

Рис. 1. Конструкція роторно-планетарної машини з епітрохідним контуром робочої порожнини

ним електродвигуном (АД) в якості приводу для розв'язання перелічених задач.

1. Роторно-планетарні гідромашини. На рис. 1 показаний один з варіантів виконання гідромашини з дводуговим епітрохідним контуром робочої порожнини [3]. Основними деталями є статор 1, торцеві диски 2, кришки корпуса 9, ротор 17 з лопатками радіального ущільнення 16 і торцевими ущільнювачами 14, вал 4 і противаги 3. Якщо гідромашина проектується на невелику швидкість обертання ротора, а незначна вібрація її корпуса не буде мати значення, то противаги 3 не роблять, і конструкція гідромашини спрощується. Вал машини встановлено у двох підшипниках ковзання 5.

Ротор приводиться в обертання ексцентриком 6, що обертається в підшипнику ковзання 7, запресованому у тілі ротора. На одному з торців ротора монтується шестерня 13 синхронізуючого апарата, що знаходиться в зачепленні з нерухомою шестернею 8, встановленою на торцевій кришці.

Розподільні диски, статор і кришки корпуса мають гумові ущільнювачі 10 для виключення витоків рідини. Канали 15 статора служать для сполучення між собою розподільних вікон протилежних дисків (для здійснення двостороннього розподілу). Розподіл здійснюється ротором. Розподільні вікна всмоктування і нагнітання сполучаються зі штуцерами, що знаходяться в припливах 11 кришки корпуса, для приєднання гідромашини до магістралі. Статор і кришка з'єднані болтами 12.

Робоча порожнина машини виконана у вигляді дводугової епітрохіди з модулем $m=3/2$, а ротор — у вигляді трикутника Рело ($z=3$) [1]. Кожна камера в цій машині зв'язана зі своїми штуцерами і працює незалежно. За потреби камери можуть працювати з однією магістраллю нагнітання. Ротор і вихідний вал гідромашини обертаються в один бік. Швидкість обертання вала в три рази перевищує швидкість обертання ротора.

2. Математична модель динамічних процесів у роторно-планетарних гідронасосах з АД. Узагальнені координати системи. На рис. 2 показані насос 3 з приводним електродвигуном 1, основи яких 4 розміщені на амортизаторах 5. Вали мотора і насоса з'єднані гумопальцевою муфтою 2.

Рівняння руху запишемо, застосовуючи методику складання рівнянь Лагранжа другого роду. Skorистаємося схемою гідронасоса (рис. 3), на якій ротор і корпус зображені в поточний момент часу.

На схемі показані: Oxy — основна (нерухома) система координат, відносно якої гідронасос здійснює плоскопаралельний рух, причому її початок збігається з центром мас (точка C) статора і вала гідромашини (без ексцентрика і противаги), коли пристрій знаходиться в положенні статичної рівноваги (точки C і O при цьому збігаються); $Cx''y''$ — рухома система координат, що здійснює поступальний рух; $Cx'y'$ — рухома, жорстко пов'язана зі статором насоса система координат; x, y — поточні значення координат точки C ; ϑ — кут повороту рухомої системи координат $Cx'y'$; Φ — кут повороту вала насоса; Φ_r — кут повороту ротора.

Узагальненими координатами розглянутої системи є: кути повороту ротора електродвигуна і вала насоса

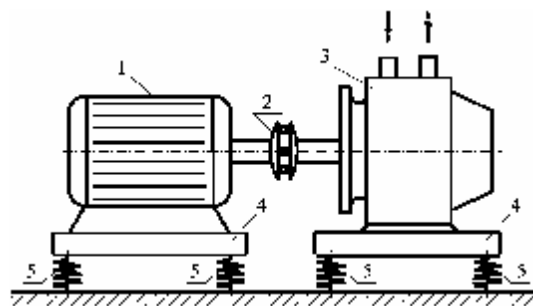


Рис. 2. Схема гідронасоса з приводним електродвигуном

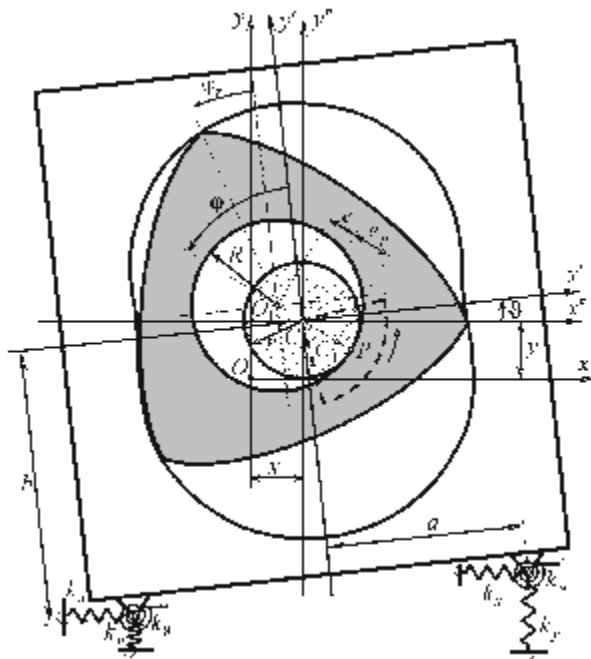


Рис. 3. Розрахункова схема гідронасоса

$q_1 = \psi$, $q_2 = \varphi$ відповідно; декартові координати $q_3 = x$ і $q_4 = y$, що визначають положення центра мас статора і вала насоса (без ексцентрика і противаг); кут повороту статора $q_5 = \vartheta$.

Кінетична енергія системи. Запишемо вирази для кінетичної енергії тіл, що утворюють систему. Хоч вал насоса жорстко зв'язаний з ексцентриком і противагами, кінетичні енергії цих тіл доцільно подати різними виразами. Крім більшої наочності подання сумарної кінетичної енергії системи, це спростить дослідження впливу противаг на характер динамічних процесів у ній.

Кінетична енергія статора насоса при плоскопаралельному русі

$$T_1 = \frac{1}{2} M v_C^2 + \frac{1}{2} J \dot{\vartheta}^2 = \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\vartheta}^2, \quad (1)$$

де M — маса статора; v_C — швидкість точки C (центра мас статора); J — момент інерції статора відносно осі, що проходить через точку C .

Кінетична енергія вала насоса (без ексцентрика й противаг) при плоскопаралельному русі

$$T_2 = \frac{1}{2} m_g v_C^2 + \frac{1}{2} I_g \omega_g^2 = \frac{1}{2} m_g (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I_g (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta})^2, \quad (2)$$

де m_g — маса вала насоса; I_g — момент інерції вала відносно осі, що проходить через точку C ; $\omega_g = \dot{\varphi} + \dot{\vartheta}$ — абсолютна кутова швидкість вала (впливає з теорії додавання обертань навколо паралельних осей).

Кінетична енергія ексцентрика при плоскопаралельному русі

$$T_3 = \frac{1}{2} m_e v_{O_1}^2 + \frac{1}{2} I_e \omega_e^2, \quad (3)$$

де m_e — маса ексцентрика; v_{O_1} — абсолютна швидкість центра мас ексцентрика; I_e — момент інерції ексцентрика відносно осі, що проходить через центр мас (точка O_1); $\omega_e = \dot{\varphi} + \dot{\vartheta}$ — абсолютна кутова швидкість ексцентрика.

Координати точки O_1 у нерухомій координатній системі Oxy (впливають з формул перетворення координат при плоскопаралельному русі, див. рис. 3) мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} x_{O_1} &= x - e \sin \varphi \cos \vartheta - e \cos \varphi \sin \vartheta = x - e \sin(\varphi + \vartheta); \\ y_{O_1} &= y - e \sin \varphi \sin \vartheta + e \cos \varphi \cos \vartheta = y + e \cos(\varphi + \vartheta), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де $e = CO_1$ — ексцентриситет.

З урахуванням того, що $v_{O_1}^2 = \dot{x}_{O_1}^2 + \dot{y}_{O_1}^2$, формула (3), після нескладних перетворень, набуває вигляду

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{1}{2} m_e \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_e \dot{y}^2 + \frac{1}{2} (m_e e^2 + I_e) (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta})^2 - \\ &- m_e e (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}) [\dot{x} \cos(\varphi + \vartheta) + \dot{y} \sin(\varphi + \vartheta)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Кінетична енергія противаг при плоскопаралельному русі (на рис. 3 противаги показані штриховою лінією) знаходимо аналогічно попередньому випадку. Маємо

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{1}{2} m_p \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_p \dot{y}^2 + \frac{1}{2} (m_p e_p^2 + I_p) (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta})^2 + \\ &+ m_p e_p (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}) [\dot{x} \cos(\varphi + \vartheta) + \dot{y} \sin(\varphi + \vartheta)], \end{aligned} \quad (6)$$

де m_p — маса противаг; I_p — момент інерції противаг відносно осі, що проходить через центр мас (точка C_1); $\omega_p = \dot{\varphi} + \dot{\vartheta}$ — абсолютна кутова швидкість противаг; $e_p = CC_1$ — ексцентриситет.

Кінетична енергія ротора при плоскопаралельному русі (див. рис. 3)

$$T_5 = m_r \frac{v_{O_1}^2}{2} + I_r \frac{\omega_r^2}{2}, \quad (7)$$

де m_r — маса ротора; v_{O_1} — абсолютна швидкість центра; I_r — момент інерції ротора відносно осі, що проходить через центр мас (точка O_1); ω_r — абсолютна кутова швидкість ротора.

Неважно показати, що для пристрою з модулем $m = R/r = 3/2$ при нерухомому статорі кутова швидкість ротора в три рази менша від кутової швидкості вала. Тут через r і R позначені радіуси початкових кіл нерухомої 8 і рухомої 13 шестерень (див. рис. 1, рис. 3).

Центр мас ротора O_1 описує коло радіуса $CO_1 = e$ з центром у точці C нерухомої шестерні. Модуль швидкості точки O_1

$$v_{O_1} = \omega e = \omega(R - r) = \omega \frac{r}{2}. \quad (8)$$

З іншого боку, оскільки точка P є миттєвим центром швидкостей для ротора, що робить плоскопаралельний рух, то

$$v_{O_1} = \omega_r \cdot PO_1 = \omega_r R = \omega_r \frac{3}{2} r. \quad (9)$$

Прирівнюючи праві частини цих виразів, отримаємо

$$\omega_r = \frac{\omega}{3}. \quad (10)$$

При врахуванні коливань статора вираз для абсолютної кутової швидкості ротора буде таким:

$$\omega_r = \frac{\varphi}{3} + \vartheta. \quad (11)$$

З урахуванням (11) і того, що $v_{O_1}^2 = \dot{\varphi}_{O_1}^2 + \dot{\vartheta}_{O_1}^2$ (див. вище), вираз (7) для кінетичної енергії ротора набуває вигляду

$$T_5 = \frac{1}{2} m_r \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_r \dot{\vartheta}^2 + \frac{1}{2} m_r e^2 (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta})^2 - m_r e (\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}) [\dot{\varphi} \cos(\varphi + \vartheta) + \dot{\vartheta} \sin(\varphi + \vartheta)] + \frac{1}{2} I_r \left(\frac{\dot{\varphi}}{3} + \dot{\vartheta} \right)^2. \quad (12)$$

Кінетична енергія ротора електродвигуна

$$T_6 = J_e \frac{\dot{\varphi}^2}{2}, \quad (13)$$

де J_e — момент інерції ротора електродвигуна.

Повна кінетична енергія системи з урахуванням формул (1), (2), (5), (6), (12), (13)

$$T = \sum_{k=1}^6 T_k. \quad (14)$$

Тут очевидний громіздкий вираз для T не наведено. Відповідно до теорії малих коливань коефіцієнти при узагальнених швидкостях слід розкласти у ряд Маклорена поблизу положення стійкої рівноваги ($x = y = \vartheta = 0$) і утримати в розкладі тільки перший член. Фактично це означає, що при розкладанні $\cos(\varphi + \vartheta)$ і $\sin(\varphi + \vartheta)$ потрібно обмежитися тільки значеннями зазначених функцій при $\vartheta = 0$, тобто $\cos \varphi$ і $\sin \varphi$ відповідно. Беручи це до уваги, введемо для компактності запису такі позначення:

$$\alpha_1 = M + m_g + m_e + m_p + m_r; \quad \alpha_2 = m_e e^2 + I_e;$$

$$\alpha_3 = m_p e_p^2 + I_p; \quad \alpha_4 = m_r e^2 + I_r; \quad \alpha_5 = m_r e^2 + \frac{I_r}{9};$$

$$\alpha_6 = m_r e^2 + \frac{I_r}{3}; \quad \alpha_7 = J + I_g + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4;$$

$$\alpha_8 = I_g + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_5; \quad \alpha_9 = m_p e_p - (m_e + m_r) e;$$

$$\alpha_{10} = I_g + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_6.$$

Тоді повна кінетична енергія системи

$$T = \frac{1}{2} J_e \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \alpha_8 \dot{\vartheta}^2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \dot{\vartheta}^2 + \frac{1}{2} \alpha_7 \dot{\vartheta}^2 + \alpha_9 \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{\vartheta} + \alpha_9 \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{\vartheta} + \alpha_{10} \dot{\varphi} \dot{\vartheta} + \alpha_9 \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{\vartheta} + \alpha_9 \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{\vartheta}. \quad (15)$$

Узагальнені відновлювальні сили. Потенціальна енергія системи складеться з енергії положення й енергії деформації амортизаторів і пружного з'єднання валів (пружної муфти) насоса і електродвигуна.

Приймаючи потенціальну енергію в положенні статичної рівноваги рівною нулю, потенціальну енергію сил ваги тіл у поточному положенні системи (див. рис. 3) можна подати в такий спосіб.

Потенціальна енергія статора і вала насоса (без ексцентрика і противаг)

$$\Pi_1 = (M + m_g) g y. \quad (16)$$

де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — пришвидшення вільного падіння.

Потенціальна енергія ексцентрика

$$\Pi_2 = m_e g \{ y - [e - e \cos(\varphi + \vartheta)] \}. \quad (17)$$

Потенціальна енергія противаг

$$\Pi_3 = m_p g \{ y + [e_p - e_p \cos(\varphi + \vartheta)] \}. \quad (18)$$

Потенціальна енергія ротора

$$\Pi_4 = m_r g \{ y + [e - e \cos(\varphi + \vartheta)] \}. \quad (19)$$

Вираз для сумарної потенціальної енергії сил ваги з урахуванням (16) — (19) має вигляд

$$\sum_{k=1}^4 \Pi_k = \alpha_1 g y + \alpha_9 g [1 - \cos(\varphi + \vartheta)]. \quad (20)$$

Запишемо вираз для потенціальної енергії пружних сил, приймаючи, що насос відхилився від положення статичної рівноваги (див. рис. 3).

З урахуванням позначень рис. 3 вертикальні координати верхніх точок лівого і правого амортизаторів у відхиленому положенні можна подати відповідно так:

$$y - a \sin \vartheta - b \cos \vartheta, \quad y + a \sin \vartheta - b \cos \vartheta.$$

Записавши вирази для вертикальних деформацій, після очевидних перетворень, отримаємо потенціальну енергію розтягу — стиску чотирьох амортизаторів:

$$\Pi_5 = 2k_y \left[y^2 + a^2 \sin^2 \vartheta + b^2 \cos^2 \vartheta - 2by \cos \vartheta + 2(b - \Delta)y + 2b(\Delta - b) \cos \vartheta + b(b - 2\Delta) \right], \quad (21)$$

де k_y — вертикальна жорсткість амортизатора; $\Delta = \alpha_1 g / (4k_y)$ — статична (початкова) деформація амортизатора.

Аналогічно (див. рис. 3) горизонтальні координати верхніх точок лівого і правого амортизаторів у відхиленому положенні можна подати відповідно так:

$$\begin{aligned} x - a \cos \vartheta + b \sin \vartheta, \\ x + a \cos \vartheta + b \sin \vartheta. \end{aligned}$$

Записавши вирази для горизонтальних деформацій, після очевидних перетворень, отримаємо потенціальну енергію зсуву чотирьох амортизаторів:

$$\Pi_6 = 2k_x \left[x^2 + a^2 \cos^2 \vartheta + b^2 \sin^2 \vartheta + a^2 + 2bx \sin \vartheta - 2a^2 \cos \vartheta \right], \quad (22)$$

де k_x — жорсткість амортизатора при зсуві (у горизонтальному напрямі).

Потенціальна енергія повороту чотирьох амортизаторів

$$\Pi_7 = 2k_\vartheta \vartheta^2, \quad (23)$$

де k_ϑ — жорсткість амортизатора при повороті.

Потенціальна енергія кручення пружної муфти між валами насоса й електродвигуна

$$\Pi_8 = \frac{1}{2} k (\varphi - \psi)^2, \quad (24)$$

де k — жорсткість на кручення.

Додаючи вирази (20) — (24), отримаємо сумарну потенціальну енергію системи:

$$\Pi = \sum_{k=1}^8 \Pi_k. \quad (25)$$

Явний вираз для потенціальної енергії через його громіздкість і очевидність тут не наведено.

Оскільки в розглянутому випадку не всі змінні за фізичним змістом є малими, то в розкладі потенціальної енергії в ряд Маклорена поблизу положення статичної рівноваги $x = y = \vartheta = 0$ варто було б при аналізі малих коливань утримати доданки, що не вищі другого порядку малості, саме щодо зазначених змінних.

Простіше, однак, обмежитися доданками не вище першого порядку малості відносно змінних x , y , ϑ вже у виразах відновлювальних узагальнених сил, що являють собою взяті зі знаком мінус частинні похідні від потенціальної енергії за відповідними узагальненими координатам.

З урахуванням позначень $\alpha_{11} = 4k_x$, $\alpha_{12} = \alpha_{11}b$, $\alpha_{13} = 4k_y$, $\alpha_{14} = 4[k_x b^2 + k_y (a^2 - b\Delta) + k_\vartheta]$, $\alpha_{15} = \alpha_9 g$, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} &= k(\varphi - \psi); \\ -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} &= -k(\varphi - \psi) - \alpha_{15} \cos \varphi \cdot \vartheta - \alpha_{15} \sin \varphi; \\ -\frac{\partial \Pi}{\partial x} &= -\alpha_{11}x - \alpha_{12}\vartheta; \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial y} = -\alpha_{13}y; \\ -\frac{\partial \Pi}{\partial \vartheta} &= -\alpha_{12}x - (\alpha_{14} + \alpha_{15} \cos \varphi) \cdot \vartheta - \alpha_{15} \sin \varphi. \end{aligned} \right\} (26)$$

Узагальнені сили опору. Коректний математичний опис сил опору — складна задача. При дослідженні перехідних режимів і розрахунку вимушених зарезонансних коливань, характерних для розглянутих пристроїв, їх вплив — незначний, бо для зазначених режимів має значення інтегральний ефект дії сил опору. Для простоти опису узагальнені сили опору приймалися пропорційними відповідним узагальненим швидкостям \dot{x} , \dot{y} , $\dot{\vartheta}$, тобто у вигляді $Q_x^* = -\beta_x \dot{x}$, $Q_y^* = -\beta_y \dot{y}$, $Q_\vartheta^* = -\beta_\vartheta \dot{\vartheta}$. Демпфування ж на ділянці пружної муфти між валами — пропорційне різниці відповідних узагальнених швидкостей у вигляді $\beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi})$. Модуль еквівалентного сумарного моменту опору, зведений до вала насоса, природно прийняти пропорційним квадрату кутової швидкості вала $M_d = \alpha \dot{\varphi}^2$ (α — коефіцієнт пропорційності). Зазначений момент обумовлений опором рідини, що перекачується, тертям у підшипнику ротора, тертям ротора об рідину і торцеві диски, гідродинамічними втратами в підшипниках.

Динамічна характеристика асинхронного електродвигуна. До ротора електродвигуна прикладений обертальний момент M_D , який визначається динамічною характеристикою АД. Її коректний опис, як сказано вище, для розглянутих пристроїв і режимів роботи є непростю задачею. Проведений аналіз дозволив віддати перевагу підходу, використаному в праці [6]. При складанні відповідного диференціального рівняння приймалося допущення, що полягає в нехтуванні активним опором статора порівняно з активним опором ротора. Як показали дослідження, похибка розрахункових і експериментальних моментів у цьому випадку складає не більше 10 %. Характеристика має такий вигляд:

$$\begin{aligned} T_D^2 \xi \dot{M}_D + T_D \xi \left(2 - \frac{T_D}{s} \right) M_D + \left(1 - \frac{T_D \xi}{s} \right) M_D = \\ = 2\xi M_k \beta, \end{aligned} \quad (27)$$

де M_D — момент, що розвивається двигуном у перехідному процесі; M_k — критичний момент двигуна;

$\xi = \frac{1}{1 + \beta^2}$; $\beta = \frac{\omega_0 - \dot{\varphi}}{\omega_0}$ — відносне ковзання; ω_0 —

кутова швидкість ідеального ходу; $\dot{\varphi}$ — кутова швидкість електродвигуна в перехідному процесі;

$s = \omega_0 - \dot{\varphi}$ — поточне ковзання; $T_D = \frac{1}{\omega_c s_k}$ —

електромагнітна стала часу; $\omega_c = 50 \cdot 2\pi$ — кругова частота
напруги мережі;

$$s_k = \left(s_n + \sqrt{s_n \frac{\mu_m - 1}{\mu_i - 1}} \right) / \left(1 + \sqrt{s_n \frac{\mu_m - 1}{\mu_i - 1}} \right) \text{ — критичне}$$

ковзання [7]; $s_n = \frac{\omega_0 - \omega_n}{\omega_0}$ — номінальне ковзання; ω_n

— номінальна кутова швидкість; $\mu_m = \frac{M_k}{M_n}$; $\mu_u = \frac{M_s}{M_n}$;

$\mu_i = \frac{\mu_m}{\mu_u}$; M_n , M_s — відповідно номінальний і пусковий

моменти двигуна.

Диференціальні рівняння руху гідронасоса. Запишемо потрібні диференціальні рівняння, скориставшись процедурою складання рівнянь Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_k} + Q_{q_k} \quad (k=1,5), \quad (28)$$

де Q_{q_k} — узагальнені сили, що відповідають непотенціальним силам.

Думки, що викладені вище, дають змогу подати непотенціальні узагальнені сили так:

$$\left. \begin{aligned} Q_\psi &= \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D; \quad Q_\varphi = -\beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) - M_d; \\ Q_x &= Q_x^* = -\beta_x \dot{x}; \quad Q_y = Q_y^* = -\beta_y \dot{y}; \quad Q_\vartheta = Q_\vartheta^* = -\beta_\vartheta \dot{\vartheta}. \end{aligned} \right\} (29)$$

Рівняння руху (27), після знаходження потрібних похідних від кінетичної енергії системи (15), при врахуванні (26) і (29) набувають такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} J_e \ddot{\varphi} &= k(\varphi - \psi) + \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D; \\ \alpha_8 \ddot{\varphi} + \alpha_9 \cos \varphi \ddot{x} + \alpha_9 \sin \varphi \ddot{y} + \alpha_{10} \ddot{\vartheta} &= \\ -\alpha_9 \sin \varphi \dot{x}^2 + \alpha_9 \cos \varphi \dot{y}^2 - k(\varphi - \psi) - \\ -\alpha_{15} \cos \varphi \dot{\vartheta} - \alpha_{15} \sin \varphi - \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) - M_d; \\ \alpha_9 \cos \varphi \ddot{\varphi} + \alpha_{11} \ddot{x} + \alpha_9 \cos \varphi \ddot{\vartheta} &= \\ = \alpha_9 \sin \varphi \dot{\varphi}^2 + \alpha_9 \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{\vartheta} - \alpha_{11} x - \alpha_{12} \dot{\vartheta} - \beta_x \dot{x}; \\ \alpha_9 \sin \varphi \ddot{\varphi} + \alpha_{11} \ddot{y} + \alpha_9 \sin \varphi \ddot{\vartheta} &= \\ = -\alpha_9 \cos \varphi \dot{\varphi}^2 - \alpha_9 \cos \varphi \dot{\varphi} \dot{\vartheta} - \alpha_{13} y - \beta_y \dot{y}; \\ \alpha_{10} \ddot{\varphi} + \alpha_9 \cos \varphi \ddot{x} + \alpha_9 \sin \varphi \ddot{y} + \alpha_7 \ddot{\vartheta} &= \\ = \alpha_9 \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{x} - \alpha_9 \cos \varphi \dot{\varphi} \dot{y} - \alpha_{12} x - \\ - (\alpha_{14} + \alpha_{15} \cos \varphi) \dot{\vartheta} - \alpha_{15} \sin \varphi - \beta_\vartheta \dot{\vartheta}. \end{aligned} \right\} (30)$$

Рівняння (30) повинні інтегруватися разом з рівнянням динамічної характеристики АД (27). Однак безпосередньо зробити це з використанням широко розповсюджених алгоритмів числового інтегрування неможливо, бо рівняння 2 — 5 цієї системи і рівняння (27) не розв'язані відносно других похідних $\ddot{\varphi}$, \ddot{x} , \ddot{y} , $\ddot{\vartheta}$ узагальнених координат φ , x , y , ϑ і другої похідної \ddot{M}_D моменту електродвигуна M_D (з урахуванням прийнятого позначення для s у рівняння динамічної характеристики увійде $\dot{\varphi}$). Щоб це стало можливим, розв'яжемо спочатку рівняння (2) — (5) відносно старшої похідної тільки однієї узагальненої координати. Якби матриця, що утворена з коефіцієнтів при $\ddot{\varphi}$, \ddot{x} , \ddot{y} , $\ddot{\vartheta}$, у лівій частині цих рівнянь

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_8 & \alpha_9 \cos \varphi & \alpha_9 \sin \varphi & \alpha_{10} \\ \alpha_9 \cos \varphi & \alpha_1 & 0 & \alpha_9 \cos \varphi \\ \alpha_9 \sin \varphi & 0 & \alpha_1 & \alpha_9 \sin \varphi \\ \alpha_{10} & \alpha_9 \cos \varphi & \alpha_9 \sin \varphi & \alpha_7 \end{bmatrix} \quad (31)$$

мала сталі елементи, то знаходження оберненої матриці, а, отже, й подання рівнянь у формі прийнятній для числового інтегрування було б тривіальною задачею. Оскільки елементи матриці є змінними, знаходження її оберненої матриці є трудомісткою операцією, хоча матриця і має розмірність 4×4 . Сьогодні складності, що виникають при цьому, вдається істотно зменшити, а надійність результатів підвищити, використовуючи математичні пакети, що включають символічну математику. Тут для цієї мети використано пакет Mathcad [8]. Обернена матриця Z через її громіздкість тут не наведена.

Для компактного запису перетворених рівнянь скористаємося такими позначеннями правих частин рівнянь (30):

$$\left. \begin{aligned} f_\psi &= \frac{k}{J_e}(\varphi - \psi) + \frac{\beta}{J_e}(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + \frac{M_D}{J_e}; \\ f_\varphi &= -\alpha_9 \sin \varphi \dot{x}^2 + \alpha_9 \cos \varphi \dot{y}^2 - k(\varphi - \psi) - \\ &- \alpha_{15} \cos \varphi \dot{\vartheta} - \alpha_{15} \sin \varphi - \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) - M_d; \\ f_x &= \alpha_9 \sin \varphi \dot{\varphi}^2 + \alpha_9 \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{\vartheta} - \alpha_{11} x - \alpha_{12} \dot{\vartheta} - \beta_x \dot{x}; \\ f_y &= -\alpha_9 \cos \varphi \dot{\varphi}^2 - \alpha_9 \cos \varphi \dot{\varphi} \dot{\vartheta} - \alpha_{13} y - \beta_y \dot{y}; \\ f_\vartheta &= \alpha_9 \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{x} - \alpha_9 \cos \varphi \dot{\varphi} \dot{y} - \alpha_{12} x - \\ &- (\alpha_{14} + \alpha_{15} \cos \varphi) \dot{\vartheta} - \alpha_{15} \sin \varphi - \beta_\vartheta \dot{\vartheta}. \end{aligned} \right\} (32)$$

Тут права частина першого рівняння (32) записана після його розв'язання відносно $\ddot{\varphi}$. Підставляючи цей вираз в динамічну характеристику АД (27), отримаємо рівняння, що містить другу похідну тільки за змінною M_D . Його права частина має вигляд

$$f_{M_D} = -\omega_c s_k \left\{ 2 + \frac{[k(\varphi - \psi) + \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D]}{\omega_c s_k (\omega_0 - \dot{\varphi}) J_e} \right\} \dot{M}_D -$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \omega_c^2 s_k^2 \left[1 + \frac{(\omega_0 - \psi)^2}{\omega_0^2} \right] + \right. \\
& \left. + \omega_c s_k \frac{[k(\varphi - \psi) + \beta(\psi - \psi) + M_D]}{(\omega_0 - \psi) J_e} \right\} M_D + \\
& + 2M_k \omega_c^2 s_k^2 \frac{(\omega_0 - \psi)}{\omega_0}. \quad (33)
\end{aligned}$$

Після помноження зліва на обернену матрицю \mathbf{Z} матриць інерції рівнянь (2) — (5), вони виявляються розв'язними відносно другої похідної тільки однієї узагальненої координати. У такий спосіб система рівнянь (30), з урахуванням рівняння динамічної характеристики, набуває кінцевого вигляду:

$$\begin{cases}
\ddot{\psi} = f_\psi; \\
\ddot{\varphi} = (z_{11}f_\varphi + z_{12}f_x + z_{13}f_y + z_{14}f_\vartheta) / |\mathbf{A}|; \\
\ddot{x} = (z_{21}f_\varphi + z_{22}f_x + z_{23}f_y + z_{24}f_\vartheta) / |\mathbf{A}|; \\
\ddot{y} = (z_{31}f_\varphi + z_{32}f_x + z_{33}f_y + z_{34}f_\vartheta) / |\mathbf{A}|; \\
\ddot{\vartheta} = (z_{41}f_\varphi + z_{42}f_x + z_{43}f_y + z_{44}f_\vartheta) / |\mathbf{A}|; \\
M_D = f_{M_D},
\end{cases} \quad (34)$$

де $z_{i,j}$ ($i, j=1,4$) — елементи оберненої матриці \mathbf{Z} з точністю до множника $1/|\mathbf{A}|$; $|\mathbf{A}|$ — визначник матриці \mathbf{A} .

При дослідженні перехідних режимів інтегрування рівнянь (34) повинно здійснюватися з такими початковими умовами: при $t=0$ $\psi = \psi_0 = 0$, $\varphi = \varphi_0 = 0$, $x = x_0 = 0$, $y = y_0 = 0$, $\vartheta = \vartheta_0 = 0$, $M_D = M_{D_0} = M_s$, $\dot{\psi}_0 = \dot{\psi}_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_0 = 0$, $\dot{x}_0 = \dot{x}_0 = 0$, $\dot{y}_0 = \dot{y}_0 = 0$, $\dot{\vartheta}_0 = \dot{\vartheta}_0 = 0$, $\dot{M}_D = \dot{M}_{D_0} = 0$.

3. Дослідження динамічних процесів у гідронаосі.

Параметри пристрою. Розроблена математична модель використана для дослідження динамічних процесів у гідронаосі продуктивністю $Q = 1,167 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ (70 л/хв), з робочим тиском $p = 3,26 \text{ МПа}$. Параметри пристрою такі: $M = 13,14 \text{ кг}$; $m_g = 0,882 \text{ кг}$; $m_e = 0,213 \text{ кг}$; $m_r = 0,751 \text{ кг}$; $m_p = 0,145 \text{ кг}$; $J = 0,031 \text{ кгм}^2$; $I = 9,924 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2$; $I_e = 5,166 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2$; $I_r = 7,041 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2$; $I_p = 7,23 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2$; $e = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $e_p = 0,05 \text{ м}$; $a = 0,065 \text{ м}$; $b = 0,085 \text{ м}$; $H_0 = 0,025 \text{ м}$; $k_x = 1,214 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$; $k_y = 2,533 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$; $k_\vartheta = 1,142 \text{ Нм}$; $k = 184,3 \text{ Нм}$. Жорсткості амортизаторів підраховані за формулами [9]. Жорсткість на кручення гумовопальцевої муфти визначалася експериментально. Значення коефіцієнтів демпфування визначалися за власними частотами вільних коливань парціальних систем у припущенні, що безрозмірний коефіцієнт демпфування

$\eta = 0,1$ (мале демпфування). Отримані значення: $\beta_x = 54,0 \text{ кг/с}$; $\beta_y = 77,9 \text{ кг/с}$; $\beta_\vartheta = 0,076 \text{ кгм}^2/\text{с}$; $\beta = 0,114 \text{ кгм}^2/\text{с}$.

Коефіцієнт $\alpha = 3,919 \cdot 10^{-3} \text{ Нмс}^2$ у виразі моменту опору на валі насоса $M_d = \alpha \omega^2$ знайдений за розрахунковою потужністю насоса $N_r = 4500 \text{ Вт}$ для кутової швидкості ідеального ходу АД

$$\omega_0 = \frac{n_0 \pi}{30} = \frac{1000 \pi}{30} = 104,72 \text{ рад/с}.$$

Розрахунковий момент на цій частоті

$$M_r = \frac{N_r}{\omega_0} = 42,972 \text{ Нм (рис. 4)}.$$

У якості привідних електродвигунів розглядаються АД з синхронною частотою обертання $n_0 = 1000 \text{ хв}^{-1}$. Каталогні характеристики трьох найпридатніших за потужністю АД ($n_0 = 1000 \text{ хв}^{-1}$) наведені в табл. 1 [7, 8].

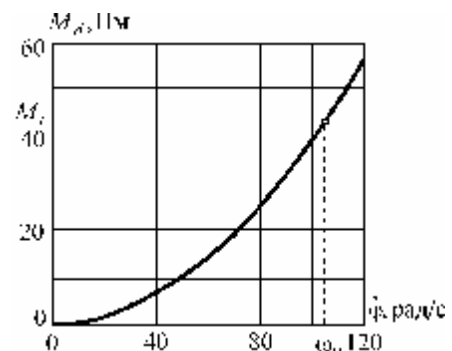


Рис. 4. Залежність моменту на валу насоса від кутової швидкості

Таблиця 1

Параметри АД серії 4А основного виконання

Типорозмір двигуна	Потужність, кВт	s_n	μ_m	μ_H	J_e , кгм ²
4A112MA6Y3	3	5,5	2,2	2	0,0228
4A112MB6Y3	4	5,1	2,2	2	0,0285
4A132SB6Y3	5,5	4,1	2,2	2	0,0539

Динамічні процеси в гідронаосі без противаг. На рис. 5 подані залежності кутових швидкостей електродвигунів від часу при запуску гідронаоса. Близьку до розрахункової кутову швидкість ротора насоса забезпечує АД потужністю 5,5 кВт.

Графіки на рис. 6, рис. 7 ілюструють зміни узагальнених координат x і ϑ . Найбільших значень координати досягають на інтервалі часу $0 \div 0,5 \text{ с}$ і пов'язані з дією «реактивного моменту», який виникає під час пуску електродвигуна.

Наочне уявлення про формування усталеного руху дає тривимірний графік (рис. 8), який ілюструє процес

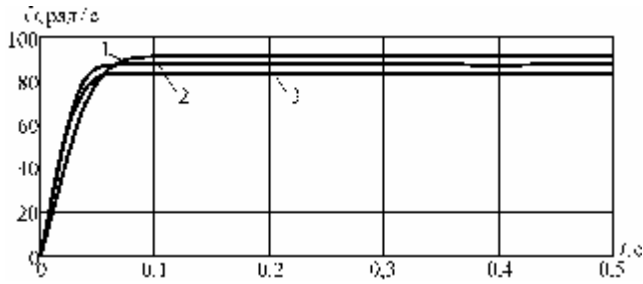


Рис. 5. Залежність кутової швидкості електродвигуна від часу під час пуску: 1 — 5,5 кВт; 2 — 4 кВт; 3 — 3 кВт

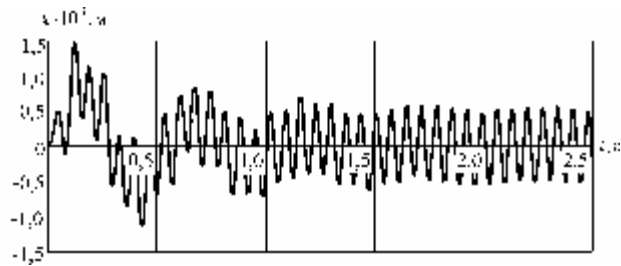


Рис. 6. Залежність координати x від часу під час пуску

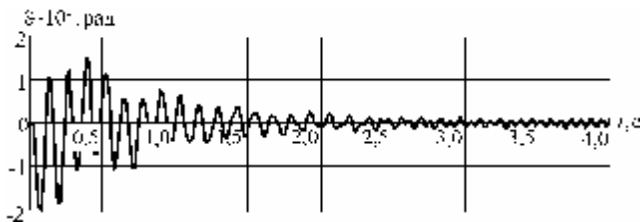


Рис. 7. Залежність координати φ від часу під час пуску

зміни координат x і y , що визначають положення осі насоса, з часом t .

Аналогічна залежність для координат центра мас ротора x_{O_1} і y_{O_1} від часу подана на рис. 9. Орбітальний характер руху центра мас по колу помітно спотворюється тільки в початковій фазі пуску.

На тривимірному графіку (рис. 10) зображена крива, що ілюструє характер усталеного руху лівої опори корпусу (x_l, y_l). Крива фактично є плоскою, тобто рух опори відбувається по прямій (результат додавання двох гармонійних коливань). Знання законів руху опор дає можливість елементарним перерахуванням знаходити сили в амортизаторах.

Таким чином, розроблена узагальнена модель гідронасоса з електроприводом дає можливість аналізувати рух будь-яких точок і тіл пристрою. Маючи таку інформацію, неважко знайти сили, які діють на підшипники вала й ротора на перехідних і усталених режимах. Для ілюстрації на рис. 11 показані складові й модуль сили, що діє на ротор, при пуску установки.

Динамічні процеси в гідронасосі з противагами. Якщо для установки, що розробляється, динамічні навантаження виявляються неприйнятними, їх істотного зниження можна досягти за рахунок введення противаг, хоч це й веде до деякого ускладнення конструкції.

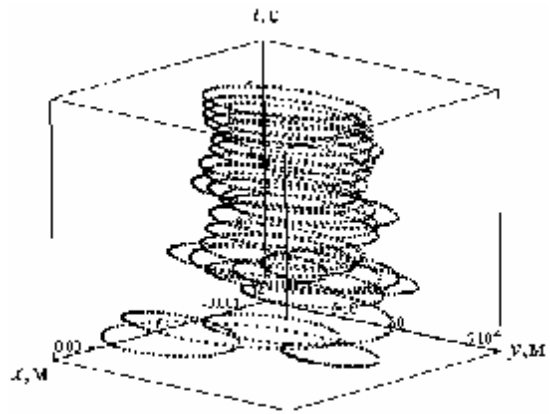


Рис. 8. Закон руху осі вала під час пуску

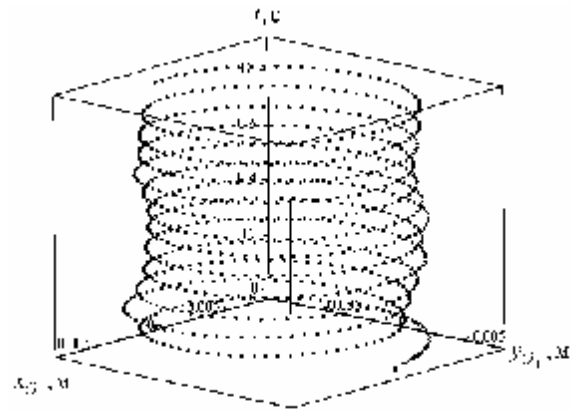


Рис. 9. Закон руху центра мас ротора під час пуску

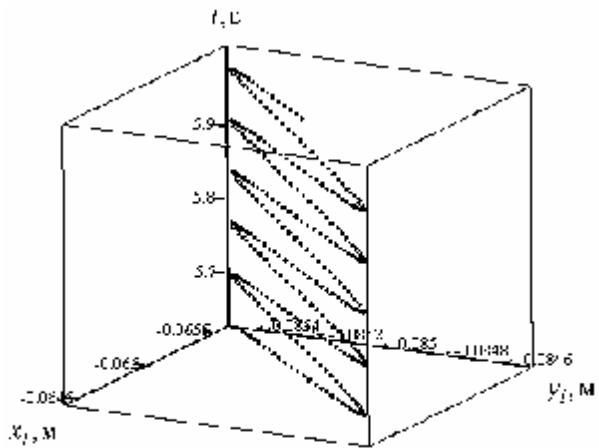


Рис. 10. Закон руху лівої опори корпусу на усталеному режимі

Через обмеженість обсягу статті наведемо тут тільки графік зміни координат x та y для осі вала в функції часу. Крива на рис. 12 показує, що в цьому випадку на усталеному режимі досягається повне зрівноважування. Коливання після пуску обумовлені дією «реактивного моменту». Особливість наведеної кривої полягає також у тім, що вона фактично є плоскою. Координата y при запуску практично не змінюється.

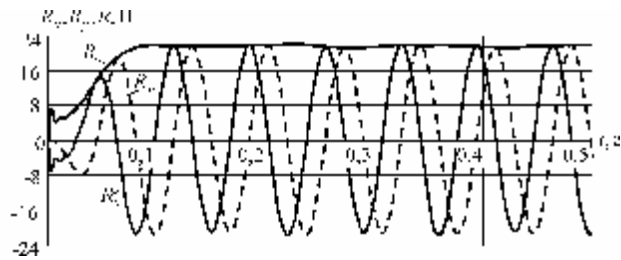


Рис. 11. Проекції і модуль сили, що діє на ротор насоса

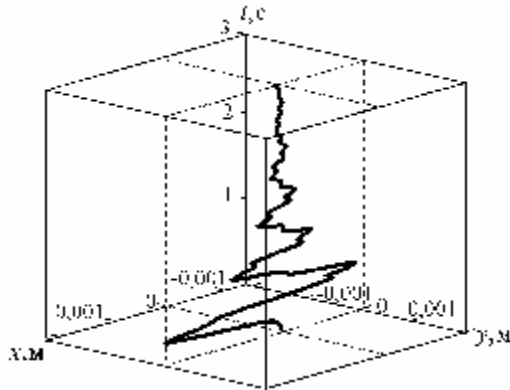


Рис. 12. Закон руху осі вала під час пуску

Висновки. 1. Створено універсальну математичну модель для дослідження динамічних процесів у роторно-планетарних гідронасосах з асинхронним електродвигуном в якості приводу.

2. Враховано пружні властивості амортизаторів і пружної муфти між валами двигуна і насоса.

3. Запропоновано модель моменту опору рідини під час запуску насоса.

4. Обрано динамічну характеристику асинхронного електродвигуна, що дає можливість адекватно описувати перехідні режими й процеси за наявності навантаження коливального характеру.

5. Наведено результати розрахунків перехідних і усталених режимів у конкретному гідронасосі з електроприводом: здійснений вибір електродвигуна, досліджені рухи характерних точок пристрою і навантаження на його елементи.

6. Показано, що динамічні навантаження істотно знижуються при встановленні на вал насоса відповідних противаг.

7. У подальших дослідженнях передбачається використання створеної моделі для дослідження впливу пульсацій рідини на усталені динамічні процеси.

Література

1. Росоха С.В., Куценко Л.Н. Геометричне моделювання об'ємів робочих камер роторно-планетарних трохоїдних машин: Монографія. — Харків: УЦЗУ, 2007. — 176 с.
2. Бениович В.С., Апазиди Г.Д., Бойко А.М. Ротопоршневые двигатели. — М.: Машиностроение, 1968. — 152 с.
3. Бирюков Б.Н. Роторно-поршневые гидравлические машины. — М.: Машиностроение, 1972. — 152 с.
4. Сухомлинов Р.М. Трохоидные роторные компрессоры. — Харьков: ХГУ – Вища шк., 1975. — 152 с.
5. Рева В.Г., Куценко Л.М., Васильев О.Б. Геометричне моделювання взаємоспряжених профілів роторів і корпусів як обвідних сім'ї трохоїд. — К.: Чорнобиль-інтерінформ, 2003. — 150 с.
6. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: Монография. — Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. — 456 с.
7. Карвовский Г.А., Окороков С.П. Справочник по асинхронным двигателям и пускорегулирующей аппаратуре. — М.: Энергия, 1969. — 256 с.
8. Кирьянов Д.В. Mathcad 13. — СПб.: ВХВ-Петербург, 2006. — 608 с.
9. Вибрации в технике: В 6-ти т./ Ред. В. Н. Челомей (пред). — М.: Машиностроение, 1980. — Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова. — 1980. — 544 с.

Отримана 15.05.09

V. Shatokhin¹, S. Rosoha², D. Vorontsova¹

Modeling of the dynamic processes in rotor-planetary machines with epitrochoidal circuit of working cavity

¹National Technical University

²«Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv;

¹University of Ukraine Civil Defense, Kharkiv

Multipurpose mathematical model for dynamic processes research in rotor planetary hydro pumps with asynchronous motor as a driving gear is created. It takes into account elastic properties of shock absorbers and flexible coupling between engine and pump shafts. Dynamic characteristic of asynchronous motor, which allows to describe transient behaviours and processes under load with oscillating character, is chosen. Calculation results of transient and settling behaviours in specific hydro pump with electric drive are produced. Choice of electric motor is realized; motions of device typical particles and its elements load are examined; influence of counterbalances on decrease of dynamic loads is investigated.

А і а³äï à àâòîð³â!

Опублікування статей у журналі “Машинознавство” є безкоштовним. Організаціям-передплатникам, а також спонсорам журналу “Машинознавство” у разі офіційного клопотання надається право позачергового опублікування статей їхніх працівників за умови позитивної рецензії. Аналогічною пільгою користуються автори, які особисто передплатили не менше шести примірників журналу, або посприяли його передплаті для організації.

Журнал “Машинознавство” можна передплатити на будь-який місяць і довільну кількість примірників через видавця журналу.