



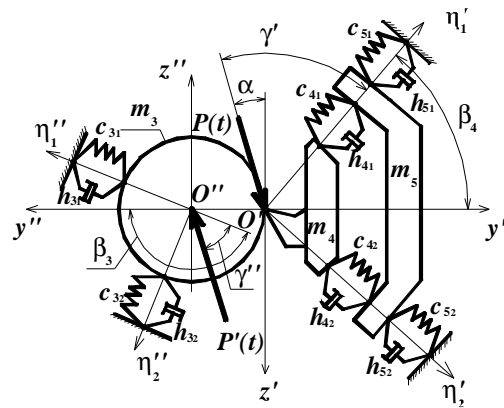
можна порівняти з пружними характеристиками супортної групи, важко виділити одну з парціальних систем (деталі чи інструмента), що здійснює більш інтенсивні коливання в процесі різання. Тому для аналізу впливу цього оснащення на інтенсивність відносних коливань інструмента й деталі потрібно розглядати обидві парціальні системи, що зв'язані через процес різання і утворюють єдину замкнуту пружну систему верстата.

**Постановка задачі.** Для більшості реальних динамічних систем токарних верстатів домінуючими є поперечні коливання в площині  $yOz$ , що визначена в цих дослідженнях системою координат інструмента. Відомо, що основним чинником, який впливає на періодичну зміну сили різання, є зміна площі зрізу при відносних переміщеннях інструмента та деталі. Саме зміну площі зрізу взято в статті за основу для аналізу впливу динамічних характеристик пружної системи на точність оброблення. Для математичного опису пружної системи верстата у відносному русі інструмента й деталі в його технологічній системі виділено підсистему різець — супорт та підсистему шпиндель — патрон — деталь. Моделі кожної з цих підсистем розглянуто як системи з орієнтованими осями жорсткості й об'єднано в одну комплексну математичну модель.

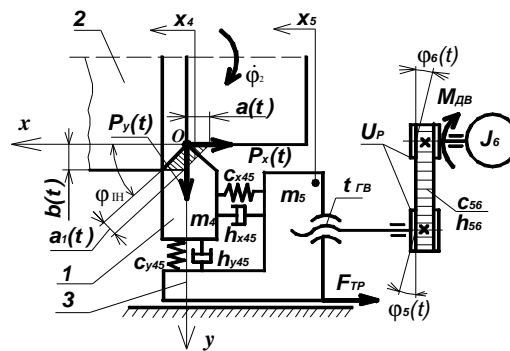
Розрахункову схему пружної підсистеми різець — супорт (рис. 1) подано у вигляді двох зосереджених зведених мас різцетримача  $m_4$  та супорта  $m_5$ , що зв'язані між собою і базою верстата ланками з пружними і дисипативними властивостями, орієнтованими під кутом  $\beta_4$  до системи координат  $y'O'z'$ . На масу  $m_4$  під кутом  $\alpha$  відносно дотичної площини до поверхні деталі діє сила різання  $P(t)$ . Припускається, що маси рухаються тільки в напрямках головних осей координат  $O'\eta'_1$  і  $O'\eta'_2$ . У якості координат руху взято для маси  $m_4$  координати  $\eta_{41}$  та  $\eta_{42}$ , а для маси  $m_5$  — координати  $\eta_{51}$  та  $\eta_{52}$ . В підсистемі враховані сумарні зведені коефіцієнти демпфування і жорсткості  $h_{41}, h_{42}$  і  $c_{41}, c_{42}$  та  $h_{51}, h_{52}$  і  $c_{51}, c_{52}$  відповідно різцетримача ( $m_4$ ) та супорта ( $m_5$ ) у напрямках головних осей координат  $O'\eta'_1$  і  $O'\eta'_2$ .

Розрахункову схему пружної підсистеми шпиндель — патрон — деталь (див. рис. 1) подано у вигляді зосередженої зведеної маси  $m_3$ , що зв'язана з базою верстата ланками з пружними і дисипативними властивостями, орієнтованими під кутом  $\beta_3$  до системи координат  $y''O''z''$ . У підсистемі враховані сумарні зведені коефіцієнти демпфування і жорсткості  $h_{31}, h_{32}$  і  $c_{31}, c_{32}$  в головній системі координат  $\eta''_1 O'' \eta''_2$ . Припускається, що маса рухається тільки в напрямках головних осей координат  $O''\eta''_1$  і  $O''\eta''_2$ . На масу  $m_3$  діє сила різання  $P'(t)$ , прикладена до осі деталі, що є парною до  $P(t)$ .

Привід головного руху базової моделі верстата складається з двигуна, пасової передачі та шпиндельного вузла. Тому математичну модель приводу подано у вигляді двомасової динамічної системи, моменти інерції якої (механічної системи двигуна та шпиндельного вузла), вважаються підсистемами з жорсткими ланками та одним ступенем вільності і з'єднані пружною безінерційною ланкою, яка моделює пасову передачу. Механічні системи двигуна та шпиндельного вузла розглядаються відповідно зі зведеними моментами інерції  $J_1$  та  $J_2$  в системі



**Рис. 1.** Розрахункова схема пружної системи токарного верстата в площині  $yOz$ : координатна система  $y'O'z'$  належить підсистемі різець — супорт, а координатна система  $y''O''z''$  — підсистемі шпиндель — патрон — деталь

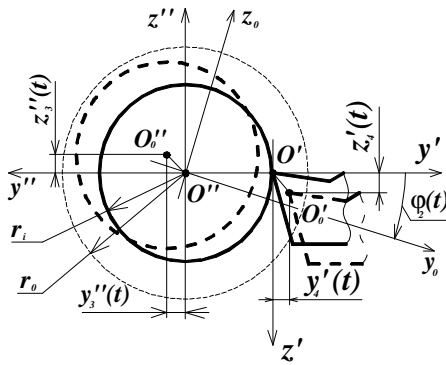


**Рис. 2.** Розрахункова схема динамічної системи супорт — привід подач: 1 — різцетримач з різцем, 2 — деталь, 3 — супорт

координат, що рівномірно обертається із середньою швидкістю вала електродвигуна.

Оцінювання впливу динамічних характеристик системи супорт — привід подач на процес формоутворення циліндричної поверхні при токарній обробці проведено на прикладі поздовжнього точіння різцем коротких тіл обертання згідно з розрахунковою схемою динамічної системи (рис. 2). Модель складається із зосереджених зведених мас супорта  $m_5$  та різцетримача  $m_4$  з різцем, які з'єднані між собою ланками з пружними і дисипативними властивостями з сумарними зведеними коефіцієнтами жорсткості  $c_{x45}, c_{y45}$  та демпфування  $h_{x45}, h_{y45}$  відповідно в напрямках осей  $Ox$  та  $Oy$ . Супорт отримує переміщення від приводу поздовжніх подач через гвинтову пару з кроком  $t_{ГВ}$ . Механічна система обертОВОї частини приводу складається з двигуна зі зведеним моментом інерції  $J_6$ , який зубчатою пасовою передачею  $U_p$  з коефіцієнтами крутильної жорсткості та демпфування  $c_{56}$  та  $h_{56}$  з'єднаний з ходовим гвинтом  $t_{ГВ}$ .

У якості координат, що визначають поступальний рух системи, взято для маси  $m_4$  координату  $x_4$ , а для маси  $m_5$  — координату  $x_5$ . За узагальнені координати для обертальної частини приводу вибрано кут повороту ходового гвинта  $\phi_5(t)$  та кут повороту ротора двигуна  $\phi_6(t)$ , зведе-



**Рис. 3. Схема формоутворення під час токарного оброблення:**  $O''O''$  — поточне положення осі деталі;  $O'O'$  — поточне положення вершини інструмента;  $r_o$  — радіус заготовки;  $r_i$  — заданий радіус поверхні деталі

ний до ходового гвинта. На систему приводу діють обертальний момент електродвигуна  $M_{дв}(t)$ , осьова  $P_x(t)$  та радіальна  $P_y(t)$  складові сили різання  $P(t)$ , а також сумарна сила тертя  $F_{тп}$ . Припускається, що маси  $m_4$  та  $m_5$  рухаються тільки в напрямі осі  $Ox$ . В якості ланцюга зведення прийнято кут повороту ходового гвинта  $\varphi_5(t)$  приводу.

Сила різання  $P(t)$  в розглянутих вище моделях підсистем подна у вигляді

$$P(t) = K_{num} a(t) b(t), \quad (1)$$

де  $a(t)$  і  $b(t)$  — поточні значення товщини і ширини зрізаного шару, що змінюються в часі залежно від інтенсивності відносних коливань інструмента й деталі при різанні;  $K_{num}$  — питома сила різання.

Для визначення впливу відносних коливань інструмента й деталі на точність форми обробленої поверхні отримано функцію формоутворення у вигляді

$$\Delta r_i = f(\varphi_2, t), \quad (2)$$

де  $\Delta r_i$  — поточне відхилення радіуса оброблення через відносні пружні переміщення інструмента  $y_4'(t)$  і  $z_4'(t)$  та деталі  $y_3'(t)$  і  $z_3'(t)$  в системі полярних координат  $z_0O''y_o$ , що обертається з кутовою швидкістю  $\omega_2(t)$  (рис. 3).

Наведені принципи моделювання коливальних рухів вузлів верстата дали можливість створити комплексну математичну модель замкнутої системи, що складається із взаємодіючих між собою через процес різання підсистем різець — супорт та шпindel — патрон — деталь.

Математична модель підсистеми різець — супорт побудована на основі розрахункової схеми (див. рис. 1). Вимушені коливання мас  $m_4$  та  $m_5$  в напрямі осей  $O'\eta_1'$  і  $O'\eta_2'$  з врахуванням в'язкого тертя описує така система рівнянь:

$$\begin{cases} m_4 \ddot{\varphi}_1 - (h_4 - H_4) \dot{\varphi}_1 - h_4 \dot{\varphi}_5 + c_4 (\eta_4 - \eta_5) = P(t) \sin(\beta_4 - \alpha); \\ m_5 \ddot{\varphi}_1 + (h_4 + h_5) \dot{\varphi}_1 + (c_4 + c_5) \eta_5 - h_4 \dot{\varphi}_1 - c_4 \eta_4 = 0; \\ m_4 \ddot{\varphi}_2 - (h_4 - H_4) \dot{\varphi}_2 - h_4 \dot{\varphi}_5 + c_4 (\eta_4 - \eta_5) = P(t) \cos(\beta_4 - \alpha); \\ m_5 \ddot{\varphi}_2 + (h_4 + h_5) \dot{\varphi}_2 + (c_4 + c_5) \eta_5 - h_4 \dot{\varphi}_2 - c_4 \eta_4 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

де сила тертя  $F_{4тп} = -(h_4 - H_4) \dot{\varphi}_4 + h_4 \dot{\varphi}_5$  і є нелінійною залежністю сили тертя з від'ємним в'язким тертям (результат надходження енергії в систему) та додатним тертям, на подолання якого витрачається енергія;  $H_4$  — крутизна характеристики сили різання за швидкістю  $V$ .

Зв'язок між довільною системою координат  $y'O'z'$  та головною системою координат  $\eta_1'O'\eta_2'$  для підсистеми різець — супорт визначається виразами:

$$\begin{aligned} y_4' &= \eta_{41} \cdot \cos \beta_4 + \eta_{42} \cdot \sin \beta_4; \\ z_4' &= -\eta_{41} \cdot \sin \beta_4 + \eta_{42} \cdot \cos \beta_4. \end{aligned} \quad (4)$$

Математична модель підсистеми шпindel — патрон — деталь (див. рис. 1) подана як одномасова система з двома ступенями вільності у головних координатах  $\eta_1''O''\eta_2''$ . В системі рівнянь (5) коефіцієнти  $c_{31}(t)$  та  $c_{32}(t)$  подані у вигляді:  $c_{31}(t) = c_{31} + \Delta c \cdot \sin \omega_c t$  та  $c_{32}(t) = c_{32} + \Delta c \cdot \cos \omega_c t$ , де  $c_{31}$  та  $c_{32}$  — середні значення статичних коефіцієнтів жорсткості підсистеми шпindel — патрон — деталь у радіальному напрямі;  $\Delta c$  — амплітудне значення величини зміни жорсткості підсистеми патрон — деталь;  $\omega_c$  — кругова частота зміни жорсткості (для трикулачкового патрона  $\omega_c = 3\omega$ ). Через періодичну зміну жорсткості в підсистемі шпindel — патрон — деталь систему диференціальних рівнянь руху можна записати так:

$$\begin{cases} m_3 \ddot{\varphi}_3 + h_3 \dot{\varphi}_3 + (c_{31} + \Delta c \sin \omega_c t) \eta_{31} = P(t) \sin(\beta_3 - \alpha); \\ m_3 \ddot{\varphi}_3 + h_3 \dot{\varphi}_3 + (c_{32} + \Delta c \cos \omega_c t) \eta_{32} = P(t) \cos(\beta_3 - \alpha). \end{cases} \quad (5)$$

Зв'язок між довільною системою координат  $y''O''z''$  та головною системою координат  $\eta_1''O''\eta_2''$  підсистеми шпindel — патрон — деталь визначається виразами:

$$\begin{aligned} y_3'' &= -\eta_{31} \cos \beta_3 + \eta_{32} \sin \beta_3; \\ z_3'' &= \eta_{31} \sin \beta_3 + \eta_{32} \cos \beta_3. \end{aligned} \quad (6)$$

При обробленні коротких тіл обертання коефіцієнти радіальної жорсткості  $c_{31}$  та  $c_{32}$  задаються у вигляді сталих величин, а при токарному обробленні довгих валів — у залежності від форми пружної лінії підсистеми шпindel — патрон — деталь.

Математична модель динамічної системи приводу деталі базується на рівнянні руху для механічної системи двигуна та рівнянні руху шпindelного вузла. Система диференціальних рівнянь руху приводу має вигляд

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = M_o(t) - h_{12}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2); \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = -M(t) - h_{12}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) - c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1); \\ \frac{L}{R} \ddot{M}_o(t) + M_o(t) = \frac{k\Phi}{R} U - \frac{k^2\Phi^2}{R} \dot{\varphi}_1, \end{cases} \quad (7)$$

де  $M_o$  і  $M(t)$  — моменти електродвигуна і від сили різання;  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  — кут повороту ротора двигуна і кут повороту шпинделя;  $k$ ,  $\Phi$ ,  $R$ ,  $L$  — параметри, що визначаються за каталогів електродвигунів постійного струму.

Динамічна модель системи супорт — привід подач побудована на основі розрахункової схеми (див. рис. 2) і подана у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} J_6 \ddot{\Phi}_6 + h_{56} (\dot{\Phi}_5 - \dot{\Phi}_6) + c_{56} (\Phi_5 - \Phi_6) = M_{ДВ}; \\ m_5 \ddot{x}_5 + h_{x_{45}} (\dot{x}_4 - \dot{x}_5) + c_{x_{45}} (x_4 - x_5) - \\ - h_{56} \frac{2\pi}{t_{ГВ}} \eta (\dot{\Phi}_5 - \dot{\Phi}_6) - c_{56} \frac{2\pi}{t_{ГВ}} \eta (\Phi_5 - \Phi_6) = -F_{ТП}; \\ m_4 \ddot{x}_4 - h_{x_{45}} (\dot{x}_4 - \dot{x}_5) - c_{x_{45}} (x_4 - x_5) = -P_x(t); \\ \frac{L_6}{R_6} M_{ДВ}''(t) + M_{ДВ}(t) = \frac{k_6 \Phi_6}{R_6} U - \frac{k_6^2 \Phi_6^2}{R_6} \Phi_6, \end{cases} \quad (8)$$

де  $M_{ДВ}$  — момент електродвигуна;  $k_6$ ,  $\Phi_6$ ,  $R_6$ ,  $L_6$  — параметри, що визначаються з каталогів двигунів приводів подач.

**Динамічна характеристика процесу різання.** Сила різання  $P(t)$  відповідно до виразу (1) залежить від поточних значень товщини  $a(t)$  і ширини  $b(t)$  зрізуваного шару, що змінюються в часі в залежності від інтенсивності відносних коливань інструмента й деталі при різанні.

Поточне значення зведеної товщини зрізу

$$a(t) = \frac{\dot{x}_4(t)}{\dot{\Phi}_2(t)} 2\pi, \quad (9)$$

де  $\dot{x}_4(t)$  — швидкість переміщення різцетримача ( $m_4$ ), що розрахована за системою рівнянь (8), а  $\dot{\Phi}_2(t)$  — частота обертання деталі, що розрахована за системою рівнянь (7).

Поточне значення ширини зрізу визначене складовими

$$b(t) = b_0 + \Delta_y(t) + e \sin \Phi_2(t), \quad (10)$$

де  $b_0$  — задана ширина зрізуваного шару;  $e$  — ексцентриситет заготовки;  $\Delta_y(t)$  — складова, обумовлена відносними пружними деформаціями підсистем різець — супорт (3), (4) та шпindel — патрон — деталь (5), (6) вздовж осі  $O'y'$  під дією сили різання  $P(t)$ .

Враховуючи інерційність та можливе переривання процесу різання при дробленні стружки, отримаємо залежність для поточного значення сили різання:

$$P(\tau) = \begin{cases} K_{рез} a(t) b(t) \left[ 1 - e^{-\frac{\tau-t_0}{T_p}} \right] & \text{при } a(t) b(t) > 0; \\ 0 & \text{при } a(t) b(t) \leq 0, \end{cases} \quad (11)$$

де  $T_p$  — стала процесу стружкоутворення;  $t$  — поточне значення часу;  $t_0$  — початкове значення часу в момент різання різця в деталь ( $t \geq t_0$ ).

З врахуванням формул (9) — (11) вираз для поточного значення сили різання  $P(t)$ , величина якої залежить від відносного взаємного положенням різального інструмента і деталі під час точіння, має вигляд

$$P(t) = K_{num} \frac{\dot{x}_4(t)}{\dot{\Phi}_2(t)} 2\pi \times$$

$$\times \left[ b_0 + e \sin \Phi_2(t) - y_3''(t) - y_4'(t) - \frac{[z_3''(t) + z_4'(t)]^2}{2r_i} \right] \left[ 1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_p}} \right]. \quad (12)$$

Формоутворення поверхні під час точіння здійснюється через функцію (2) у вигляді відхилення поточного радіуса оброблення  $\Delta r_i$  через відносні пружні переміщення інструмента й деталі.

Таким чином, у результаті математичного моделювання на основі систем рівнянь та виразів (2) — (12) створена комплексна математична модель замкнутої динамічної системи токарного верстата, в якій у якості одного з вихідних параметрів отримано функцію формоутворення. Модель дає змогу оцінити вплив параметрів нежорсткого інструментального оснащення на точність форми обробленої поверхні.

**Основні результати досліджень.** Статична характеристика підсистеми різець — супорт для схеми (див. рис. 1), має вигляд

$$K_{ПС} = \frac{y_4}{P} = \cos(\beta_4 - \alpha) \sin \beta_4 / c_{\eta_2} - \sin(\beta_4 - \alpha) \cos \beta_4 / c_{\eta_1}. \quad (13)$$

Якщо встановити діапазон значень зведених коефіцієнтів жорсткості пружної підсистеми різець — супорт  $c_{\eta_1}$  і  $c_{\eta_2}$  в напрямі головних осей координат  $O\eta_1$  і  $O\eta_2$ , то за допомогою виразу (13) є можливість визначити кут розворот  $\beta_4$  головних осей жорсткості підсистеми, при якому вона буде мати найменшу податливість у напрямі осі  $Oy'$  та забезпечить умови для точного оброблення.

Для визначення частотних характеристик інструментального оснащення з пружними напрямними використано систему рівнянь (3). Якщо на систему (3) діє збурююча сила довільного виду

$$P(t) = P e^{i\omega t} = P(\cos \omega t + i \sin \omega t),$$

де  $P$  — стала складова зовнішнього навантаження;  $\omega$  — кругова частота збурюючої сили, то розглядаючи тільки усталені вимушені коливання, розв'язки системи рівнянь (3) в комплексній формі матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} \eta_{4_1} &= A_{4_1} e^{i(\omega t + \varphi)}; \quad \eta_{5_1} = A_{5_1} e^{i(\omega t + \varphi)}; \\ \eta_{4_2} &= A_{4_2} e^{i(\omega t + \varphi)}; \quad \eta_{5_2} = A_{5_2} e^{i(\omega t + \varphi)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Після підстановки в рівняння (4) значень  $\eta_{4_1}$  та  $\eta_{4_2}$ , отриманих з (3) з врахуванням форми розв'язку (14), отримуємо передавальну функцію пружної підсистеми різець — супорт у вигляді

$$W_{ПС} = \frac{y_4}{P} = W_2(i\omega) \sin \beta_4 - W_1(i\omega) \cos \beta_4, \quad (15)$$

$$\text{де } W_2 = \frac{\eta_{4_2}(i\omega)}{P(t)} \text{ і } W_1 = \frac{\eta_{4_1}(i\omega)}{P(t)}.$$

За виразом (15) можна проаналізувати вплив параметрів жорсткості інструментального оснащення й кута

розвороту головних осей жорсткості пружної підсистеми різець — супорт на частотні характеристики передавальної функції  $W_{nc}$ . Для графічного подання результатів аналізу у вигляді амплітудно-, фазово- та амплітудно-фазо-частотних характеристик (АЧХ, ФЧХ та АФЧХ) розроблено методику їх розрахунків з використанням змінних стану, яка дала можливість скористатися функціями пакету Matlab [4].

На базі комплексної математичної моделі замкнутої динамічної системи токарного верстата виконано теоретичні дослідження процесу токарного оброблення нежорстким інструментальним оснащенням. Для перевірки реакції математичної моделі на зміну орієнтації головних осей жорсткості пружної підсистеми різець — супорт у системі координат  $\eta'_1 O' \eta'_2$  проведено моделювання процесу точіння для значень кута  $\beta_4 = 0^\circ, 15^\circ, 45^\circ$  та  $60^\circ$ . Розрахунки виконано при відношенні жорсткостей різцетримача  $c_{41}/c_{42} = 20/50$  Н/мкм, коефіцієнтів жорсткості супорта  $c_{51} = 75$  Н/мкм та  $c_{52} = 50$  Н/мкм та напрямку дії сили різання  $\alpha = 30^\circ$ . Усі параметри пружної системи верстата не змінювались при зміні кута  $\beta_4$ . Розрахункові траєкторії руху вершини різця в координатній системі  $y' O z'$  при різних кутах  $\beta_4$  (рис. 4) показують, що зміна орієнтації головних осей жорсткості пружної підсистеми різець — супорт при всіх інших незмінних параметрах істотно впливає на амплітуду й напрям коливань вершини різця.

Збільшені амплітуди усталених коливань вершини різця має при кутах  $\beta_4 = 0^\circ$  (рис. 4, а) та  $\beta_4 = 60^\circ$  (рис. 4, г). Крім цього, при  $\beta_4 = 60^\circ$  траєкторія коливань різця переміщується в зону від'ємних значень координати  $Oy'$ , що ілюструє наявність «від'ємної» жорсткості.

При кутах  $\beta_4 = 15^\circ$  (рис. 4, б) та  $\beta_4 = 45^\circ$  (рис. 4, в) амплітуди усталених коливань вершини різця значно менші, що обумовлює більш сталий характер процесу оброблення на верстаті. Однак при  $\beta_4 = 45^\circ$  траєкторія коливань різця частково переміщується в зону від'ємних значень координати  $y'$ , що при збільшенні сили різання може призвести до втрати вібростійкості системи. Тож найвібростійкішим буде процес різання нежорстким інструментальним оснащенням при  $\beta_4 = 15^\circ$ , тобто при  $\beta_4 = \alpha/2$ .

Розрахункові значення статичної характеристики підсистеми різець — супорт  $K_{nc}$  за виразом (13) наведені на рис. 5. Аналіз результатів розрахунків статичної характеристики підсистеми різець — супорт дає можливість зробити такі висновки: істотний вплив на величину статичної характеристики  $K_{nc}$  має кут розвороту  $\beta_4$  головних осей її жорсткості та підбір співвідношень жорсткостей елементів підсистеми; графічно та аналітично можна визначити параметри пружної підсистеми, при яких існує «від'ємна» жорсткість ( $K_{nc} < 0$ ); рекомендується кут розвороту  $\beta_4$  головних осей жорсткості наближати за величиною до половини кута  $\alpha$ , який визначає напрям дії сили різання  $P$  (при цьому вплив зміни відношення жорсткостей  $c_{\eta_1}$  і  $c_{\eta_2}$  на величину  $K_{nc}$  буде мінімальним).

Приклади результатів розрахунків частотних характеристик передавальної функції  $W_{nc}$  (15) пружної підсистеми різець — супорт наведені графічно на рис. 6 і рис. 7, де проілюстрований вплив кута  $\beta_4 = 0^\circ, 15^\circ, 45^\circ$  і відношення жорсткостей різцетримача  $c_{11}/c_{12} = 2$  та  $c_{11}/c_{12} = 1/2$  на АЧХ і АФЧХ при заданих частотах власних коливань

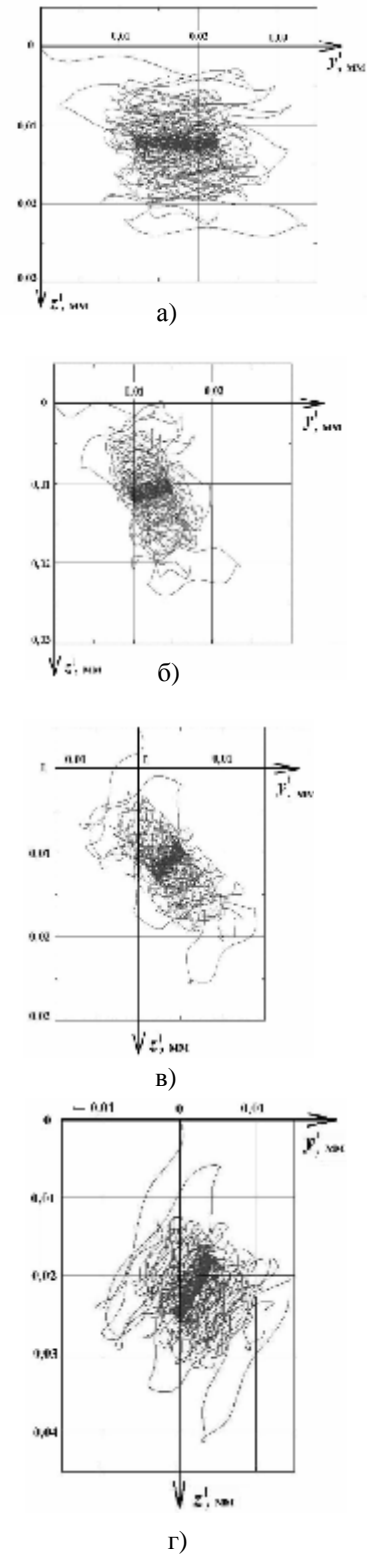


Рис. 4. Розрахункові значення траєкторії руху вершини різця в координатній системі  $y' O z'$  при кутах розвороту головних осей жорсткості пружної підсистеми різець — супорт. а —  $\beta_4 = 0^\circ$ , б —  $\beta_4 = 15^\circ$ , в —  $\beta_4 = 45^\circ$ ; г —  $\beta_4 = 60^\circ$

для маси супорта  $m_2 = 93$  і  $114$  Гц і для маси різцетримача  $m_1 = 320$  і  $452$  Гц в напрямках координат  $O\eta_1$  і  $O\eta_2$ .

Аналіз АЧХ (рис. 6) дає можливість зробити такі висновки: амплітуди коливання мас підсистеми при куті

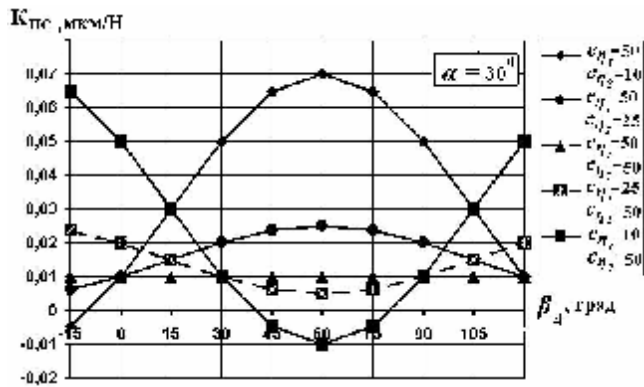


Рис. 5. Графіки розрахункових значень статичної характеристики підсистеми різець — супорт  $K_{nc}$  в залежності від зміни напрямку головних осей жорсткості  $\beta_4$  та відношення коефіцієнтів жорсткості  $c_{\eta_1}$  і  $c_{\eta_2}$  (Н/мм)

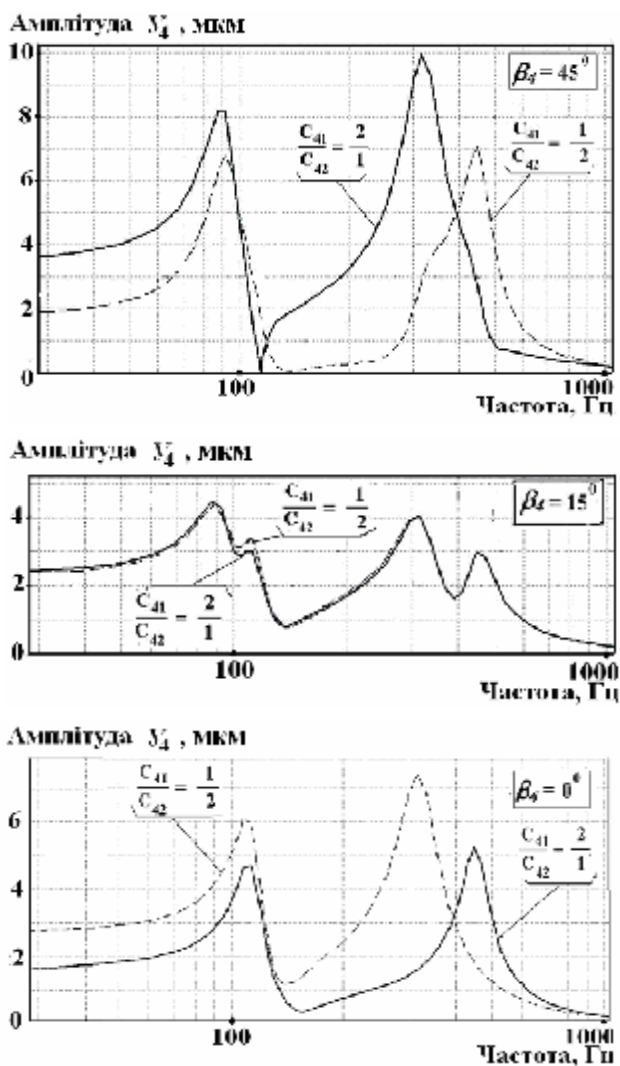


Рис. 6. АЧХ пружної підсистеми різець — супорт при кутах  $b_4=45^\circ$ ,  $b_4=15^\circ$ ,  $b_4=0^\circ$

$\beta_4=0^\circ$  в 1,5 рази, а при куті  $\beta_4=45^\circ$  більше ніж в 2 рази перевищують величини амплітуд коливань при  $\beta_4=15^\circ$ ; зміна відношення жорсткостей різцетримача при  $c_{41}/c_{42}=2$

та при  $c_{41}/c_{42}=1/2$  істотно впливає на амплітуди коливання, що проілюстровано на прикладі кутів  $\beta_4=0^\circ$  та  $\beta_4=45^\circ$ ; тільки при куті  $\beta_4=15^\circ$ , що дорівнює  $\beta_4=\alpha/2$ , зміна відношення жорсткостей різцетримача з  $c_{41}/c_{42}=2$  до  $c_{41}/c_{42}=1/2$  практично не впливає на збільшення амплітуд коливання мас підсистеми на частотах власних коливань, що є свідченням забезпечення при таких параметрах пружної підсистеми можливості вібростійкого оброблення нежорстким оснащенням.

На рис. 7 наведені приклади АФЧХ пружної підсистеми різець — супорт при кутах розвороту головних осей жорсткості  $\beta_4=45^\circ$ ,  $\beta_4=15^\circ$  та  $\beta_4=0^\circ$  і відношенні жорсткостей різцетримача  $c_{41}/c_{42}=1/2$ .

Як видно з рисунка, жоден з годографів АФЧХ при різних кутах  $\beta_4$  не охоплює критичної точки з координатами  $(-1; i0)$  на дійсній осі в комплексній площині. Але, чим ближче годограф АФЧХ проходить від критичної точки, тим ближче замкнута системи до межі втрати стійкості. Критерій Найквіста дає можливість не тільки встановити сам факт стійкості пружної системи, але й оцінити запас стійкості, що в цьому дослідженні є важливішим.

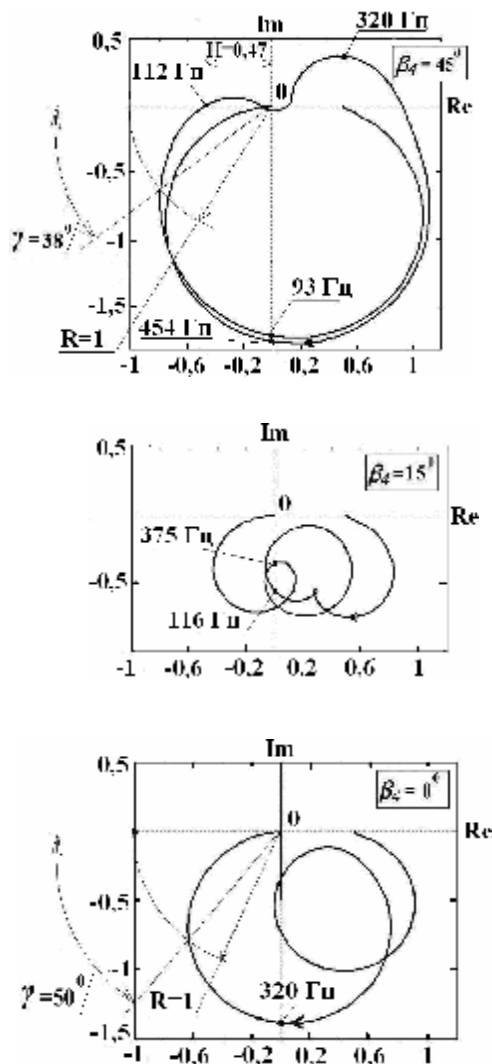


Рис. 7. АФЧХ пружної підсистеми різець — супорт при кутах  $b_4=45^\circ$ ,  $b_4=15^\circ$ ,  $b_4=0^\circ$

Для вібростійких систем віддалення годографа АФЧХ від критичної точки  $(-1; i0)$  характеризується запасом стійкості за амплітудою ( $H$ ) та запасом стійкості за фазою ( $\gamma$ ). Запас стійкості за амплітудою визначається виразом  $L = 20 \lg H^{-1}$  (дБ) при тому значенні частоти, при якому фазова характеристика  $\varphi(\omega) = -180^\circ$ . Для систем металорізальних верстатів рекомендовано, щоб:  $L \geq 8 \div 12$  дБ;  $\gamma \geq 30 \div 45^\circ$  [3]. Аналіз з точки зору запасу стійкості пружної підсистеми різець — супорт за АФЧХ (див. рис. 7) дає можливість зробити висновок, що найбільшу вібростійкість мають пружні підсистеми з кутом розвороту головних осей жорсткості  $\beta_4 = 15^\circ$ , АФЧХ яких майже не залежить від напрямку осі найбільшої жорсткості.

Таким чином, забезпечення умов вібростійкого точіння нежорстким інструментальним оснащенням можливе за рахунок не тільки підвищення жорсткості самих різцетримачів, але й за рахунок правильної орієнтації головних осей жорсткості пружної підсистеми різець — супорт. Результати розрахунків частотних характеристик пружної підсистеми при різних напрямках дії сили  $P$  різання в діапазоні кута  $\alpha = 10^\circ \div 45^\circ$  показали, що при забезпеченні умови  $\beta_4 = \alpha/2$  завжди відбувається зменшення амплітуд коливань на резонансних частотах.

Вібростійкість верстатів до виникнення автоколивань визначають за характеристикою розімкнутої динамічної системи  $W_{роз}(i\omega)$ . Для дослідження впливу процесу різання на характеристики еквівалентної пружної системи верстата використано таку залежність:

$$W_{роз}(i\omega) = W_{ПС}(i\omega)W_{ПП}(i\omega), \quad (16)$$

де  $W_{ПП}(i\omega)$  — передавальна характеристика процесу різання. Для побудови АФЧХ процесу різання отримано вираз  $W_{ПП}(i\omega)$  у частотній формі:

$$W_{ПП}(i\omega) = \frac{K_{num}b}{1+T_p^2\omega^2} - i \frac{K_{num}bT_p\omega}{1+T_p^2\omega^2}. \quad (17)$$

При перемноженні комплексних виразів передавальних функцій  $W_{ПС}(i\omega)$  (15) та  $W_{ПП}(i\omega)$  (17) за виразом (16) амплітуди розімкнутої динамічної системи змінюються за величиною та отримують додатковий фазовий поворот. Якщо АФЧХ кожного з елементів системи  $W_{ПС}(i\omega)$  та  $W_{ПП}(i\omega)$  не перетинають від'ємну частину дійсної осі, то АФЧХ розімкнутої системи  $W_{роз}(i\omega)$  може її перетинати, викликаючи втрату вібростійкості системи.

Таким чином, за виразом (16) для передавальної функції розімкнутої динамічної системи  $W_{роз}(i\omega)$  можуть бути розраховані залежності значень граничної ширини зрізу  $b$  в першу чергу від таких параметрів пружної підсистеми різець — супорт, як жорсткість різцетримача  $c_{41}$  та  $c_{42}$  за напрямками головних осей координат, коефіцієнти демпфування  $h_{41}$  та  $h_{42}$  і кут  $\beta_4$ .

Наведені розрахункові значення граничної ширини зрізу  $b$  (рис. 8) отримані за виразом (16) для передавальної функції розімкнутої динамічної системи  $W_{роз}(i\omega)$  при таких прийнятних початкових параметрах: питома сила різання  $K_{num} = 2,3 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>; швидкість різання  $V = 100$  м/хв; товщина зрізу  $a = 0,3$  мм; коефіцієнти жорсткості супорта  $c_{s1} = 7,5 \cdot 10^7$  Н/м та  $c_{s2} = 5,0 \cdot 10^7$  Н/м, маса різцетримача

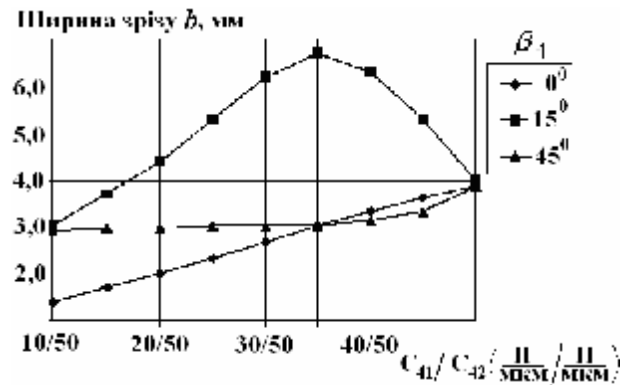


Рис. 8. Розрахункові значення граничної ширини зрізу  $b$  при значеннях кута  $\beta_4 = 0^\circ$ ,  $\beta_4 = 15^\circ$  та  $\beta_4 = 45^\circ$  та зміні відношення жорсткостей різцетримача в діапазоні  $c_{41}/c_{42} = 10/50 \div 50/50$  Н/мкм

$m_4 = 6,5$  кг та маса супорта  $m_5 = 140$  кг, кут  $\alpha = 30^\circ$ . Розрахунок граничної ширини зрізу  $b$  виконувався з врахуванням запасу стійкості за амплітудою  $L = 6$  дБ, що відповідає перетину годографа АФЧХ з дійсною віссю комплексної площини в точці  $(-0,5; i0)$ .

Як видно з рис. 8, найбільші значення ширини зрізу  $b$  має при куті  $\beta_4 = 15^\circ$  і відношенні жорсткостей різцетримача  $c_{41}/c_{42} = 35/50$ . Це підтверджує попередні висновки про те, що при куті  $\beta_4 = \alpha/2$  система має найбільшу вібростійкість. Разом з цим, розрахунки показали, що збільшення демпфування в конструкції різцетримача дає можливість збільшити граничну ширину зрізу  $b$  навіть для найменш вібростійкої системи з кутом  $\beta_4 = 45^\circ$ . Це дає підстави зробити висновок про те, що одним з ефективних методів підвищення вібростійкості процесу різання може бути використання спеціального оснащення з демпферами.

**Висновки.** На основі досліджень процесу токарного оброблення нежорстким інструментальним оснащенням отримані такі результати:

1. Встановлено, що при куті розвороту головних осей жорсткості пружної підсистеми різець — супорт  $\beta_4$ , що дорівнює половині кута  $\alpha$  напрямку дії сили різання відносно дотичної площини до оброблюваної поверхні, а саме  $\beta_4 = \alpha/2$ , зміна відношення жорсткостей оснащення мало впливає на зміну податливості пружної підсистеми різець — супорт, що є запорукою збереження заданої точності оброблення.

2. На основі аналізу АЧХ та ФЧХ передавальної функції пружної підсистеми різець — супорт доведено, що умову  $\beta_4 = \alpha/2$  можна рекомендувати і як одну з основних умов вібростійкої токарного оброблення нежорстким інструментальним оснащенням.

3. На основі аналізу АФЧХ передавальної функції розімкнутої динамічної системи верстата за критерієм Найквіста визначено вплив параметрів пружної підсистеми різець — супорт на величину граничної ширини зрізу. Встановлено, що найбільші значення ширини зрізу отримані за умови  $\beta_4 = \alpha/2$  та при відношенні жорсткостей різцетримача в напрямках головних осей жорсткості  $c_{41}/c_{42} \approx 0,7$ , або  $c_{41}/c_{42} \approx 1,4$  при зміні напрямку головних осей жорсткості на  $90^\circ$ .

## Література

1. Кудинов В.А. Динамика станков. — М.: Машиностроение, 1967. — 360 с.
2. Орликов М.Л. Динамика станков: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд. перераб. и доп. — К.: Вища шк., 1989. — 272 с.
3. Петраков Ю.В. Автоматичне управління процесами обробки матеріалів різанням: Навчальний посібник. — К.: УкрНДІАТ, 2003. — 383 с.
4. Шевченко О.В. Визначення частотних характеристик різцетримачів з пружними напрямними // Прогресивні технології і системи машинобудування / Міжнародний

збірник наукових праць. — Донецьк: ДонНТУ, 2006. — Вип. 32. — С. 250—257.

Отримана 23.05.09

*O. Shevchenko*  
**Methods of a heightening of a chatter stability of turning by means of a toolholders with low stiffness**  
*National Technical University of Ukraine «KPI», Kyiv*

*In a paper it is shown, that essential effect on a level of relative oscillations of the cutter and a workpiece at turning is rendered with an angle of rotation of principal axes of a stiffness of an elastic-system of the tool and selection of relationships of stiffness of elements of system. Recommendations on providing of conditions of vibrational-proof turning are given.*

---

²í ôî ðî àö³ÿ

ТРЕТЯ МІЖНАРОДНА КОНФЕРЕНЦІЯ

## ДЕФОРМАЦІЯ І РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ І НАНОМАТЕРІАЛІВ DFMN2009

12 — 15 жовтня 2009 р.

Інституті металургії і матеріалознавства ім. А. А. Байкова РАН,  
м. Москва, Росія

### Тематика конференції:

Загальні закономірності процесів деформації і руйнування конденсуючих середовищ на нано- мікро- і макрорівнях.

Взаємозв'язок фізичних, термофізичних і електрофізичних властивостей матеріалів з процесами деформації і руйнування.

Розроблення й оптимізація технологій оброблення й виробництва матеріалів, заснованих на процесах пластичного деформування і руйнування.

Нові конструкційні сталі та сплави.

Міцність і пластичність перспективних матеріалів (композиційних і градієнтних матеріалів, покриттів, гетероструктур, фуллеренів, високотемпературних надпровідників, аморфних і наноматеріалів, високоміцних керамік, інтерметалідів, піноматеріалів і стільникових структур).

Процеси деформації і руйнування в трібосистемах.

Деформація і руйнування будівельних, природних і біомедичних матеріалів.

Оцінка ресурсу деталей машин, механізмів, конструкцій приладів, технології, що дозволяють попередити процеси руйнування, способи боротьби з катастрофічним руйнуванням.

Нові ефективні методи дослідження пластичного деформування і руйнування.

Комп'ютерне моделювання і математичні методи опису структури і механічної поведінки матеріалів.

### Контакти:

119991, Росія, Москва, Ленінський прспект, 49, ІМЕТ РАН,  
Лабораторія міцності і пластичності металевих і композиційних матеріалів і наноматеріалів.

Телефони для довідок:

8 (499) 135-44-91, 135-44-77, 135-96-62

+7 (495) 788-55-23

<http://dfmn-imetran.narod.ru>