

**М. Чернець**

Професор, д-р техн. наук,  
Дрогобицький державний  
педагогічний університет  
імені Івана Франка,  
м. Дрогобич, Україна;  
Люблінський  
політехнічний інститут,  
м. Люблін, Польща

**В. Береза**

Інженер,  
Дрогобицький державний  
педагогічний університет  
імені Івана Франка,  
м. Дрогобич, Україна

УДК 539.538:539.3

## МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ ЗНОШУВАННЯ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ З АРХІМЕДОВИМ ЧЕРВ'ЯКОМ

*Із застосуванням відомої математичної моделі зношування (спрацювання) матеріалів при терті ковзання розроблено метод дослідження кінетики зношування черв'ячних передач з архімедовим черв'яком. Проведено розв'язок задачі і встановлено залежність ресурсу передачі від зношування зубів. Досліджено також зміну швидкостей ковзання та контактних тисків по висоті зубів черв'ячного колеса.*

**черв'ячна передача з архімедовим черв'яком, зношування, довговічність**

Черв'ячні передачі з архімедовим черв'яком є найпростішими за конструкцією, однак знаходять достатньо широке застосування у різного виду машинах, обладнанні та пристроях. Вони забезпечують реалізацію великих передавальних відношень, а, отже, й істотну зміну крутного моменту.

У зачепленні витків черв'яка з зубами черв'ячного колеса виникає тертя ковзання, яке є причиною їх зношування. Це явище спричиняє зміну геометричних параметрів вищої кінематичної пари, призводить до зростання зазорів та підвищення динамічності роботи передачі. Тому бажаним з точки зору надійності її роботи під час експлуатації є оцінка довговічності зубів черв'ячного колеса, виходячи з допустимої величини їх зношування. Однак, не зважаючи на очевидну практичну потребу такого прогнозного розрахунку, відсутні методи його проведення.

Авторами розроблено відповідний метод для черв'ячних передач вказаного виду, базуючись на узагальненій методології дослідження кінетики зношування при терті ковзання [1] та приймаючи за основу метод розрахунку зношування зубів циліндричних передач [2].

**1. Модель описання кінетики зношування при терті ковзання.** Як вже зазначалось, у черв'ячній передачі існує тертя ковзання в умовах граничного мащення.

Згідно з [1] кінетика зношування елементів вузла тертя ковзання описується такою системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{1}{v_j} \frac{dh_{kj}}{dt} = \Phi_k^{-1}(\tau) = 1, \quad k = 1; 2, \quad (1)$$

де  $v_j$  — швидкість ковзання у  $j$ -тій точці зачеплення, вибраних по висоті витків черв'яка;  $h_k$  — лінійні зношування витків черв'яка та зубів черв'ячного колеса;  $t$  — час зношування елементів зачеплення;  $\Phi(\tau)$  — базовий параметр моделі — характеристична функція зносостійкості матеріалів у вибраному sprzęженні та за прийнятих умов;  $\tau$  — питома сила тертя, що виникає у зоні зачеплення, від величини якої залежать лінійні зношування елементів зачеплення;  $k$  — нумерація елементів кінематичної пари (1 — черв'як, 2 — черв'ячне колесо).

Для значень  $\tau$ , що досягаються у черв'ячній передачі, функція  $\Phi(\tau)$  подається таким співвідношенням [2]:

$$\Phi_k(\tau) = C_k (\tau_{sk} / \tau)^{m_k}, \quad (2)$$

де  $C, m$  — характеристики зносостійкості матеріалів у вибраній парі та умовах зношування, які визначаються за результатами експериментальних досліджень відпо-

відно до методики [1];  $\tau_{sk} \approx 0,35\sigma_{6k}$  — межа міцності на зріз (зсув) зношуваних матеріалів;  $\sigma_a$  — межа міцності при розтягу.

Питома сила тертя розраховується за умов кулонівського тертя

$$\tau_j = fp_j, \quad (3)$$

де  $f$  — коефіцієнт тертя ковзання;  $p_j$  — максимальні контактні тиски, які обчислюються за формулою Герца у залежності від пар зачеплень  $w$  витків черв'яка з зубами колеса так:

$$p_{jmax}^{(w)} = 0,564\sqrt{N'/w\theta\rho_{2j}b}, \quad (4)$$

де  $N'$  — сила, що виникає у зачепленні;

$\theta = (1-\mu_1^2)/E_1 + (1-\mu_2^2)/E_2$  — модуль Кірхгофа;

$\mu_k, E_k$  — коефіцієнти Пуасона та модулі Юнга матеріалів черв'ячної передачі;  $\rho_{2j}$  — радіус кривини зубів черв'ячного колеса у  $j$ -тій точці зачеплення;  $b$  — ширина черв'ячного колеса.

Радіус кривини архімедового черв'яка рівний нескінченності, а зубів черв'ячного колеса по їх висоті

$$\rho_{2j} = \left( \frac{d_2}{2} \sin \alpha_{xj} + e_{pAj} \right). \quad (5)$$

Змінна  $x_A < x < x_B$ , а

$$x_A = r_{f1} + 0,2m, \quad x_B = r_{a1}. \quad (6)$$

Відрізок зачеплення  $[x_A, x_B]$  потрібно рівномірно поділити на декілька менших відрізків з точками  $x_A = j_A = j_1, x_2 = j_2, x_3 = j_3, \dots, x_B = j_n = j_B$ .

**2. Геометричні співвідношення у передачі.** Параметри черв'ячної передачі розраховують так:

$$r_{f1} = 0,5(d_1 - 2h_{f1}), h_{f1} = 1,2m \quad (\text{при } \gamma \leq 15^\circ),$$

$$h_{f1} = 1,2m_n \quad (\text{при } \gamma > 15^\circ);$$

$$tg\gamma = mz_1/d_1, \quad d_1 = qm;$$

$$r_{a1} = 0,5(d_1 + 2h_{a1}), \quad h_{a1} = m \quad (\text{при } \gamma \leq 15^\circ),$$

$$h_{a1} = m_n \quad (\text{при } \gamma > 15^\circ);$$

$$r_2 = 0,5z_2m, \quad r_2 = 0,5d_2, \quad z_2 = uz_1, \quad q = 2(1 + \sqrt{z_2});$$

$$\alpha_{pxj} = \arctg(-tg\alpha_{xj}), \quad tg\alpha_{xj} = \frac{180}{\pi} \frac{mz_1}{2x},$$

$$e_{pAj} = \frac{r_1 - x}{\sin \alpha_{pxj}}, \quad r_1 = 0,5d_1, \quad b = 2m\sqrt{q+1},$$

де  $r_{f1}$  — радіус кола западин черв'яка;  $d_1$  — дільний діаметр черв'яка;  $h_{f1}$  — висота основи витка черв'яка;  $m$  — осьовий модуль зачеплення;  $m_n = m \cos \gamma$  — нормальний модуль зачеплення;  $\gamma$  — кут підйому гвинтової лінії витків черв'яка;  $z_1$  — кількість заходів черв'яка;  $q$

— коефіцієнт діаметра черв'яка;  $r_{a1}$  — радіус кола виступів витків черв'яка;  $h_{a1}$  — висота головки витка черв'яка;  $d_2$  — дільний діаметр черв'ячного колеса;  $z_2$  — кількість зубів черв'ячного колеса;  $u$  — передавальне відношення передачі;  $\alpha = 20^\circ$  — кут зачеплення;  $e_{pAj}$  — віддаль  $j$ -тої точки контакту від полюса зачеплення.

**3. Швидкість ковзання у зачепленні.** Вона буде геометричною сумою двох складових:

$$v_j = \sqrt{(v'_j)^2 + (v''_j)^2}, \quad (7)$$

де  $v'_j$  — швидкість ковзання, що виникає при обертанні черв'яка;  $v''_j$  — швидкість ковзання точки контакту, що належить одночасно черв'ячному колесу та витку черв'яка.

З аналізу геометричних залежностей

$$v'_j = \frac{\omega_1 x}{\cos \gamma_A}, \quad (8)$$

де  $tg\gamma_A = mz_1/2x$ ;  $\omega_1 = \pi n_1/30$  — кутова швидкість черв'яка;  $n_1$  — кількість обертів вала-черв'яка,

$$v''_j = e_{pAj}\omega_2, \quad \omega_2 = \omega_1/u. \quad (9)$$

Слід зазначити, що домінуючий вплив на результуючу швидкість ковзання виявляє швидкість  $v'$ .

**4. Функція лінійного зношування зубів черв'ячного колеса.** Після відокремлення змінних у диференціальному рівнянні (1), врахування співвідношення (2) для характеристичної функції зносостійкості  $\Phi_2(\tau)$  та формули Кулона (3) для питомих сил тертя і формули Герца (4) для визначення початкових максимальних тисків отримано функцію лінійного зношування зубів у вигляді

$$h'_{2j} = \frac{v_j t'_j \left( fp_{jmax}^{(w)} \right)^{m_2}}{C_2 (\tau_{s2})^{m_2}}, \quad (10)$$

де  $t'_j = 2b_j/v_j$  — час трибоконтакту спряжених профілів у  $j$ -тих точках на шляху тертя  $2b_j$ ;

$$2b_j^{(w)} = 2,256\sqrt{\Theta N' \rho_j / bw}.$$

Відповідно протягом однієї години роботи передачі зношування зубів черв'ячного колеса знаходиться так:

$$\bar{h}_{2j} = 60n_2 h'_{2j}, \quad n_2 = n_1/u, \quad (11)$$

де  $n_2$  — кількість обертів черв'ячного колеса за хвилину.

Якщо ж потрібно обчислити ресурс роботи  $t_*$  передачі при заданому допустимому зношуванні  $h_{2*}$  зубів, то це проводиться за формулою:

$$t_* = \left( h_{2*} / \bar{h}_{2j} \right). \quad (12)$$

Для обчислення сили в зачепленні використовується відома залежність

$$N' = \frac{2T}{d_1 \cos \alpha_{pxj} \sin(\gamma + \rho')} \ddot{a}, \quad (13)$$

де  $T$  — крутний момент на валу черв'яка;  $\rho'$  — кут тертя;  $T = 9550 \cdot 10^3 \text{ N} / n_1$  (Н·мм);  $\rho' = \arctg(f / \cos \alpha)$ ;  $N$  — потужність.

**5. Приклад розрахунку ресурсу.** Прийнято, що допустиме зношування зубів черв'ячного колеса  $h_{2*} = 0,5$  мм. Для цієї величини  $h_{2*}$  проведено розрахунок ресурсу роботи передачі  $t_{*min}$  для випадків дво- та трипарного зачеплення.

Вихідні дані були такими:  $N = 3,5$  кВт,  $n_1 = 1410$  об/хв,  $m = 6$  мм,  $z_1 = 2$ ,  $u = 25,5$ ,  $f = 0,05$ ,  $q = 8$ ; черв'як — сталь 45 гартування (HRC 50), для якої  $E_1 = 2,1 \times 10^5$  МПа,  $\mu_1 = 0,3$ ; вінець черв'ячного колеса — бронза ОЦС 6-6-3, для якої  $E_2 = 1,1 \times 10^5$  МПа,  $\mu_2 = 0,34$ ;  $C_2 = 7,6 \times 10^6$ ,  $m_2 = 0,88$ ;  $\tau_{s2} = 75$  МПа; для  $j=1$ ,  $x=18$  мм,  $j=2-x=20$  мм,  $j=3-x=22$  мм,  $j=4-x=24$  мм,  $j=5-x=26$  мм.

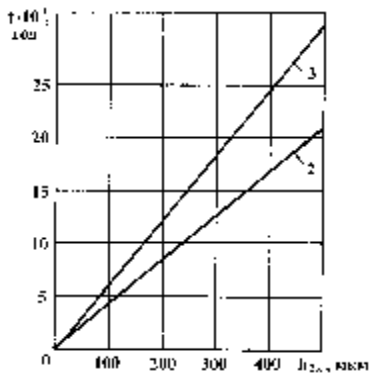


Рис. 1. Ресурс передачі: 2 — двопарне зачеплення, 3 — трипарне зачеплення

Дані обчислень ресурсу наведено на рис. 1. При зростанні кількості зачеплень витків черв'яка і зубів колеса зростає ресурс передачі.

Також було прораховано лінійне зношування зубів по висоті у вибраних точках  $j$ . Воно є практично однаковим. Зміна швидкості ковзання по висоті зуба показана на рис. 2, а контактних тисків — на рис. 3. Ці параметри досягають найбільшого значення на вершині зубів, а найменшого — біля їхньої основи.

Запропонований метод дає змогу ефективно досліджувати кінетику зношування черв'ячних передач, зокрема з архімедовим черв'яком.

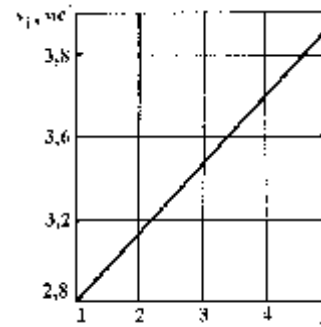


Рис. 2. Швидкість ковзання по висоті зубів

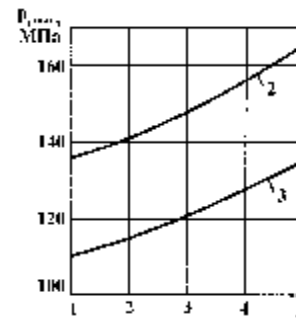


Рис. 3. Зміна контактних тисків по висоті зуба

## Література

1. Андрейкив А.Е., Чернец М.В. Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин. — К.: Наук. думка, 1991. — 160 с.
2. Чернец М.В., Келбінські С. Прогнозування довговічності зубчастих передач // Проблеми трибології. — 2001. — №3—4. — С. 151—159.

Отримана 24.09.08

M. Chernetz<sup>1,2</sup>, V. Bereza<sup>2</sup>

The kinetics investigation method of worm gear's wear with archimedean worm

<sup>1</sup>Lublin Polytechnic Institute, Lublin, Poland;  
Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University,  
Drohobych, Ukraine;

<sup>2</sup>Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University,  
Drohobych, Ukraine;

With the usage of the known mathematical model of materials wear in sliding friction, the kinetics investigation method of worm gear's wear with archimedean worm has been developed. The problem's solution has been carried out and the dependence of the gear's resource changing on cogs wear has been stated. The changing of sliding speeds and contact pressures in accordance to a height of worm wheel's cogs has also been investigated.

## Аі а³аіі à àâòîð³а!

Опублікування статей у журналі “Машинознавство” є безкоштовним. Організаціям-передплатникам, а також спонсорам журналу “Машинознавство” у разі офіційного клопотання надається право позачергового опублікування статей їхніх працівників за умови позитивної рецензії. Аналогічною пільгою користуються автори, які особисто передплатили не менше шести примірників журналу, або посприяли його передплаті для організації.

Журнал “Машинознавство” можна передплатити на будь-який місяць і довільну кількість примірників, перерахувавши по 25 грн за кожен примірник видавцю журналу.