементів з використанням ЕМП.

У працях [2, 3, 10 — 12, 34] запропоновано варіант теорії термомеханіки феритових тіл за дії квазіусталеного ЕМП (записано відповідні системи рівнянь та крайових умов); побудовано аналітичний виразу кривої намагнічування для феромагнітних матеріалів за дії слабких полів високої частоти; сформульовано граничні задачі для характеристик квазіусталеного ЕМП у феромагнітних тілах (які описуються квазілінійними диференціальними рівняннями параболічного типу); розроблено методику отримання майже періодичних за часом розв'язків цих рівнянь та дослідження фізико-механічних процесів за умов низькотемпературного технологічного нагрівання феритових виробів; проаналізовано відомі підходи до кількісного опису взаємодії ЕМП з електропровідним, здатним до поляризації та (або) намагнічування, континуумом і наведено подання для енергетичних і силових чинників дії ЕМП на такий континуум для різних матеріалів і широко використовуваних у техніці типів ЕМП; опрацьовано математичну модель кількісного опису та методику дослідження теплових і механічних властивостей феритових елементів пристроїв за дії квазіусталених ЕМП.

Мета статті — з єдиних позицій розробити методику дослідження термонапруженого стану тіл з нестрикційних полікристалічних ізотропних феритових матеріалів за помірних зовнішніх квазіусталених ЕМП високої несучої частоти.

1. Постановка й розрахункова схема задачі. В експериментальних працях з визначення електричних і магнітних характеристик феритових матеріалів розглядають електромагнітну дію (за характерних параметрів $H_m < 10^4$ А/м, $\omega_m < 10^{10}$ рад·с⁻¹, де H_m — найбільше значення напруженості магнітного поля у феритовому тілі, ω_m — максимальна несуча кругова частота ЕМП), за якої можна знехтувати впливом руху тіла на характеристики ЕМП [35]. При вимірюванні характеристик, як правило, нагрів вважають низькотемпературним, при якому електромагнітні, теплофізичні і фізико-механічні характеристики матеріалу приймають незалежними від температури. Тоді середовище розглядають як ізотропне, в якому вектори намагнічування і поляризації паралельні відповідно до векторів напруженостей магнітного та електричного полів.

При окреслених умовах вплив квазіусталеного ЕМП на процеси теплопровідності й деформування у феритовому тілі (як і у відомих моделях для феромагнітних та діелектричних тіл [31]) враховують через зумовлені цим полем джоулеві та гістерезисні (пов'язані з перемагнічуванням і реполяризацією) тепловиділення і пондеромоторні сили [32]. Пондеромоторні моменти за рахунок паралельності векторів індукцій і напруженостей магнітного й електричного полів дорівнюють нулю [9].

У такому наближенні і при сталих характеристиках матеріалу вихідні співвідношення для кількісного опису параметрів теплових, механічних і електромагнітних процесів у феритових тілах за дії квазіусталеного ЕМП формують за два етапи. На першому етапі на основі рівнянь Максвелла (для нерухомих електропровідних середовищ, здатних до намагнічування та поляризації [9]) записують задачі для визначення параметрів ЕМП та вирази для тепловиділень і пондеромоторних сил (за їх статистичного опису [11, 14]) як функцій електромагнітних параметрів. На другому етапі, ґрунтуючись на співвідношеннях квазістатичної чи динамічної задачі термодружності [7] (в яких джерелами тепла й об'ємними силами є тепловиділення і пондеромоторні сили, знайдені на першому етапі), отримують залежності, що описують теплові й механічні параметри при заданих початкових і крайових умовах на температуру T і компоненти тензора напружень $\hat{\sigma}$ [2].

При цьому на першому етапі формують задачі, що описують характеристики ЕМП, яке виникає в ізотропному тілі з феритового матеріалу. Вихідними залежностями, що описують зміну ЕМП в просторі й часі в системі феритове тіло — зовнішнє середовище, є незалежні рівняння Максвелла для області тіла та для області зовнішнього середовища (яке приймається в наближенні вакууму) за відповідних початкових та крайових умов [2, 9, 20, 31, 36].

Матеріальні рівняння, які визначають зв'язок векторів напруженостей \mathbf{H}_{**} , \mathbf{E}_{**} і зміщень \mathbf{V}_{**} , \mathbf{D}_{**} магнітного та електричного полів, а також їх залежність від струму провідності \mathbf{J}_{**} , у феритових тілах мають вигляд [10]:

$$\mathbf{V}_{**} = V_{**}(H_{**}) \mathbf{e}_H \equiv \mu(H_{**}) \mathbf{H}_{**},$$

$$\mathbf{D}_{**} = D_{**}(E_{**}) \mathbf{e}_E \equiv \varepsilon(E_{**}) \mathbf{E}_{**}, \quad \mathbf{J}_{**} = \sigma_e \mathbf{E}_{**}, \quad (1.1)$$

де $\mu(H_{**})$, $\epsilon(E_{**})$ — абсолютні магнітна й діелектрична проникності; σ_e — коефіцієнт електропровідності;

$e_H = \frac{H_{**}}{H_{**}}$, $e_E = \frac{E_{**}}{E_{**}}$ — орти в напрямі векторів H_{**} і E_{**} ;

H_{**} і E_{**} — проекції векторів H_{**} і E_{**} на додатний напрям вектора H_{**} , а E_{**} і D_{**} — проекції векторів E_{**} і D_{**} на додатний напрям вектора E_{**} . При циклічних перемагнічуванні та переполаризації перші дві залежності описують динамічні петлі гістерезису, для яких характерне насичення. Для таких петель для окремих феритів є відомі (виміряні експериментально) характеристики B_s , D_s ; B_r , D_r ; H_c , E_c ; H_{max} , E_{max} і відповідно μ_i , ϵ_i та μ_m , ϵ_m . Тут B_s , D_s — індукції насичення; B_r , D_r — залишкові індукції; H_c , E_c — коерцитивні сили; H_{max} , E_{max} — характерні величини напруженостей при насичених намагнічуванні та поляризації; μ_i , ϵ_i — початкові відносні проникності; μ_m , ϵ_m — максимальні відносні проникності. Тоді гістерезисні залежності $B_{**}(H_{**})$ і $D_{**}(E_{**})$ за врахування специфіки процесів намагнічування і поляризації феритів при гармонічних у часі напруженостях магнітного й електричного полів $H_{**} = A \cos \omega t + C \sin \omega t$, $E_{**} = A_* \cos \omega t + C_* \sin \omega t$ наближено отримуються у вигляді

$$B_{**}(H_{**}) = \mu_0 H_{**} + \beta_H \cdot \arctg \alpha_H H_{**},$$

$$D_{**}(E_{**}) = \epsilon_0 E_{**} + \beta_E \cdot \arctg \alpha_E E_{**}, \quad (1.2)$$

де

$$H = H_{**}, \quad E = E_{**} \quad (1.3)$$

для матеріалів, що мають вузькі петлі гістерезису (які моделюють основними кривими намагнічування і поляризації — м'які ферити);

$$H = \sqrt{1 - \chi_H^2} H_{**} - \frac{\chi_H}{\omega} \frac{\partial H_{**}}{\partial t},$$

$$E = \sqrt{1 - \chi_E^2} E_{**} - \frac{\chi_E}{\omega} \frac{\partial E_{**}}{\partial t} \quad (1.4)$$

— для матеріалів, що мають широку петлю гістерезису

(тверді ферити); $\chi_H = \frac{H_c}{H_m}$ при $H_{**} \leq H_m$ і $\chi_H = \frac{H_c}{H_0}$

при $H_{**} > H_m$, $\chi_E = \frac{E_c}{E_m}$ при $E_{**} \leq E_m$ і $\chi_E = \frac{E_c}{E_0}$ при

$E_{**} > E_m$; H_0 , E_0 — значення напруженостей на поверхні тіла.

Для феритового тіла вважається, що зв'язки (1.2) виконуються для квазіусталеного наближення (за нехтовно малої зміни амплітуд квазіусталених складових зміщень і напруженостей за конкретний період електромагнітних коливань).

Вихідна система незалежних співвідношень, що описують квазіусталені ЕМП у феритовому тілі, за врахування формул

$$\frac{\partial B_{**}}{\partial t} = \mu_d \frac{\partial H_{**}}{\partial t}, \quad \frac{\partial D_{**}}{\partial t} = \epsilon_d \frac{\partial E_{**}}{\partial t}, \quad (1.5)$$

де $\mu_d(H_{**}) = \frac{\partial B_{**}}{\partial H_{**}}$ і $\epsilon_d(E_{**}) = \frac{\partial D_{**}}{\partial E_{**}}$ — диференціальні

магнітна й діелектрична проникності, у випадку тіла з магнітнотвердого фериту записується у вигляді:

$$\text{rot } H_{**} = \epsilon_d(E_{**}) \frac{\partial E_{**}}{\partial t} + \sigma E_{**},$$

$$\text{rot } E_{**} = -\mu_d(H_{**}) \frac{\partial H_{**}}{\partial t}. \quad (1.6)$$

Тут

$$\epsilon_d(E_{**}) = \epsilon_0 + \frac{\alpha_E \beta_E}{1 + (\alpha_E E_{**})^2} \equiv \epsilon_0 \left[1 + \frac{\epsilon_i - 1}{1 + (\alpha_E E_{**})^2} \right];$$

$$\mu_d(H_{**}) = \mu_0 + \frac{\alpha_H \beta_H}{1 + (\alpha_H H_{**})^2} \equiv \mu_0 \left[1 + \frac{\mu_i - 1}{1 + (\alpha_H H_{**})^2} \right].$$

Для тіла з магнітнотвердого фериту система вихідних рівнянь електродинаміки буде такою:

$$\text{rot } H_{**} = \epsilon_d^*(E_{**}) \frac{\partial E_{**}}{\partial t} + \epsilon_d^{**}(E_{**}) \frac{\partial^2 E_{**}}{\partial t^2} + \sigma E_{**},$$

$$\text{rot } E_{**} = -\mu_d^*(H_{**}) \frac{\partial H_{**}}{\partial t} - \mu_d^{**}(H_{**}) \frac{\partial^2 H_{**}}{\partial t^2}. \quad (1.7)$$

Тут

$$\epsilon_d^*(E_{**}) = \epsilon_0 \sqrt{1 - \chi_E^2} \underline{\epsilon}(E_{**}),$$

$$\epsilon_d^{**}(E_{**}) = -\epsilon_0 \frac{\chi_E}{\omega} \underline{\epsilon}(E_{**});$$

$$\mu_d^*(H_{**}) = \mu_0 \sqrt{1 - \chi_H^2} \underline{\mu}(H_{**}),$$

$$\mu_d^{**}(H_{**}) = -\mu_0 \frac{\chi_H}{\omega} \underline{\mu}(H_{**}),$$

де

$$\underline{\epsilon}(E_{**}) = 1 + \frac{\epsilon_i - 1}{1 + \alpha_E^2 \left(\sqrt{1 - \chi_E^2} E_{**} - \frac{\chi_E}{\omega} \frac{\partial E_{**}}{\partial t} \right)^2},$$

$$\underline{\mu}(H_{**}) = 1 + \frac{\mu_i - 1}{1 + \alpha_H^2 \left(\sqrt{1 - \chi_H^2} H_{**} - \frac{\chi_H}{\omega} \frac{\partial H_{**}}{\partial t} \right)^2}.$$

Система наведених вище співвідношень є повною для визначення напруженостей електричного і магнітного полів у феритовому тілі.

З рівнянь (1.6), (1.7) випливає, що за здатності до одночасних поляризації і намагнічування в певних ділянках

частотного спектру розглянутих ЕМП методом виключення (чи іншим способом) не можна сформулювати вихідні задачі про визначення параметрів ЕМП відносно відповідних напруженостей електричного чи магнітного полів. Це зумовлює значні математичні труднощі при знаходженні розв'язків вихідної задачі про визначення параметрів ЕМП у феритовому тілі.

2. Методика дослідження термонапруженого стану нестрикційних полікристалічних ізотропних феритових тіл. За помірної напруженості магнітного поля і високих частот ($H_m \leq 10^2$ А/м, $\omega \geq 10^5$ рад·с⁻¹) у довідковій літературі наведено численні дані про характеристики широко розповсюджених нестрикційних полікристалічних ізотропних феритових матеріалів — комплексні магнітні та діелектричні проникності і відповідні тангенси кутів втрат, які отримані експериментально за еліптичної форми петель гістерезису [18, 25]. Еліптичність форми петель гістерезису у цьому важливому для інженерних застосувань випадку (слабких ЕМП за високих частот) дає можливість для таких полів, використовуючи метод комплексних амплітуд (за опису параметрів ЕМП в наближенні першої гармоніки), лінеаризувати вихідну задачу електродинаміки шляхом введення наближених комплексних подань векторів напруженостей електричного й магнітного полів [34] і на цій основі звести задачі електродинаміки про визначення параметрів ЕМП (як і у випадку немагнітних тіл) до відповідних задач відносно напруженостей електричного чи магнітного полів).

Відомо, що у випадку одночасної гармонічної (періодичної в часі) зміни індукцій і відповідних напруженостей полів реальну динамічну петлю гістерезису можна замінити еквівалентним еліпсом (наближення основної гармоніки) [9]. Для квазіусталеного ЕМП, амплітуди напруженостей якого описуються повільно змінними періодичними функціями часу (внаслідок нехтовно малої зміни амплітуд поля за конкретний період електромагнітних коливань), реальну динамічну петлю гістерезису замінюємо еквівалентним еліпсом для кожного конкретного періоду коливань. Тоді в матеріальних рівняннях для опису еліптичної залежності між \mathbf{D}_{**} і \mathbf{E}_{**} та між \mathbf{V}_{**} і \mathbf{H}_{**} отримуємо залежні від частоти поля комплексні проникності [2, 24, 34] та відповідні тангенси кутів гістерезисних втрат, які відомі з літератури. Вимірюють і наводять у довідковій літературі величини дійсної частини діелектричної та магнітної проникностей і тангенсів кутів гістерезисних втрат залежно від частоти ЕМП [18, 26]. Тому такі характеристики за експериментально отриманих їх частотних дисперсій є вихідними у згаданих вище матеріальних рівняннях.

Внаслідок такого підходу у квазіусталеному наближенні залежності між комплексними амплітудами індукцій та відповідних напруженостей електричного і магнітного полів (при введенні комплексних подань векторів поля) отримуємо лінійними. При цьому коефіцієнти пропорційності (комплексні проникності) істотно залежать від частоти [9, 22, 26, 30, 38]. Коефіцієнт електропровідності приймаємо сталим [9, 20, 31].

Виходячи з закону збереження енергії ЕМП і статистичної моделі електромеханічної взаємодії поля і середовища, здатного до намагнічування та поляризації, за комп-

лексних подань векторів напруженостей електричного та магнітного полів, отримуємо вирази для питомої потужності тепловиділень і пондеромоторної сили (як і для електропровідних неферромагнітних тіл [31]) у вигляді суми двох складників — повільно змінного в часі (який співпадає з об'ємною густиною відповідної величини, усередненою за період коливань ЕМП) і квазіперіодичного (сумарна потужність якого за період $f_* = 2\pi/\omega$ електромагнітних коливань наближено дорівнює нулю).

При знайдених тепловиділеннях і пондеромоторних силах термонапружений стан тіла в загальному випадку визначаємо з системи рівнянь зв'язаної динамічної термопружності [7, 17, 21, 34] за початкових та граничних умов, що відповідають заданим умовам нагрівання та закріплення розглянутого тіла.

Відповідно до структури виразів для тепловиділень і пондеромоторних сил, температуру T і тензор напружень $\hat{\sigma}$ визначаємо у вигляді суми повільно змінних у часі і квазіусталених складників [2, 34]. При цьому перші складники визначаємо (як і для лінійних електропровідних тіл) у квазістатичній постановці за нехтування впливом зв'язаності полів деформації та температури [34], а другі — у квазіусталеному наближенні, тобто за нехтування впливом початкової стадії процесу.

3. Термонапружений стан шару. Як приклад (для отримання загальних закономірностей механічної поведінки нестрикційних полікристалічних ізотропних феритових тіл за дії зовнішніх квазіусталених ЕМП на основі запропонованої вище методики) розглянуто безмежний пружний шар товщиною h (рис. 3.1) з феритового матеріалу, який перебуває за дії ЕМП, створеного заданою в зовнішньому середовищі ($z_* > h$) системою квазіусталених електричних струмів радіо- та надвисокочастотного (НВЧ) діапазонів з модуляцією амплітуди. Струми рівномірно розподілені по тонкому шарі, який перебуває на віддалі $l-h$ від поверхні розглянутого феритового шару.

Цей тонкий шар з просторовим розподілом струмів (індуктор) моделюється безмежно тонкою паралельною до поверхні феритового шару струмовідною площиною ($z_* = l$) за густини струму

$$\mathbf{J}_{**}^{(0)} = \left\{ J_x(z_*, t) = \operatorname{Re} \left[J^{0*}(z_*, t) \right]; 0; 0 \right\}. \quad (3.1)$$

Тут $J^{0*}(z_*, t) = J_*^{(0)} e^{i\omega t}$ — комплексна густина електричного струму; $J_*^{(0)} = j_0 J_0(t) \delta(z_* - l)$; j_0 — амплітуда струмів несучого сигналу; $J_0(t)$ — функція ($0 \leq J_0(t) \leq 1$), яка повільно змінюється за період електромагнітних коливань (задовольняє умову квазіуста-

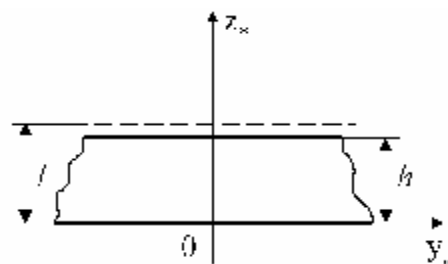


Рис. 3.1. Схема задачі

леного наближення); $\delta(z)$ — дельта-функція Дірака [8].

Кількісні дослідження температурних полів і напружень проведено для шару з нікель-цинкового фериту 1000НН за товщин $h = 0.03; 0.15; 0.30$ м. Характеристики матеріалу приймалися такими [18, 25]: $\sigma_e = 2 \cdot 10^{-4} (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$, $E_p = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, $\nu = 0.27$, $\lambda = 4.19 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $a = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $T_0 = 293 \text{ К}$, $\alpha_T = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$, $\rho = 4800 \text{ кг/м}^3$, $Bi = 0.2$. Розраховували для значення густини електричного струму $J_0 = 4 \text{ А/м}$ (яке є типовим для режимів експлуатації виробів з таких матеріалів — поля експлуатації $H_0 \leq 20 \text{ А/м}$ [3, 10]) і віддалі від струмовідної площини до верхньої основи шару $l-h = 10^{-3} \text{ м}$. Частоту зовнішнього ЕМП ω ($\omega = 5.53 \cdot 10^6; 5.11 \cdot 10^8; 1.00 \cdot 10^{10} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$) вибирали з переліку дозволених для використання в промисловості частот амплітудно модульованих хвиль (радіочастотного, ультракороткого, а також НВЧ телевізійного діапазонів) [16].

При цьому враховано відповідні залежності діелектричної та магнітної проникностей і тангенсів кутів гістерезисних втрат від частоти поля [26], які для розглянутого типу феритового матеріалу наведені на рис. 3.2. Верхня основа шару $z_* = h$ вільна від механічних навантажень. На ній відбувається конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем (температура якого стала і дорівнює початковій температурі шару) за критерію Біо $Bi = 0.2$, а нижня основа $z_* = 0$ — теплоізольована.

Отримано, що, на відміну від феромагнітних тіл [31], починаючи з частоти $\omega = 5.53 \cdot 10^6 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ зі зміною товщини феритового шару змінюється характер розподілу амплітуд напруженостей ЕМП, повільно змінних складових і амплітуд квазіусталених складових об'ємних густин тепловиділень і пондеромоторних сил: для малих товщин (набагато менших за довжину електромагнітної хвилі) він майже лінійний, а для великих (товщин порядку довжини хвилі в шарі) — хвильовий.

З результатів аналізу тепловиділень випливає, що в різних діапазонах частот ЕМП для феритового шару

характерні різні механізми нагрівання. За частот $\omega < 10^5 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ істотні джоулеві тепловиділення, а за вищих — гістерезисні тепловиділення двох типів: у діапазоні $(5 \cdot 10^5 \div 10^6) \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ — діелектричні, а для $\omega > 10^7 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ — магнітні. При цьому для опису електричних і магнітних властивостей феритового матеріалу залежно від частоти поля можна ввести різні наближення: для частот $\omega \leq 10^5 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ — низькочастотне (діелектричне), коли феритовий шар має практично властивості тіла низької електропровідності (ТНЕ) [31], а для частот $\omega \geq 10^8 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ — високочастотне (магнітне), коли його можна вважати феромагнітним тілом [31] з коефіцієнтом електропровідності $\sigma_e \approx 0$. Ці властивості дають можливість побудови наближених розрахункових схем задачі, а також використання відомих методик розв'язування відповідних задач для ТНЕ і феромагнітних тіл.

Величина пондеромоторної сили до частот $\omega < 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ в основному визначається магнітною силою Кельвіна.

Характерною особливістю феритів при роботі в слабких ЕМП високої частоти є істотна нелінійна частотна залежність проникностей і гістерезисних втрат (наведена на рис. 3.2). Її врахування в задачі проведено з використанням кусково-лінійної апроксимації. Частотні залежності характеристик приводять до можливості виникнення у феритовому тілі (залежно від величин діелектричної та магнітної проникностей матеріалу й частоти поля) параметричного резонансу (резонансу форми [19]). Він пов'язаний з виникненням нерухомих (стоячих) електромагнітних хвиль і супроводжується збільшенням напруженостей полів. Цей ефект у феритовому тілі проявляється за частоти ЕМП, що належить до околу частот, за яких довжина електромагнітної хвилі у феритовому

середовищі $\lambda_{e/m} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}$ є кратною подвійному

характерному розміру тіла в напрямі її поширення.

На рис. 3.3 показано розподіл за товщиною шару питомої густини повільно змінної в часі складової тепловиділень $Q^{(1)}$ для частоти $\omega = 9.89 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$, за якої при $h = 0.03 \text{ м}$ співвідношення між довжиною електромагнітної хвилі у феритовому середовищі й товщиною шару становить $\lambda_{e/m}/h = 1.91$.

Умовою виникнення стоячих електромагнітних хвиль у феритовому середовищі, на відміну від діелектричних тіл (де $\lambda = 2h/(2k-1)$, $k = 1, 2, \dots$) [31], є як певне співвідношення між довжиною хвилі та розміром тіла в напрямі її поширення (необхідна умова), так і низькі гістерезисні втрати (які для феритових тіл істотно залежать від частоти ЕМП і магнітних, а не електричних (як для ТНЕ) властивостей матеріалу) поряд з великими значеннями проникностей, що теж залежать від частоти. При цьому напруженості досягають максимальних величин не при $\lambda = 2h/(2k-1)$, а в околі значень частот, що визначаються цією умовою (за рахунок значної залежності проникностей і тангенсів кутів втрат від частоти.)

Добротність $K = \omega/\Delta\omega$ отриманої коливальної системи (де ω — резонансна частота, а $\Delta\omega$ — ширина резонансної кривої для амплітуди, меншої від максимальної у $\sqrt{2}$ рази) дорівнює 29.66 і є в межах значень добротності звичайного радіоконтурі ($K \sim 10^1 \div 10^2$) [3].

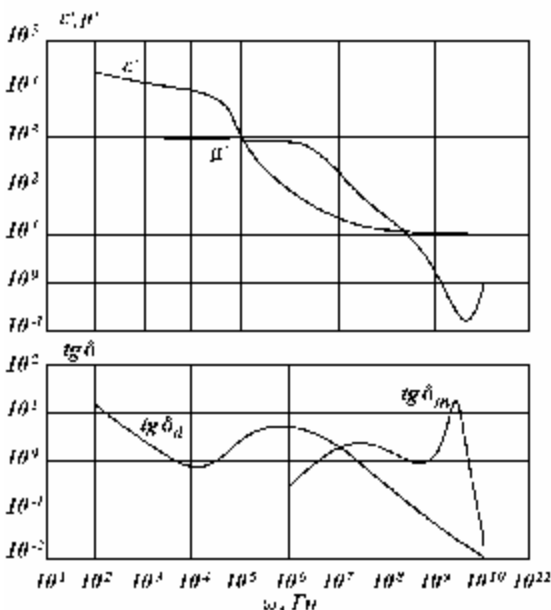


Рис. 3.2 Частотні характеристики фериту 1000НН

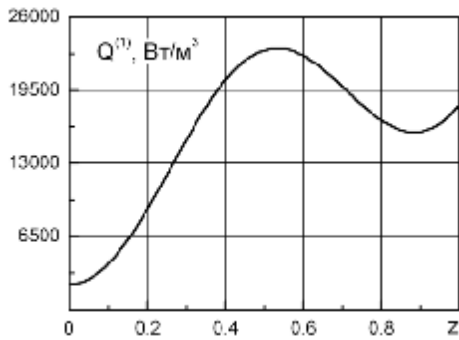
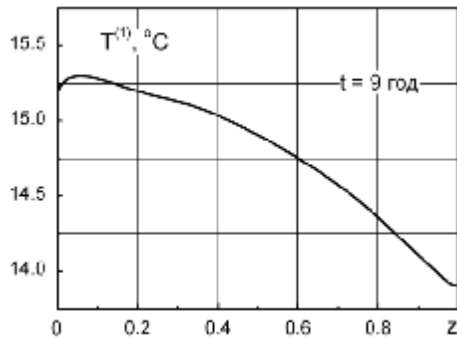
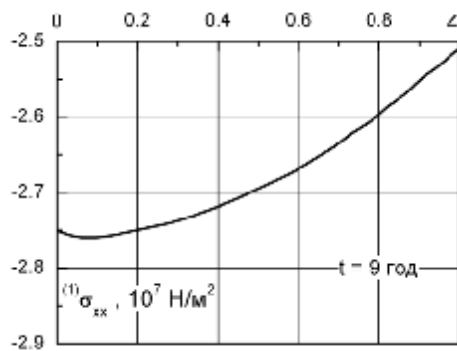


Рис. 3.3 Розподіл квазістатичної складової тепловиділень за резонансу форми



а)



б)

Рис. 3.4 Розподіли квазістатичних складових температури $T^{(1)}$ (а) і компоненти $\sigma_{xx}^{(1)}$ тензора напружень (б) в усталеному температурному режимі

На рис. 3.4 показано розподіли за товщиною шару (для $h = 0.03$ м) квазістатичних складових температури $T^{(1)}$ (рис. 3.4,а) і найбільшої за значенням компоненти $\sigma_{xx}^{(1)}$ тензора напружень у шарі (рис. 3.4,б) в усталеному температурному режимі (коли подальше нагрівання не приводить до зміни температури шару — $t \geq 9$ год) за частоти ЕМП $\omega = 8.52 \cdot 10^7$ рад \cdot с $^{-1}$.

Виявлено, що квазіперіодичні за часом складові температури й напружень (для розглянутого фериту) за характеристик ЕМП і коефіцієнтів теплообміну, що відповідають умовам експлуатації, нехтовно малі порівняно з квазістатичними. Значення квазістатичних складових не перевищують допустимих (температури Кюрі $T_C = 110^\circ$ С та меж міцності $\sigma_s = 19$ МПа і $\sigma_c = 235$ МПа відповідно за розтягу і стиску [3, 10]); для

феритового шару (як і для феромагнітних та діелектричних тіл) квазістатичні складові напружень $\sigma_{xx}^{(1)}$ зумовлені в основному дією тепловиділень (тобто при їх визначенні можна знехтувати пондеромоторними силами); значення квазістатичних складових напружень $\sigma_{zz}^{(1)}$ нехтовно малі проти квазістатичних $\sigma_{xx}^{(1)}$, що узгоджується з результатами інших досліджень, зокрема, отриманими в задачах про теплові напруження в тілах, сформульованих на основі теорії пластин і оболонок Кірхгофа-Лява.

Відомо, що гармонічний (квазігармонічний) характер зовнішньої дії призводить до можливості виникнення в тілах резонансу, пов'язаного з існуванням власних частот вільних гармонічних коливань динамічної системи. Проведені дослідження термонапруженого стану шару показали, що для феритових тіл (як і для електропровідних неферомагнітних неполяризованих, феромагнітних неполяризованих і неферомагнітних ТНЕ [31]) існують такі частоти зовнішнього ЕМП, за яких значно зростають рівні температурних полів і напружень, зумовлені квазіперіодичними в часі складниками тепловиділень і пондеромоторних сил (коли їх частота 2ω наближається до однієї з власних частот термопружних (товщинних) коливань шару). Аналіз виразів квазіусталених складників температури і напружень показав, що в околі частоти ЕМП

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{2\sqrt{3}}{4h} c_1 [3] \text{ (яку визначено з умови екстремуму цих}$$

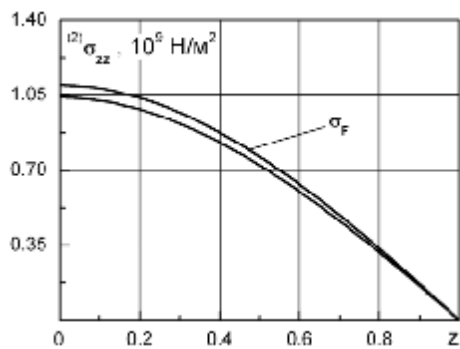
складових) значення їхні — максимальні.

На рис. 3.5 показано розподіли за товщиною координатою в шарі ($h = 0.03$ м) амплітуди квазіперіодичної складової найбільшої за значенням компоненти тензора напружень $\sigma_{zz}^{(2)}$ (за врахування зв'язаності полів деформацій та температури) для резонансних частот ЕМП ω_n ($n = 1, 2$) (а — $\omega_1 \equiv \omega_{\text{рез}}^I \approx 1.5 \cdot 10^5$ рад \cdot с $^{-1}$, б — $\omega_2 \equiv \omega_{\text{рез}}^{II} \approx 5.3 \cdot 10^5$ рад \cdot с $^{-1}$). Символом σ_F позначено квазіперіодичні складові напружень, зумовлені дією лише пондеромоторної сили («силові напруження»).

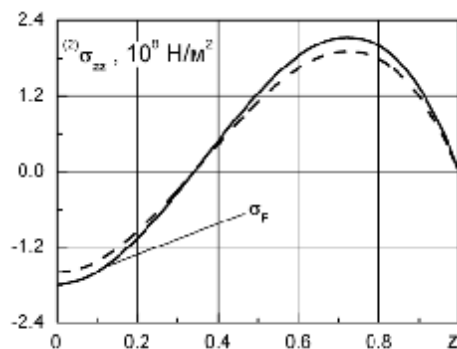
Значення обох резонансних частот ЕМП знайдено з використанням запропонованої методики наближеного розв'язування зв'язаної системи рівнянь термопружності (що описують квазіусталені складові), яка ґрунтується на поданні розподілу шуканих функцій за товщиною координатою кубічними поліномами [3].

На підставі проведеного аналізу отримано, що у вузьких околах $\Delta\omega \approx 10^{-5}$ рад \cdot с $^{-1}$ резонансних частот $\omega_1 = \omega_{\text{рез}}^I$ і $\omega_2 = \omega_{\text{рез}}^{II}$ максимальні значення квазіперіодичних складових температури й напружень істотно зростають (приблизно на 10 порядків); квазіперіодична складова температури стає сумірною з квазістатичною; квазіперіодична складова напружень $\sigma_{xx}^{(2)}$ на 1 — 2 порядки перевищує відповідну квазістатичну $\sigma_{xx}^{(1)}$; квазістатична складова напружень $\sigma_{zz}^{(1)}$ є нехтовно малою порівняно з відповідною квазіперіодичною $\sigma_{zz}^{(2)}$.

У феритовому шарі в околах резонансних частот квазіперіодичні складові напружень в основному зумовлені дією пондеромоторної сили (великі значення якої визначаються магнітними властивостями матеріалу). Зі збільшенням порядку резонансної частоти амплітуди квазіперіодичних складових температури і напружень зменшуються.



а)



б)

Рис. 3.5 Розподіли амплітуди квазіперіодичної складової компоненти $\sigma_{zz}^{(2)}$ тензора напружень за резонансу

Дослідження термонапруженого стану шару в околах резонансних частот $\omega_1 = \omega_{\text{рез}}^I$ і $\omega_2 = \omega_{\text{рез}}^{II}$ показали, що розглянута коливна система за резонансу, зумовленого квазіусталеним характером тепловиділень і пондеромоторних сил за врахування зв'язаності полів деформацій і температури (параметр зв'язаності $\epsilon_* \approx 0.0046$, за якого наявне незначне термопружне розсіювання енергії), характеризується вищим резонансним (селективним) відгуком, ніж коливна система, яка відповідає резонансу форми.

Отримані на резонансних частотах значення квазіперіодичних складових напружень можуть перевищити величини меж міцності матеріалу й призвести до руйнування виробу.

Висновки. 1. На відміну від феромагнітних тіл, у феритових тілах (як і в ТНЕ), вигляд розподілів (лінійний або хвильовий) амплітуд напруженостей ЕМП, тепловиділень і пондеромоторних сил за дії зовнішнього ЕМП залежить від співвідношення між характерним розміром тіла в напрямі поширення електромагнітної хвилі та її довжиною у феритовому середовищі, яка визначається як електричними, так і магнітними властивостями матеріалу;

2. У феритових тілах (як і в ТНЕ) виникає параметричний резонанс: значне зростання напруженостей електричного та магнітного полів в околах певних (резонансних) частот ЕМП зумовлене виникненням нерухомих

(стоячих) електромагнітних хвиль. Виникнення стоячих хвиль істотно залежить від гістерезисних втрат, які для феритових тіл істотно залежать від частоти ЕМП і магнітних (а не електричних, як для ТНЕ) властивостей матеріалу;

3. Як і для феромагнітних тіл та ТНЕ, у феритових тілах виникає резонанс, зумовлений періодичним характером зміни в часі тепловиділень і пондеромоторних сил. Для нього кожна з резонансних частот ЕМП практично дорівнює половині відповідної власної частоти коливань тіла (за малості значень параметра ϵ_* зв'язаності полів деформацій та температури — $\epsilon_* < 10^{-2}$). При цьому наближені значення перших двох частот резонансних товщинних коливань можна простіше отримати за використання кубічної апроксимації розподілів квазіусталених складових температури й компонент напружень за просторовими змінними;

4. Вплив пондеромоторних сил на напружений стан феритових тіл є нехтовно малим за винятком околів частот ЕМП, при яких спостерігаються резонансні явища за зв'язаності полів деформацій і температури. Тоді вплив пондеромоторних сил є визначальним (на відміну від ТНЕ, де визначальним є вплив тепловиділень).

Література

1. Бурак Я.Й., Гачкевич О.Р., Мусій Р.С. Термопружність електропровідних тіл за умов дії імпульсних електромагнітних полів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – **49**, №1. – С. 75-84.
2. Гачкевич О.Р., Івасько Р.О. Термомеханіка феритових тіл в квазіусталеному електромагнітному полі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2000. – **43**, №1. – С. 161-172.
3. Гачкевич О.Р., Івасько Р.О. Термопружний стан феритового шару в квазіусталеному електромагнітному полі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2005. – **41**, №3. – С. 85-95.
4. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. – К.: Наук. думка, 1989. – 280 с. (Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т. – Т. 5).
5. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Вынужденные гармонические колебания и диссипативный разогрев вязкоупругих тонкостенных элементов (Обзор) // Прикл. механика – 2000. – **36**, №2. – С. 39-63.
6. Карнаухов В.Г., Лелюх Ю.И. Вынужденные колебания и диссипативный разогрев ферромагнитного слоя // Акустичний вісник. – **2**, №2. – 1999. – С. 44-56.
7. Коваленко А.Д. Избранные труды. – К.: Наук. думка, 1976. – 764 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. – 831 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982. – 624 с.
10. Методика прогнозирования термомеханического поведения ферритовых элементов электромагнитных устройств при обеспечении их функциональных свойств / А.Р. Гачкевич, Р.А. Івасько, М.Т. Солодяк, С. Шимура / Теор. и прикл. механика. – 2007. – Вып. 43. – С. 28-34
11. Моделирование дії електромагнітного поля на термомеханічну поведінку деформівних твердих тіл / О.Р. Гач-

кевич, М.Т. Солодяк, Р.О. Івасько, В.Я. Бойчук // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – **45**, №1. – С. 43-54.

12. *Моделирование* механічних систем за дії електромагнітних навантажень / О. Гачкевич, М. Солодяк, Р. Івасько, С. Шимура // *Машинознавство*. – 2001. – №12 (54). – С. 8-14.

13. *Моделирование* та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я.Й. Бурака, Р.М. Кушніра. Т. 1: Термомеханіка багатоконпонентних тіл низької електропровідності / Я.Й. Бурак, О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецький. – Львів: Сполом, 2006. – 300 с.

14. *Можен Ж.* Механика электромагнитных сплошных сред. – М.: Мир, 1991. – 560 с.

15. *Новацкий В.* Электромагнитные эффекты в твердых телах. – М.: Мир, 1986. – 160 с.

16. *Пчельников Ю.Н., Свиридов В.Т.* Электроника сверхвысоких частот. – М.: Радио и связь, 1981. – 96 с.

17. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды: в 2-х т. – М.: Наука, 1983. – Т. 1. – 528 с.; 1984. – Т. 2. – 560 с.

18. *Сидоров И.Н., Христианин А.А., Скорняков С.В.* Малогабаритные магнитопроводы и сердечники. Справочник. – М.: Радио и связь, 1989. – 384 с.

19. *Ситидзе Ю., Сато Х.* Ферриты. – М.: Мир, 1964. – 408 с.

20. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.

21. *Термоупругость* электропроводных тел / Я.С. Подстригач, Я.И. Бурак, А.Р. Гачкевич, Л.В. Чернявская – К.: Наук. думка, 1977. – 248 с.

22. *Толмасский И.С.* Высокочастотные магнитные материалы. – М.: Энергия, 1968. – 72 с.

23. *Улітко А.Ф., Мольченко Л.В., Ковальчук В.Ф.* Магнітопружність при динамічному навантаженні. – К.: Либідь, 1994. – 155 с.

24. *Фальковский О.И.* Техническая электродинамика. – М.: Связь, 1978. – 432 с.

25. *Ферриты* и магнитодиэлектрики: Справочник / Под общ. ред. Н.Д. Горбунова, Г.А. Матвеева. – М.: Сов. радио, 1968. – 176 с.

26. *Хиппель А.Р.* Диэлектрики и волны. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 438 с.

27. *Vozorth R.M.* Ferromagnetism. – New York: Wiley-IEEE Press, 1993. – 992 p.

28. *Electromagnetic interactions in elastic solids* / Ed. by H. Parcus. – Wien, New York: Springer-Verlag, 1979. – 425 p.

29. *Eringen A.C., Maugin G.A.* Electrodynamics of continua. – New York: Springer-Verlag, 1989. – V. 1. – 454 p.; 1989. – V. 2. – 363 p.

30. *Frequency dispersion and temperature variation of complex permeability of Ni-Zn ferrite composite materials* / T. Tsutaoka, M. Ueshima, T. Tokunaga, T. Nakamura and K. Hatakeyama // *J. Appl. Phys.* – 1995. – **78(6)**. – P. 3983-3991.

31. *Gaczkiewicz A., Kasperski Z.* Modele i metody matematyczne w zagadnieniach brzegowych termomechaniki ciał przewodzących. – Opole: OWPO, 1999. – 368 s.

32. *Hutter K., Ven A.A. van de.* Field-matter interaction in thermoelastic solids. – Berlin etc.: Springer-Verlag, 1978. – 232 p.

33. *Kong T., Li D.X., Wang X.* Thermo-magneto-dynamic stresses and perturbation of magnetic field vector in a non-homogeneous hollow cylinder // *Appl. Math. Modelling.* – 2009. – **33**. – P. 2939-2950.

34. *Mathematical model and method of description of mechanical and thermal properties of ferrite elements of devices subjected to quasisteady electromagnetic field* / O. Hachkevych, R. Ivas'ko, Z. Kasperski, M. Solodiak and S. Szymura // *Optimization of production processes* / Ed. M. Gajek. – Opole: OWPO, 2008. – P. 51-69.

35. *Moon F.C.* Problems in magneto-solid-mechanics // *Mechanics Today*. – 1978. – **4**. – P. 307-390.

36. *Rawa H.* Elektryczność i magnetyzm w technice. – Warszawa: PWN, 1994. – 436 s.

37. *Theoretical and experimental analysis of magnetic inductive heating in ferrite materials* / X.K. Zhang, Y.F. Li, J.Q. Xiao and E.D. Wetzel // *J. Appl. Phys.* – 2003. – **93(10)**. – P. 7124-7126.

38. *Tsutaoka T.* Frequency dispersion of complex permeability in Mn-Zn and Ni-Zn spinel ferrites and their composite materials // *J. Appl. Phys.* – 2003. – **93(5)**. – P. 2789-2796.

Отримана 26.05.09

O. Hachkevych^{1,2}, *R. Ivas'ko*¹, *M. Solodyak*¹, *S. Shymura*²
Modeling of the thermal and stress states of ferrite solids subjected to weak high frequency electromagnetic fields

¹ *Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NASU, Lviv, Ukraine;*

² *Opole Technical University, Opole, Poland*

An approach to capture thermostressed state of poly-crystalline isotropic uniaxial ferrite solids subjected to moderate external quasisteady electromagnetic fields (EMF) of high carrying frequencies is proposed. It is based on the material properties, namely, complex magnetic and electric permeabilities and tangent losses (taken from reference literature). For example, the solutions to the problem on determination electromagnetic, temperature and mechanical fields in ferrite layer subjected to external EMF are obtained and analysed.