

Є. Ірза

Канд. фіз.-мат. наук,
Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
м. Львів

УДК 539.3

ПОЕТАПНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ОХОЛОДЖЕННЯ СКЛЯНИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ ЗА ВИХІДНИХ ПІДВИЩЕНИХ ТЕМПЕРАТУР

Цьогорічні дослідження спрямовані на розробку алгоритмів оптимізації режимів охолодження скляних тіл обертання за вихідних підвищених температур. Високі рівні напружень можуть призводити до руйнування конструкцій або до погіршення експлуатаційних властивостей за рахунок виникнення значних залишкових напружень. Тому виникає проблема оптимізації режимів охолодження за рівнем напружено-деформованого стану тіла.

параметрична оптимізація, термічне оброблення, тіло обертання

Скляні тіла обертання в процесі охолодження від вихідних підвищених температур піддають різним тепловим діям для надання їм потрібних функціональних властивостей, зокрема міцнісних. Виникаючи за таких дій температурні напруження міняються в широкому діапазоні в залежності від параметрів температурних полів, умов закріплення, геометричної конфігурації, властивостей матеріалу. Високі рівні напружень можуть призводити до руйнування конструкцій або до погіршення експлуатаційних властивостей за рахунок виникнення значних залишкових напружень. Тому виникає проблема оптимізації режимів охолодження за рівнем напружено-деформованого стану тіла.

Стаття є продовженням досліджень, викладених в [1]. Порівняно з існуючими в літературі дослідженнями в цьому напрямі [1 — 4], у цій праці вибір функціоналу оптимізації здійснюється поетапно, в залежності від температури тіла з врахуванням особливостей механічної поведінки скла за підвищених температур.

Математична постановка таких задач оптимізації режимів охолодження тіл включає етапи: вибір параметрів стану; формулювання залежностей, які описують поведінку тіл за заданих умов теплового навантаження (вибір

адекватної фізико-математичної моделі опису наявних фізико-механічних процесів); вибір критерію оптимізації; вибір функцій керування, за допомогою яких досягається екстремум функціоналу оптимізації; формування обмежень на параметри стану і функції керування.

Зупинимось на особливостях цих етапів. Для опису термомеханічної поведінки скляних тіл обертання використовуємо модель пружного тіла в тривимірній постановці з урахуванням залишкових напружень, які утворюються при охолодженні від високих температур в момент склування [1].

Розглядається тіло обертання, яке займає область Ω евклідового простору R^3 і обмежене неперервною за Ліпшицем поверхнею Γ . Воно віднесене до криволінійної ортогональної циліндричної системи координат $Or\varphi z$. Тіло піддається технологічному осесиметричному нагріванню (охолодженню), яке здійснюється зовнішнім середовищем з температурою $t_c(M, \tau)$ через частину поверхні Γ_t , $M \in \Gamma_t$ і тепловим потоком $q(M, \tau)$ через частину поверхні Γ_q , $M \in \Gamma_q$, $\Gamma_t \cup \Gamma_q = \Gamma$, а також розподіленими джерелами тепла потужністю $Q(M, \tau)$, $M \in \Omega$. Приймаємо, що температура в тілі змінюється в заданих межах, а напруження, які виникають при цьому, не

перевищують допустимої величини. На частині Γ_u загальної поверхні тіла Γ можуть бути задані переміщення $\bar{u} = (u_r^0, u_z^0)$, а на частині Γ_σ — силоне навантаження, яке характеризується вектором $\bar{p} = (p^r, p^z)$, $\Gamma_u \cup \Gamma_\sigma = \Gamma$.

Зв'язок між компонентами тензора напружень і тензора деформацій приймаємо у вигляді [1]

$$\{\sigma\} = [D](\{\epsilon\} - \{\epsilon_t\} - \{\epsilon_0\}),$$

де $[D]$ — матриця пружних характеристик, $\{\sigma\}$ — тензор напружень, $\{\epsilon\}$ — тензор деформацій, $\{\epsilon_t\}$ — тензор температурної деформації, $\{\epsilon_0\}$ — тензор залишкової деформації, яка визначається на основі відомої гіпотези «заморожування». Задачу формулюємо в квазістатичній незв'язаній постановці (в переміщеннях).

Вибір функціоналу оптимізації J здійснюється поетапно, в залежності від температури тіла. Коли температура тіла є вищою за температуру склування, що відповідає процесу формування залишкових деформацій і відповідних їм залишкових напружень у тілі, за функціонал F_1 оптимізації вибираємо відхилення тензора залишкових напружень від заданого технологічного рівня σ_0 , а коли температура тіла є нижчою від температури склування (відбувся процес формування залишкових напружень у тілі) — функціонал F_2 , який характеризує відхилення тензора напружень від допустимого рівня σ_d :

$$J = \begin{cases} F_1(\hat{\sigma}, \sigma_0) & \text{при } t(M, \tau) \geq t_g; \\ F_2(\hat{\sigma}, \sigma_d) & \text{при } t(M, \tau) < t_g. \end{cases}$$

Функцією керування h може бути як температура зовнішнього середовища t_c (зокрема, температура поверхні тіла), так і густина теплового потоку q . Потужність джерел тепла Q вважаємо заданою.

Типовими обмеженнями є обмеження на напружений стан тіла

$$\max_{\tau, \Omega} |\sigma_i| \leq \sigma_d(t), \quad i=1, \dots, 3,$$

де $\sigma_d(t)$ — рівень допустимих напружень, який змінюється в залежності від температури конкретної точки тіла (зокрема, поверхні). Кількість додаткових умов на параметри розглянутих полів і функції керування в такій схемі оптимізації є неістотною.

У заданій постановці задача оптимізації процесу теплового охолодження є задачею на умовний екстремум (мінімум) функціоналу J при відповідних в'язях на параметри стану і обмеженнях на напружений стан тіла й параметри режиму охолодження. В'язями є система співвідношень, які описують за прийнятого моделювання термомеханічну поведінку тіла в заданому процесі охолодження.

Розв'язок сформульованої екстремальної задачі будемо на основі принципу поетапної параметричної оптимізації [5]. В рамках запропонованого підходу мінімізація вихідних функціоналів, з використанням часової та просторової дискретизації, зводиться до знаходження мінімуму відповідних функцій $J = J(h_1, \dots, h_n)$, аргументами якої є значення функції керування h_i в дискретні моменти часу τ_i .

Розв'язок отриманої екстремальної задачі шукаємо за два етапи. На першому етапі, коли тіло охолоджується до температури склування (етап формування залишкових деформацій і відповідних їм залишкових напружень), розв'язок будемо за допомогою методу прямого пошуку на множині лінійних функцій $h(\tau) = b$ шляхом підбору коефіцієнта b з метою досягнення мінімального відхилення тензора залишкових напружень від заданого рівня.

На другому етапі, при охолодженні від температури склування до натуральної температури, коли змінюються тільки пружні деформації і відповідні їм напруження, розв'язок знаходимо з використанням цього ж методу (прямого пошуку) на множині лінійних функцій $h(\tau) = a\tau + b$ шляхом підбору коефіцієнта a , для досягнення мінімального відхилення тензора напружень від допустимого рівня.

З використанням запропонованої методики побудовано оптимальний режим охолодження за допомогою температури навколишнього середовища $t_c(\tau)$ скляного порожнистого циліндра висотою 0,10 м, внутрішнім радіусом 0,045 м, і товщиною 0,005 м за початкової температури 850 °С, температури склування $T_g = 690$ °С, при коефіцієнті тепловіддачі $\alpha = 15$ Вт/м²·К (за $Q=0$, $q=0$). Порожнистий циліндр виготовлений зі скла С93 [1].

На рис. 1 показано (штриховою лінією) початковий вибір функції керування, а на рис. 2 показаний відповідний розподіл залишкових напружень в осьовому перерізі циліндра (з врахуванням умов симетрії наведено половину перерізу пустотілого циліндра) при заданому режимі охолодження (штрихова крива). Оскільки рівень залишкових напружень за абсолютною величиною не перевищує допустимого (15 МПа) при заданому режимі охолодження, є можливість мінімізувати відхилення рівня напружень від допустимого шляхом пониження температури навколишнього середовища до значення 340 °С (рис. 1, суцільна лінія) при якому досягається рівень допустимих напружень 15 МПа (рис. 2, суцільна лінія).

Порівнюючи отриманий результат з результатом в [1] приходимо до висновку, що при заданих умовах охолодження оптимальні розв'язки збігаються. Збіг оптимальних розв'язків є і на другому етапі охолодження.

Таким чином, для розглянутої задачі запропонована числова методика поетапної параметричної оптимізації

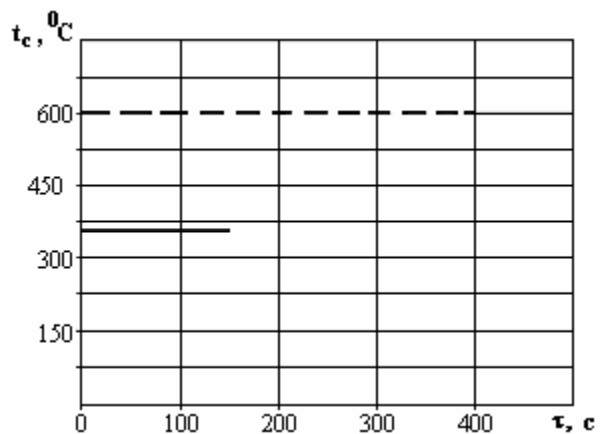


Рис. 1

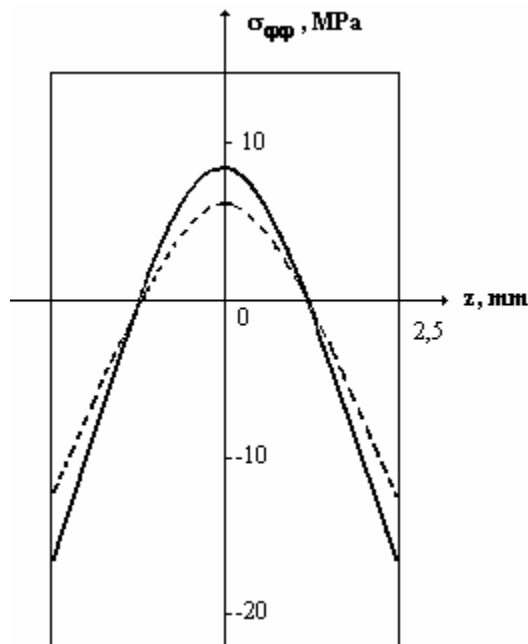


Рис. 2

режимів охолодження скляних тіл дає ті самі результати, що й методика побудови оптимальних за швидкістю режимів охолодження, яка запропонована в [1].

1. Гачкевич О., Ірза Є., Касперський З. Оптимальні за швидкістю режимі термообробки скляних тіл обертання за обмежень на термонапружений стан // *Машинознавство*. — 2008. — №2 (128). — С. 8—11.

2. Вигак В.М. Управление температурными напряжениями и перемещениями. — К.: Наук. думка,

3. Григолюк Э.И., Подстригач Я.С., Бурак Я.И. Оптимизация нагрева оболочек и пластин. — К.: Наук. думка, 1979. — 364 с.

4. Гачкевич О.Р., Гачкевич М.Г., Гуменчук О.Б., Касперський З. Методика оптимізації режимів нагріву конвективним способом і електромагнітним випромінюванням кусково-орднорідних оболонок обертання // *Машинознавство*. — 2000. — №4—5. — С. 3—10.

5. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite Element Method: Vol 1. The Basis. — London: «Butterworth Heinemann», 2000. — 689 p.

Отримана 15.04.09

E. Irza

Step-by-step parametric optimization of cooling modes of glass bodies of rotation for initial high temperatures

Pidstryhach Institute for Applied Problems in Mechanics and Mathematics of National Academy of Sciences of Ukrainian, Lviv

In the given work the problem of optimization of thermal cooling modes of glass bodies of rotation for initial high temperatures is formulated and solved at restrictions on control function (temperature of a heater) and the stress-strain state in the body.

21 01 01 203y

МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ТЕХНІЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТРИБОЛОГІЇ

19 — 21 травня 2010 р. м. Київ, Україна

Тематика конференції:

Фізика, хімія і механіка поверхні

Розрахунок, проектування і технологія виготовлення деталей вузлів тертя

Трибоаналіз (розвиток теорії тертя, спрацювання і мащення твердих тіл)

Трибоматеріалознавство

Мастильна дія, мастильні матеріали і присадки

Нанотехнології і наноматеріали триботехнічного призначення

Триботехніка (технічні засоби, вузли тертя, методи їх розрахунку і проектування)

Трибомоніторинг (засоби і методи діагностування, контролю,

випробування і актуальні проблеми якості трибосистем)

Контактна інформація:

Україна, 03680, м. Київ-58, просп. Космонавта Комарова, 1, НАУ

Тел.: (044) 497-51-28; 406-77-73

e-mail: ptznau@ukr.net