

**А. Чабан**

Канд. техн. наук  
Національний університет  
«Львівська політехніка», м. Львів;  
Львівський національний  
аграрний університет,  
м. Дубляни, Україна

**С. Крижак**

Магістр,  
Вища школа інформатики й  
управління в Перемишлі,  
м. Перемишль, Польща

**М. Гошко**

Доцент, канд. техн. наук,  
Львівський національний  
аграрний університет,  
м. Дубляни, Україна

УДК 51.001.57

## **ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ В БАГАТОМАШИННИХ СИСТЕМАХ З АСИНХРОННИМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДАМИ**

*Виходячи з інтегрального варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського для неконсервативних дисипативних систем аналізуються фізичні засади електромеханічного перетворення енергії в складних електромашинних системах, елементами яких є асинхронні електроприводи. На підтвердження розвиненої теорії використано апарат штучних нейронних мереж. Подано результати комп'ютерної симуляції.*

**принцип Гамільтона — Остроградського, математична модель, неконсервативний лагранжیان, пружно-дисипативні інерційні ланки, штучні нейронні мережі**

Закон збереження енергії лежить в основі відомої концепції перетворення енергії в динамічних системах [2 — 6]. Ця концепція є базисом для класичних методів побудови математичних моделей складних динамічних систем із зосередженими й розподіленими параметрами. Нажаль такий підхід має певний недолік, а саме: декомпозиція згаданої системи з метою подальшого застосування фундаментальних законів прикладної фізики для кожної з окремо виділених підсистем часто різної природи, наприклад, законів Кірхгофа, принципу Даламбера, рівняння нестационарної теплопровідності тощо, а також виокремлення складних силових зв'язків між підсистемами. Зрозуміло, що це потребує від вузького спеціаліста в конкретній науковій галузі розширення області своїх знань, залучаючи додатково час і кошти на навчання й підготовку.

Такого недоліку позбавлені варіаційні принципи, застосування яких, особливо для систем з розподіленими параметрами, обмежене, зазвичай, консервативністю останніх, що істотно обмежувало їхнє застосування [3,

6]. Порівняно недавно [4, 5] було розроблено теорію, яка дає можливість будувати математичні моделі складних неконсервативних дисипативних систем як із зосередженими, так і з розподіленими параметрами, виходячи виключно з варіаційних принципів — інтегрального варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського, істотно розширивши можливості дослідника, який працює на стику декількох розрізнених наук, зокрема в електромеханіці.

Запропоновані підходи містять глибокі фізичні засади, адже принцип найменшої дії є вершиною енергетичної теорії Всесвіту, яка й лежить в основі закону збереження й перетворення енергії [2, 5]. Так, віддаючи перевагу принципу найменшої дії, великий німецький фізик Макс Планк писав: «Закон збереження енергії можна одержати з принципу найменшої дії; відтак він (закон збереження енергії) є складовою принципу найменшої дії. Натомість зробити навпаки не вдається. Цей факт повністю підтверджує, що закон збереження енергії є більш частковим, а принцип найменшої дії — більш загальним» [2].

Згадана теорія підтверджується й сучасними науковими розробками, наприклад, апаратом штучного інтелекту, що спирається на нейронні мережі. Застосування цього апарата істотно розширює можливості методів математичного моделювання складних динамічних систем [1], зокрема, ідентифікувати параметри згаданих системи, визначати завуальовані функціональні залежності, вимірювати різноманітні фізичні величини тощо. У такому випадку математична модель бере на себе роль супервізора нейромережі. Особливою перевагою штучних нейронних мереж для складних систем, що складаються з підсистем різної природи, треба зазначити їхню унікальну можливість аналізувати стан однієї підсистеми на основі іншої, виходячи з розглянутої вище концепції. Для електромеханічних систем — це досліджувати параметри і стан електричної системи на підставі механічної і навпаки.

Мета статті — виходячи з інтегрального варіаційного принципу Гамільтона — Остроградського для неконсервативних дисипативних систем побудувати математичну модель електричного вузла навантаження, елементами якого є силовий трансформатор і асинхронні електроприводи. За допомогою цієї моделі навчити штучну нейромережу ідентифікувати стан електричної системи вузла на підставі механічної, підтверджуючи цим розвинену концепцію електромеханічного перетворення енергії у вузлі електричного навантаження.

#### Математична модель електромеханічної системи.

Будемо модель виходячи з розробленого в [5] методу. Неконсервативний лагранжіан динамічної системи запишемо так [4, 5]:

$$L(t)^* = T^* - P^* + \Phi^* - D(t)^*, \quad \Phi^* = \int_0^t \Phi_p^*(t)_{|t=\tau} d\tau, \quad (1)$$

де  $L^*$  — модифікована несилова функція Лагранжа;  $T^*$ ,  $P^*$  — кінетична й потенціальна енергії системи;  $D^*$  — енергія активних і пасивних сил непотенціального характеру, що діють на систему ззовні;  $\Phi^*$  — функція зовнішньої і внутрішньої дисипації енергії  $\Phi_p^*$  — дисипативна функція системи;  $\tau$  — додаткова змінна інтегрування.

Для отримання рівняння екстремалі функціоналу дії за Гамільтоном — Остроградським підставимо вираз (1) у рівняння Ейлера — Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L^*}{\partial q_k} = 0. \quad (2)$$

У результаті отримаємо рівняння Лагранжа другого роду для неконсервативних систем та рівняння стаціонарних силових зв'язків між підсистемами [5].

Принципова схема вузла електричного навантаження подана на рис. 1. Асинхронні електроприводи розглядаються як складні електромеханічні пристрої, де врахована податливість структурних ланок елементів валопроводів.

Елементи неконсервативного лагранжіана подамо так:

$$\mathcal{H}^* = \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^{i_{mj}} \Psi_{mj}(i_{mj}) di_{mj} + \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^N \int_0^{i_{nj,k}} \Psi_{nj,k}(i_{nj,k}) di_{nj,k} +$$

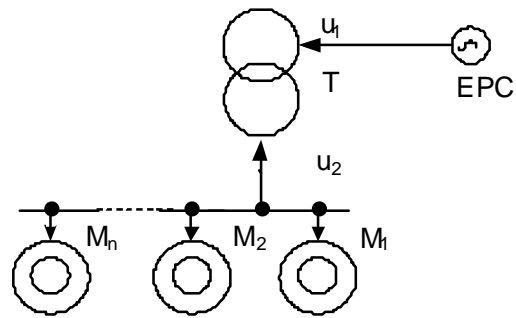


Рис. 1. Принципова схема електромашинної системи без компенсаційної батареї

$$+ \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^N \frac{J_{l,k} \omega_{l,k}^2}{2}; \quad P^* = \sum_{k=1}^N \frac{c_{1,2,k} (\gamma_{2,k} - \gamma_{1,k})^2}{2}; \quad (3)$$

$$\Phi^* = \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^t \frac{1}{2} r_{mj} i_{mj}^2 d\tau + \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^N \int_0^t \frac{1}{2} r_{nj,k} i_{nj,k}^2 d\tau + \sum_{k=1}^N \frac{v_{1,2,k} (\omega_{2,k} - \omega_{1,k})^2}{2}; \quad j = A, B, C; \quad (4)$$

$$D^* = \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^t u_{mj} i_{mj} d\tau + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^N \int_0^t u_{2j} i_{Sj,k} d\tau + \sum_{k=1}^N \left( \int_0^t \int_0^{\omega_{1,k}} M_{EM,k} d\omega_{1,k} - \int_0^{\omega_{2,k}} M(\omega_{2,k}) d\omega_{2,k} \right) d\tau, \quad (5)$$

де  $\mathcal{H}^*$  — кінетична коенергія системи.

Враховуючи (1), з виразів (3) — (5) формуємо неконсервативну функцію Лагранжа та, підставивши останню в систему рівнянь Ейлера-Лагранжа

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_{mj}} - \frac{\partial L^*}{\partial q_{mj}} = 0; & \frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_{nj,k}} - \frac{\partial L^*}{\partial q_{nj,k}} = 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L^*}{\partial q_k} = 0; & \frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L^*}{\partial q_k} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

отримаємо математичну модель вузла електричного навантаження (рис. 1) [5, 7]:

$$\frac{di_1}{dt} = A_{11}(k_T^{-2} u_1 - R_{11} i_1) + k_T^{-1} A_{12}(u_2 - R_{21} i_2); \quad (7)$$

$$\frac{di_2}{dt} = A_{21}(k_T^{-1} u_1 - k_T R_{11} i_1) + A_{22}(u_2 - R_{21} i_2); \quad (8)$$

$$\frac{di_{S,k}}{dt} = A_{S,k}(u_2 - R_{S,k} i_{S,k}) + A_{SR,k}(-\Omega_k \Psi_k - R_{R,k} i_{R,k}); \quad (9)$$

$$\frac{di_{R,k}}{dt} = A_{RS,k}(u_2 - R_{S,k} i_{S,k}) - A_{R,k}(\Omega_k \Psi_{R,k} + R_{R,k} i_{R,k}) + \Omega_k i_{R,k}; \quad (10)$$

$$\frac{d\omega_{1,k}}{dt} = \frac{1}{J_{1,k}} (M_{E,k} - c_{1,2;k}(\gamma_{1,k} - \gamma_{2,k}) - v_{1,2;k}(\omega_{1,k} - \omega_{2,k})), \quad (11)$$

$$\frac{d\omega_{2,k}}{dt} = \frac{1}{J_{2,k}} (c_{1,2;k}(\gamma_{1,k} - \gamma_{2,k}) + v_{1,2;k}(\omega_{1,k} - \omega_{2,k}) - M(\omega_{2,k})); \quad \frac{d\gamma_{1,k}}{dt} = \omega_{1,k}; \quad \frac{d\gamma_{2,k}}{dt} = \omega_{2,k}, \quad (12)$$

де  $u_1, u_2$  — вектор-стовпці напруг фаз первинної і вторинної обмоток відповідно;  $i_1, i_2$  — вектор-стовпці струмів фаз первинної і вторинної обмоток трансформатора;  $R_j, R_2$  — матриці опорів первинної і вторинної обмоток;  $j = A, B, C$  — індекси належності до відповідних фаз;  $k_T$  — коефіцієнт трансформації;  $k = 1, 2, \dots, N$  — порядковий номер мотора в системі,  $N$  — кількість моторів у системі;  $R_{S,k}, R_{R,k}$  — матриці опорів статора й ротора відповідно;  $u_2 = u_{S,k} = U_0$  — вектор-стовпець напруг моторів (напряга вузла навантаження);  $i_{S,k}, i_{R,k}$  — вектор-стовпці струмів статорів і роторів машин;  $\Psi_{R,k}$  — вектор-стовпці основних потокозчеплень статорів і роторів;  $\omega_k$  — швидкості обертання роторів кожної з машин;  $\gamma_k$  — кути повороту магнітних осей фази  $A$  роторів відносно магнітних осей фази  $A$  статорів,  $A_{i,j}$  — матриці обернених індуктивностей трансформатора й моторів;  $M_{i,j}$  — моменти узагальнених сил.

Напрягу вузла електричного навантаження шукаємо використовуючи теорію Лагранжа, шляхом диференціюванням за часом стаціонарного зв'язку, в якості якого був використаний перший закон Кірхгофа [5, 7]:

$$U_0 = (A_{S,1} + A_{S,2} + \dots + A_{S,n} + A_{22})^{-1} (A_{S,1}R_{S,1}i_{S,1} + A_{S,2}R_{S,2}i_{S,2} + \dots + A_{S,n}R_{S,n}i_{S,n} + A_{SR,1}(\Omega_1\Psi_1 + R_{R,1}i_{R,1}) + A_{SR,2}(\Omega_2\Psi_2 + R_{R,2}i_{R,2}) + \dots + A_{SR,n}(\Omega_n\Psi_n + R_{R,n}i_{R,n}) + A_{2,2}R_2i_2 - A_{2,1}(k_T^{-1}u_1 - k_T R_1i_1)), \quad (13)$$

де  $U_0$  — напруга вузла електричного навантаження.

**Результати комп'ютерної симуляції.** Комп'ютерна симуляція електромеханічних перехідних процесів здійснювалась для вузла електричного навантаження, елементами якого є силовий трансформатор типу ТМ,  $S_H = 1,6$  МВ·А та чотири асинхронних електроприводи з різними моментами навантаження, які приводяться в рух через пружно-дисипативні муфти однаковими асинхронними моторами типу А 12-52-8А,  $P_H = 320$  кВт. Моменти навантаження асинхронних моторів були такими:  $M_2(\omega) = 2,257\omega + 7,4 \cdot 10^5 \omega^3 + 1,1 \cdot 10^{11} \omega^5$  Н·м  $M_1 = 2000$  Н·м,  $M_3 = 3000$  Н·м,  $M_4 = 3500$  Н·м. Параметри пружно-дисипативних муфт вибирались двох типів так, щоб система знаходилась у дорезонансному стані (перший дослід) і в резонансному стані (другий дослід). Параметри механічної системи (коефіцієнт жорсткості пружної муфти ( $c$ ) і відповідно її коефіцієнт дисипації ( $v$ )) — такі:  $c_1 = 2,4 \cdot 10^6$  Н·м,  $v_1 = 110$  Н·м·с,  $c_2 = 3,3 \cdot 10^6$  Н·м,  $v_2 = 210$  Н·м·с.

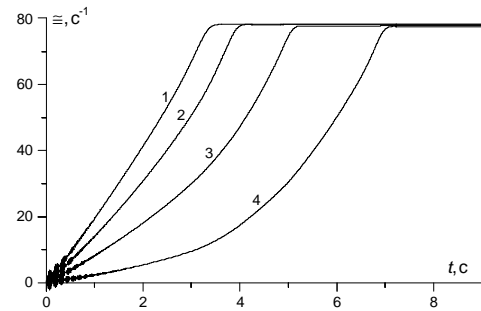


Рис. 2. Перехідні швидкості привідних ланок усіх електроприводів (1 — 4) для першого досліді

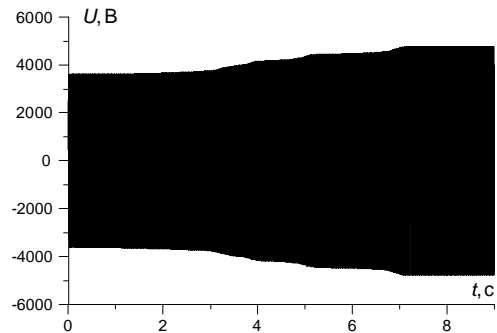


Рис. 3. Перехідна напруга вузла для першого досліді

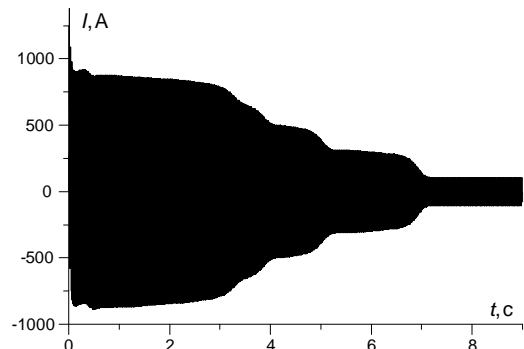


Рис. 4. Перехідний струм вторинної обмотки силового трансформатора для першого досліді

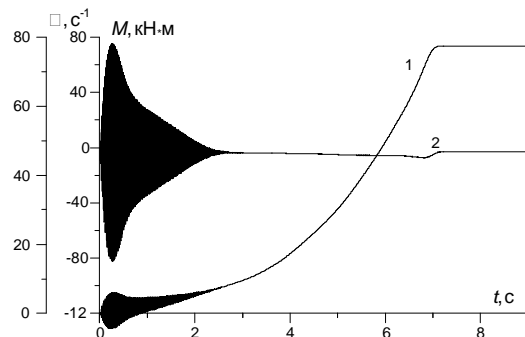


Рис. 5. Перехідні швидкість обертання інерційної ланки (1) та пружний момент у муфтовому з'єднанні (2) валопроводу четвертого асинхронного електроприводу для другого досліді

**Аналіз результатів симуляції.** На рис. 2 показано вхід в усталений процес привідних інерційних ланок усіх чотирьох асинхронних електроприводів за умови, коли всі приводи знаходяться в дорезонансному стані. Очевидно, що збільшення моменту навантаження мотора призводить до збільшення часу пуску приводів. На рис. 3, рис. 4 показано перехідні фазні напругу вузла й струм у вторинній обмотці силового трансформатора для першого дослідю. На обох рисунках чітко проглядаються своєрідні сходинки, що пов'язано з входом в усталений процес кожного з електроприводів. На рис. 5 показано перехідні швидкість обертання привідної інерційної ланки і пружний момент у муфтовому з'єднанні валопроводу четвертого електроприводу в резонансному стані. З рисунка видно, що за такої штивності пружної муфти система непрацездатна. Амплітуда пружного моменту сягає понад 160 кН·м, що майже в 40 разів перевищує значення момента навантаження мотора.

**Застосування штучних нейромереж для вимірювання напруги вузла електричного навантаження.** Аналізуючи вираз (13), легко бачити, що обчислення напруги вузла електричного навантаження, який не містить компенсаційної батареї, є досить складною справою. Адже для цього потрібно використовувати теорію Лагранжа щодо диференціювання за часом рівняння стаціонарного зв'язку. Тому тут пропонується простіший спосіб обчислення згаданої напруги, а саме — знаходити її з використанням апарата штучного інтелекту, що спирається на нейронів мережі. Зрозуміло, що такий підхід носить виключно теоретичний характер, адже в реальних електромеханічних системах цю напругу можна поміряти вольтметром. Але тут стоїть задача не стільки в розв'язанні локальної електротехнічної задачі, скільки показати можливість штучних нейронів мереж, які так стрімко проникають у методи математичного моделювання, а також ще раз підтвердити доцільність використання варіаційних принципів, які лежать в основі одного з найосновніших законів природи — закону збереження енергії.

Для розв'язання цієї задачі в якості учителя нейромережі використаємо математичну модель вузла електричного навантаження (7) — (13).

Для навчання однокерункової мережі запропоновано такі вектори (див. рис. 2):

вхідний вектор —  $(\Delta\omega_1, \Delta\omega_2, \Delta\omega_3, \Delta\omega_4)^T$ ;

вихідний вектор —  $\Delta U_0$ ,

$$\Delta\omega_j = k_\omega(\omega_j^i - \omega_j^0); \Delta U = k_U(U^i - U^0),$$

$$j = 1, 2, 3, 4; i = 1, 2, 3, \dots, 11$$

де  $j$  — кількість моторів у системі,  $i$  — порядок навчального вектора,  $k_\omega$  — коефіцієнт перерахунку для кутових швидкостей електроприводу,  $k_U$  — те саме для напруги вузла навантаження,  $\Delta$  — різниця між всіма десятима дослідями та першим дослідом.

Результати навчання мережі зведені в табл. 1, а результати тестування мережі — в табл. 2.

Для визначення різниці напруг застосовано нейронів мережу, що має таку архітектуру. Вхідний сигнал складається з чотирьох рецепторів, захований шар містить сім нейронів та вихідний сигнал — один нейрон. Нейроме-

Результати навчання мережі

$\Delta\omega_1, \text{c}^{-1}$	$\Delta\omega_2, \text{c}^{-1}$	$\Delta\omega_3, \text{c}^{-1}$	$\Delta\omega_4, \text{c}^{-1}$	$\Delta U_0, \text{В}$
0	0	0	0	0
0,1	9	17,7	26,4	16
8,9	17,9	22,6	35,8	28
17,9	27,6	36,3	41,7	41,5
26,8	32,2	41,8	45,4	51
32,6	36,2	45,7	49	59
36,3	42,1	47,8	51,5	66
40,2	46,1	49,6	51,3	70
41,7	48	52,2	53,8	75
45,6	49,6	52,3	53,1	78
47,4	50,5	52,2	53,8	79

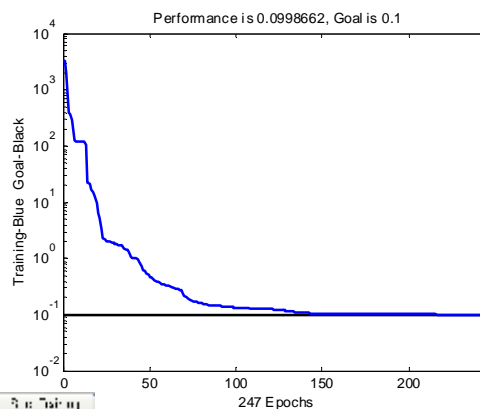


Рис. 6. Залежність навчання нейромережі від кількості епох

Таблиця 2

Результати тестування мережі

$\Delta\omega_1, \text{c}^{-1}$	$\Delta\omega_2, \text{c}^{-1}$	$\Delta\omega_3, \text{c}^{-1}$	$\Delta\omega_4, \text{c}^{-1}$	$\Delta U_0, \text{В}$	ANN $\Delta U_0, \text{В}$
3,7	14,2	28,2	31,2	24,0	23,712
12,2	28,5	45,0	46,8	47,0	44,503
34,2	44,0	51,2	52,1	69,0	67,269

режа навчалася градієнтним методом Левенберга — Марквардта в поєднанні з алгоритмом backpropagation, заімплементований мовою програмування Matlab for Windows. У якості порогової функції для захованого шару використано функцію нелінійну трансформанту  $\tan \text{sig}$ , а для вихідного лінійну —  $\text{pureline}$ . Мережа навчилася за 247 епох, після чого похибка навчання досягла заданого значення в 9 %, рис. 6.

У табл. 2 ANN — відповідь навченої нейромережі.

**Висновки.** 1. Ідея модифікації силового лагранжіана, надаючи йому характер несилового неконсервативного, уможливила поширити інтегральний варіаційний принцип Гамільтона — Остроградського на реальні неконсервативні дисипативні системи. Такий підхід дає змогу уникнути декомпозиції динамічної системи, натомість

формувані рівняння електромеханічного стану, виходячи виключно з варіаційних принципів.

2. На підставі варіаційних принципів подальше розвинена відома концепція електромеханічного перетворення енергії в складних динамічних системах, що складаються з підсистем різної фізичної природи.

3. Використана математична модель вузла навантаження дає змогу аналізувати складні динамічні стани електромеханічної системи як в перехідних, так і в усталених процесах.

4. Застосування апарату штучного інтелекту, що спирається на нейронні мережі, уможливорює істотно розширити область застосування методів математичного моделювання. Тут математична модель виступає в якості супервізора штучної нейронної мережі, підмінюючи натурні експерименти, які досить часто, є не тільки коштовними, а й не завжди фізично здійсненними.

5. Застосування штучних нейронних мереж для аналізу складних електромеханічних систем ще раз показало нерозривний зв'язок енергії електричного поля з енергією механічного і, навпаки. Це підтверджує використану в статті теорію щодо доцільності побудови математичних моделей складних систем, які складаються з підсистем різної природи, виходячи з варіаційних принципів, зокрема, інтегрального варіаційного принципу Гамільтона — Остроградського.

### Література

1. *Кватер Т.* Нейронні інформаційні технології контролю та діагностика динамічних об'єктів в умовах невизначеності / Т. Кватер. — Львів: В-во Т. Сороки. — 2005. — 268 с.

2. *Милях А.Н., Шидловский А.К.* Принцип взаимности и обратимости явлений в электротехнике. — К.: Наук. думка, 1967. — 316 с.

3. *Уайт Д., Вудсон Г.* Электромеханическое преобразование энергии. — М.—Л.: Энергия, 1964. — 528 с.

4. *Чабан А.* Застосування інтегрального варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського для одержання рівнянь крутильних коливань вала // *Машинознавство.* — 2005. — №9 (99). — С. 10—14.

5. *Чабан А.* Математичне моделювання коливних процесів в електромеханічних системах. — Львів: В-во Т. Сороки, Видання друге, випр. і доп., 2008. — 328 с.

6. *Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H.* Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications. — London: Springer Verlag, 1998. — 543 s.

7. *Tchaban A, Krzyzak St., Goshko St.* Mathematical model of the electrical charge node with a compensation battery // *Технічні вісті.* — 2008. — №1(27), 2 (28). — С. 8—10.

Отримана 22.05.09

*A. Tchaban<sup>1,2</sup>, S. Krygak<sup>3</sup>, M. Hoshko<sup>2</sup>*

**Electromechanics transformation of energy in multimachine systems with asynchronous electrodrives**

<sup>1</sup>National University "Lvivska Politehnika", Lviv, Ukraine;

<sup>2</sup>Lvov National Agrarian University, Lviv, Ukraine;

<sup>3</sup>Higher School of Informatics and Management in Peremishl, Peremyshl, Poland

*Based on integral variational principle of Hamilton-Ostrogradskii for nekonservatyvnyh dysypatyvnyh systems are analyzed physical principles of electromechanical energy conversion in complex elektromashynnyh systems, elements of which are asynchronous electric. In support of the developed theory using artificial neural networks. Results of computer simulation.*

21 01 01 003

## XVI INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS

May 24 — 28, 2010  
Riga, Latvia

The present Conference follows the previous meetings in this series held in Riga from 1965 to 2008. The XVI International Conference intends to keep the customary themes of discussion. Traditionally on the Riga conferences, the number of participants is approximately 250 from many countries. So, the conference offers a good opportunity to meet colleagues from all over the world. The meeting history is available on the Conference website.

### CONFERENCE SCIENTIFIC SECRETARY:

**Dr. K. Cirule, Institute of Polymer Mechanics,  
University of Latvia**

23 Aizkraukles St., Riga, LV 1006, Latvia

phone: +371-67543121,

mob. phone: +371-29662710,

fax: +371-67820467;

e-mail: [cirule@pmi.lv](mailto:cirule@pmi.lv)

<http://www.pmi.lv/html/ConfInf.htm>.