

УДК 539.3:620.198

В. Шевчук

Ст. наук. співр., канд. фіз.-мат. наук

О. Гавриць

Канд. фіз.-мат. наук

П. Шевчук

Ст. наук. співр., канд. фіз.-мат. наук

Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
м. Львів

НЕЛІНІЙНА КРАЙОВА ЗАДАЧА РАДІАЦІЙНО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ ТІЛ З БАГАТОШАРОВИМИ ПОКРИТТЯМИ

Отримано узагальнені нелінійні граничні умови опису процесу радіаційно-конвективного теплообміну елементів конструкції з робочим середовищем через тонке високотемпературне багатошарове покриття. Подано розрахункові варіанти узагальнених граничних умов для плоскої основи з багатошаровим покриттям. Сформульовано відповідну нелінійну крайову задачу теплопровідності.

багатошарове покриття, радіаційно-конвективний теплообмін, операторний метод, узагальнені нелінійні граничні умови

Однією з актуальних проблем сучасного машинобудування є забезпечення потрібної довговічності й робочої здатності елементів конструкцій і деталей машин, які функціонують в агресивних середовищах, підвищених рівнях температур і механічних навантажень. На практиці для розв'язання цієї проблеми (як один зі способів) використовують одно- та багатошарові покриття.

Широке розповсюдження технології високотемпературного напилення викликає потребу в розробленні й удосконаленні, поряд з експериментальними, методів теоретичного дослідження і розрахунку раціональних режимів нанесення багатошарових покриттів. Якість напилених шарів, міжшарова адгезія і міцність зчеплення багатошарового покриття з основою здебільшого визначаються розподілом температури в системі основа-покриття. Температурне поле в момент утворення суцільних шарів напиленого покриття є одним з головних чинників, що впливає на формування залишкових напружень і деформацій у таких системах. При цьому режими нагрівання й охолодження здійснюються при високих температурах, коли істотну роль у теплообмінних процесах відіграють випромінювання, вимушена і вільна конвекція.

Процес високотемпературного нанесення покриття розділяється на певні технологічні етапи [2]: підготовка поверхні, безпосереднє нанесення покриття, подальша термообробка виробу з покриттям. Формування покриття відбувається при складних, різноманітних і взаємозв'язаних явищах. На кожному з характерних етапів, для теоретичного визначення розподілу температури, слід сформулювати й розв'язувати відповідні задачі теплопровідності, які є істотно нелінійними. Тому для їх розв'язування застосовують наближені числові методи.

Деякими авторами запропоновані різні підходи [3, 4, 10, 16, 17], які дають можливість брати до уваги малість товщини покриття відносно товщини основи при розрахунку температури в системі тіло – покриття. Одним з ефективних способів врахування малості товщини покриття є моделювання впливу покриття спеціальними граничними умовами [1, 2, 5, 8, 9, 11, 13-15, 18]. Підхід ґрунтується на моделюванні покриттів фізичними поверхнями з відповідними теплофізичними характеристиками. Він дає змогу зводити розв'язування крайової задачі математичної фізики для неоднорідного тіла до однорідного, але з узагальненою межею, вздовж якої параметри

вже однорідного тіла повинні задовольняти певні ускладнені нелінійні граничні умови, що враховують вплив тонких багат шарових покриттів на процес радіаційно-конвективного теплообміну з робочим середовищем.

У цій статті, на підставі розроблених авторами модельних підходів [2, 13, 14, 18], побудовано узагальнені нелінійні граничні умови радіаційно-конвективного теплообміну основи (підкладки) з робочим середовищем через багат шарове високотемпературне покриття. Отримані співвідношення відповідають третьому характерному етапу виготовлення виробів з багат шаровими покриттями [2] і будуть використані при побудові математичної моделі термомеханічних процесів при високотемпературному нанесенні багат шарових покриттів для дослідження й розрахунку температурних полів, залишкових напружень і деформацій у таких системах з метою теоретичного прогнозування і покращання експлуатаційних параметрів конструкційних елементів з покриттями.

Постановка проблеми. Досліджуваний об'єкт — тіло з нанесеним способом високотемпературного наплення

багат шаровим покриттям товщиною $d = \sum_{i=1}^n d_i$. Шари

покриття сформовані з різних ортотропних матеріалів. Багат шарове покриття розглядається як тонка оболонка, віднесена до змішаної системи координат a, b, g , які є лініями головних кривин поверхні поділу основа-покриття S і нормаллю до неї (рис. 1).

Рівняння теплопровідності для i -го шару подамо так [7, 12]:

$$I_i^g \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial g^2} + 2k_i \frac{\partial T_i}{\partial g} \right) + \Delta_i T_i = w_i \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{A_i B_i} \left[I_i^a \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{B_i}{A_i} \frac{\partial}{\partial a} \right) + I_i^b \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{A_i}{B_i} \frac{\partial}{\partial b} \right) \right],$$

$$k_i = \frac{k_{1i} + k_{2i}}{2}, \quad i = 1, \dots, n$$

при початкових умовах

$$T_i = T_{i0}(a, b, g) \quad \text{при } t = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

На поверхнях контакту між шарами покриття і покриття з основою існують умови ідеальної теплової взаємодії:

$$T_i = T_{i-1}, \quad I_i^g \frac{\partial T_i}{\partial g} = I_{i-1}^g \frac{\partial T_{i-1}}{\partial g},$$

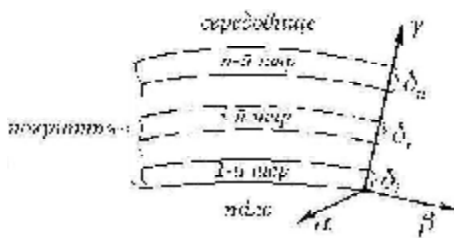


Рис. 1

$$\text{при } g = g_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} d_j, \quad i = 2, \dots, n;$$

$$T_1 = T_{II}, \quad I_1^g \frac{\partial T_1}{\partial g} = I_{II}^g \frac{\partial T_{II}}{\partial g} \quad \text{при } g = g_0 = 0, \quad (3)$$

а на межі покриття-середовище відбувається радіаційно-конвективний теплообмін:

$$I_n^g \frac{\partial T_n}{\partial g} = c(T_c - T_n) + eS_0(e_c T_c^4 - T_n^4) \quad \text{при } g = g_n = d. \quad (4)$$

Тут t — час; T_i, T_{II}, T_c — абсолютні температури i -го шару покриття, підкладки (основи) і робочого середовища відповідно; A_i, B_i — коефіцієнти першої фундаментальної квадратичної форми поверхні поділу i -го та $i-1$ -го шарів ($i = 2, \dots, n$) та поверхні поділу основа – багат шарове покриття ($i = 1$); k_{1i}, k_{2i} — кривини координатних ліній; d_i — товщина i -го шару; I_i^a, I_i^b, I_i^g, w_i — коефіцієнти теплопровідності вздовж напрямів a, b, g і об'ємні теплоємності; S_0 — стала Стефана-Больцмана; c — коефіцієнт теплообміну між поверхнею покриття і робочим середовищем; e, e_c — ступені чорноти зовнішньої поверхні покриття і робочого середовища.

Індексами i, II та C позначено величини, що стосуються i -го шару покриття, підкладки та робочого середовища.

Узагальнені нелінійні граничні умови. Замість температури T_i вводиться заміна [7, 18]

$$q_i = \exp(k_i g) T_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Для визначення q_i отримаємо рівняння

$$p_i^2 q_i + \frac{\partial^2 q_i}{\partial g^2} = 0, \quad g \in (g_{i-1}, g_i), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$p_i^2 = \frac{1}{I_i^g} \Delta_i - \frac{w_i}{I_i^g} \frac{\partial}{\partial t} - k_i^2 \quad (6)$$

з початковою умовою

$$q_i = \exp(k_i g) T_{i0}, \quad \text{при } t = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

та умовами ідеального теплового контакту:

$$q_i = \exp[(k_i - k_{i-1}) g_{i-1}] q_{i-1}, \quad (8)$$

$$I_i^g \left(\frac{\partial q_i}{\partial g} - k_i q_i \right) = \exp[(k_i - k_{i-1}) g_{i-1}] \times \\ \times I_{i-1}^g \left(\frac{\partial q_{i-1}}{\partial g} - k_{i-1} q_{i-1} \right) \quad \text{при } g_i = g_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n; \quad (9)$$

$$q_1 = T_{II}, \quad I_1^g \left(\frac{\partial q_1}{\partial g} - k_1 q_1 \right) = I_{II}^g \frac{\partial T_{II}}{\partial g} \quad \text{при } g = g_0. \quad (10)$$

Гранична умова (4) матиме такий вигляд:

$$I_n^g \left(\frac{\partial q_n}{\partial g} - k_n q_n \right) = c \left[\exp(k_n g_n) T_c - q_n \right] +$$

$$+ e s_0 \left[\exp(k_n g_n) e_c T_c^4 - \exp(-3k_n g_n) q_n^4 \right] \text{ при } g = g_n. \quad (11)$$

Введемо позначення для температур та їхніх похідних на межах поділу суміжних шарів покриттів:

$$q_i^+ = \lim_{g \rightarrow g_i^-} q_i, \quad \left(\frac{\partial q_i}{\partial g} \right)^+ = \lim_{g \rightarrow g_i^-} \left(\frac{\partial q_i}{\partial g} \right),$$

$$q_i^- = \lim_{g \rightarrow g_i^+} q_i, \quad \left(\frac{\partial q_i}{\partial g} \right)^- = \lim_{g \rightarrow g_i^+} \left(\frac{\partial q_i}{\partial g} \right).$$

Використовуючи операторний метод [6, 7], загальний розв'язок рівняння (6) подамо як розв'язок звичайного диференціального рівняння

$$q_i = \frac{q_i^- \sin[p_i(g_i - g)] + q_i^+ \sin[p_i(g - g_{i-1})]}{\sin(p_i d_i)}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (12)$$

Підставляючи (12) в умови (8) — (10), отримаємо такі рекурсивні співвідношення для температур та їхніх похідних на поверхнях поділу шарів покриття:

$$q_i^0 = D_i q_i^0, \quad q_i^0 = D_i q_{i-1}^0, \quad i = 2, \dots, n; \quad (13)$$

$$\text{де } q_i^0 = \left[q_i^+, \left(\frac{\partial q_i}{\partial g} \right)^+ \right]^{tran}, \quad i = 1, \dots, n;$$

$$T_{II}^0 = \left[T_{II|g=0}, \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial g} \right)_{g=0} \right]^{tran},$$

$$D_i = \exp[(k_i - k_{i-1})g_{i-1}] \begin{bmatrix} d_i^{11} & d_i^{12} \\ d_i^{21} & d_i^{22} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n;$$

$$d_i^{11} = \cos(p_i d_i) + \left(k_i - \frac{I_{i-1}^g}{I_i^g} k_{i-1} \right) \frac{\sin(p_i d_i)}{p_i},$$

$$d_i^{12} = \frac{I_{i-1}^g \sin(p_i d_i)}{I_i^g p_i},$$

$$d_i^{21} = -p_i \sin(p_i d_i) + \left(k_i - \frac{I_{i-1}^g}{I_i^g} k_{i-1} \right) \cos(p_i d_i),$$

$$d_i^{22} = \frac{I_{i-1}^g}{I_i^g} \cos(p_i d_i), \quad k_0 = 0; \quad I_0^g = I_{II}^g.$$

Подання для температури та її похідної через значення температури та її похідної на поверхні поділу покриття з основою має вигляд

$$q_i^0 = F_i T_{II}^0, \quad i = 1, \dots, n; \quad (14)$$

де

$$F_i = \begin{bmatrix} f_i^{11} & f_i^{12} \\ f_i^{21} & f_i^{22} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Тоді з (13) і (14) отримаємо такі рекурентні співвідношення:

$$F_i = D_i; \quad F_i = D_i F_{i-1}; \quad i = 2, \dots, n. \quad (16)$$

Підставляючи (14) при $i = n$ в умову радіаційно-конвективного теплообміну (11), отримаємо на поверхні поділу покриття – основа S

$$a_{n1} T_{II} + a_{n2} \frac{\partial T_{II}}{\partial g} + e s_0 \exp(-4k_n g_n) \sum_{m=0}^4 C_4^m (f_n^{11})^{4-m} (f_n^{12})^m T_{II}^{4-m} \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial g} \right)^m = c T_c + e e_c s_0 T_c^4, \quad (17)$$

де коефіцієнти $a_n = [a_{n1}, a_{n2}]$ визначаються співвідношеннями

$$a_n = a_0 F_n, \quad a_0 = \left[\left(c - I_n^g k_n \right) e^{-k_n g_n}, I_n^g e^{-k_n g_n} \right], \quad (18)$$

$$\text{а } C_4^m = \frac{4!}{m!(4-m)!} - \text{біноміальні коефіцієнти.}$$

Початкова умова (7) задовольняється інтегрально:

$$\sum_{i=1}^n \int_{g_{i-1}}^{g_i} \exp(-k_i g) q_i dg = \sum_{i=1}^n \int_{g_{i-1}}^{g_i} T_{i0} dg, \quad \text{при } t = 0. \quad (19)$$

Підстановка (12) у (19) дає

$$\sum_{i=1}^n \frac{(q_i q_{i-1}^+ |_{t=0} + r_i q_i^+ |_{t=0})}{(k_i^2 + p_i^2) \sin(p_i d_i)} = dt_0, \quad (20)$$

$$\text{де } t_0 = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^n \int_{g_{i-1}}^{g_i} T_{i0} dg,$$

$$q_i = \exp(-k_i g_{i-1}) (p_i \exp(-k_i d_i) + k_i \sin(p_i d_i) - p_i \cos(p_i d_i)),$$

$$r_i = \exp(-k_i g_i) (p_i \exp(k_i d_i) - k_i \sin(p_i d_i) - p_i \cos(p_i d_i)),$$

а $q_0^+ = q_1^- = T_I$ є додатковим допоміжним позначенням.

Підставляючи з (14) вираз для $q_i^+ = f_i^{11} T_{II} + f_i^{12} \frac{\partial T_{II}}{\partial g}$

в (20), остаточно отримуємо

$$a_{t1} T_{II}|_{t=0} + a_{t2} \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial g} \right)_{t=0} = dt_0 \quad \text{на } S, \quad (21)$$

де

$$[a_{t1}, a_{t2}]^{\text{tran}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(k_i^2 + p_i^2) \sin(p_i d_i)} \begin{bmatrix} f_{i-1}^{11} & f_i^{11} \\ f_{i-1}^{12} & f_i^{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i \\ r_i \end{bmatrix},$$

а f_i^{11}, f_i^{12} є елементами матриці (15) для $i=1, \dots, n$ та $f_0^{11}=1, f_0^{12}=0$.

Оскільки співвідношення (17), (21) пов'язують граничні значення T_{II} та її похідної $\frac{\partial T_{II}}{\partial g}$ у підкладці зі

значенням температури T_C у середовищі, то їх можна трактувати як узагальнені граничні умови для визначення температури в тілі, які враховують вплив багат шарового покриття на протікання процесу теплопереносу.

Якщо радіаційний теплообмін не враховувати, з (17) можна отримати узагальнені граничні умови конвективного теплообміну основи з середовищем через багат шарові покриття, наведені в [13, 18].

Розрахункові варіанти узагальнених нелінійних граничних умов. З метою ілюстрації вигляду граничних умов (17), (21) для практично важливих випадків розглянемо процес радіаційно-конвективного теплообміну плоскої основи з робочим середовищем через плоске багат шарове покриття ($k_i=0, i=1, \dots, n$).

Для достатньо тонких покриттів умови (17), (21) можна істотно спростити, розкладаючи в ряд за степенями малих товщин d_i відповідні доданки та нехтуючи членами, які містять $d_k^m d_i^s$ при $m+s > 2$.

Такі узагальнені граничні умови матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} & [c(Q_1 - Q_2) + H Q_1] T_{II} - I_{II}^g \left(1 + \frac{c}{H} - Q_2 \right) \frac{\partial T_{II}}{\partial g} + \\ & + c(T_C - T_{II}) - \epsilon S_0 \left[\sum_{m=0}^4 C_4^m (1 - (4-m)(Q_1 - Q_2)) \times \right. \\ & \left. \times (I_{II}^g H^{-1})^m T_{II}^{4-m} \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial g} \right)^m - \epsilon_C T_C^4 \right] = 0, \quad (22) \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n d_i T_{II}|_{t=0} + \sum_{i=1}^n d_i H_{i-1/2}^{-1} I_{II}^g \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial g} \right)_{t=0} = d t_0, \quad (23)$$

$$\text{де } Q_1 = H^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \mathbb{K}_i - \Omega \frac{\partial}{\partial t} \right),$$

$$Q_2 = \sum_{i=1}^n H_{i-1/2}^{-1} \left(\mathbb{K}_i - \Omega_i \frac{\partial}{\partial t} \right).$$

Тут введені такі позначення:

$$\mathbb{K}_i = \frac{1}{A_i B_i} \left[\Lambda_i^a \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{B_i}{A_i} \frac{\partial}{\partial a} \right) + \Lambda_i^b \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{A_i}{B_i} \frac{\partial}{\partial b} \right) \right];$$

$\Lambda_i^l = I_i^l d_i$ – зведена теплопровідність i -го шару в напрямі l ($l = a, b$); $\Omega_i = w_i d_i$; $h_i = I_i^g / d_i$ — зведені теплоєм-

ність і теплопроникливість i -го шару; $\Omega = \sum_{i=1}^n \Omega_i$;

$H^{-1} = \sum_{i=1}^n h_i^{-1}$ – зведені теплоємність і термічний опір

усього покриття; $H_{i-1/2}^{-1} = \sum_{j=1}^{i-1} h_j^{-1} + (2h_i)^{-1}$.

Якщо ж у (17), (21) обмежитись лише лінійними членами, отримасмо

$$\begin{aligned} & H Q_1 T_{II} - I_{II}^g \left(1 + \frac{c}{H} \right) \frac{\partial T_{II}}{\partial g} + c(T_C - T_{II}) - \\ & - \epsilon S_0 \left[\sum_{m=0}^4 C_4^m (I_{II}^g H^{-1})^m T_{II}^{4-m} \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial g} \right)^m - \epsilon_C T_C^4 \right] = 0, \quad (24) \\ & T_{II}|_{t=0} = t_0 \text{ на } S. \quad (25) \end{aligned}$$

Постановка нелінійної крайової задачі теплопровідності. Отже, для визначення розподілу температури в системі тіло – багат шарове покриття на третьому характерному технологічному етапі [2] (охолодження, нагрівання, термоцилювання) слід формулювати відповідну нелінійну крайову задачу теплопровідності, яка включатиме в себе:

1. Рівняння теплопровідності в основі, вигляд якого конкретизується в залежності від геометрії підкладки.

2. Початковий розподіл температури в основі, який відповідає моменту початку кристалізації покриття з одночасним виникненням в останньому залишкових напружень і деформацій.

3. Узагальнені нелінійні граничні умови (17), (21) опису радіаційно-конвективної взаємодії підкладки з робочим середовищем через багат шарове покриття, які для випадку плоскої основи мають вигляд (22), (23) чи (24), (25).

4. Відповідні граничні умови теплової взаємодії вільної поверхні основи з робочим середовищем.

Висновок. З використанням операторного методу отримано узагальнену нелінійну граничну умову радіаційно-конвективної взаємодії основи з робочим середовищем через багат шарове тонке покриття. Подано розрахункові варіанти таких граничних умов для випадку плоскої системи підкладка – багат шарове покриття. Сформульовано відповідну нелінійну крайову задачу теплопровідності для визначення температурного поля в системі тіло – покриття.

Отримані результати мають прикладне значення і в подальшому будуть використані для розрахунку й дослідження залишкового термонапруженого стану елементів конструкцій, деталей машин та обладнання з багат шаровими покриттями, що функціонують у різноманітних умовах експлуатації (підвищені температурні та механічні навантаження, агресивні середовища тощо).

Література

1. *Аттетков А.В., Власов П.А., Волков И.К.* Температурное поле полупространства с термически тонким покрытием в импульсных режимах теплообмена с внешней средой // Инж.-физ. журн. – 2001. – **74**, № 3. – С. 81-86.
2. *Гавриш А.П., Шевчук П.Р.* Математическое моделирование процессов при высокотемпературном напылении покрытий // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1991. – Вып. 33. – С. 69-73.
3. *Дяконюк Л.М., Муха І.С., Савула Я.Г.* Моделювання і дослідження тепломасоперенесення у багат шарових середовищах з тонкими включеннями // Доп. НАН України. – 1998. – №7. – С. 101-107.
4. *Евдокимов Д.В., Ивасишина Д.Н., Кочубей А.А., Поляков Н.В.* Анализ теплопроводности в неасимптотически тонком слое // Диференціальні рівняння та їх застосування. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2006. – С. 141-156.
5. *Комаров Г.М.* Умови спряження через термічно тонкий шар в задачах теплопровідності // Доп. НАН України. – 1996. – №12. – С. 26-31.
6. *Подстригач Я.С.* Вибрані праці. – К.: Наук. думка, 1995. – 460 с.
7. *Подстригач Я.С., Швець Р.М.* Термоупругость тонких оболочек. Киев: Наукова думка, 1978. – 344 с.
8. *Подстригач Я.С., Шевчук П.Р.* Температурные поля и напряжения в телах с тонкими покрытиями // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1967. – Вып. 7. – С. 227- 233.
9. *Равин В.С.* Об эффективных граничных условиях в задачах стационарной теплопроводности // Инж.-физ. журн. – 1967. – **13**. – №4. – С. 540-541.
10. *Савула Я.Г.* Математична модель теплоперенесення через тривимірне тіло з тонким покриттям // Вісник Львівського університету. Сер. мех.-мат. – 1995. – Вып. 42. – С. 3-7.
11. *Флейшман Н.П.* Математичні моделі теплового спряження середовищ із тонкими чужорідними

прошарками або покриттями // Вісник Львівського університету. Сер. мех.-мат. – 1993. – Вып. 39. – С. 30-34.

12. *Чернуха Ю.А.* Задача теплопроводности для облучаемых многослойных оболочек // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1975. – Вып. 1. – С. 104-109.

13. *Шевчук В.А.* Обобщенные граничные условия теплообмена тела со средой через многослойное тонкое покрытие // Мат методы и физ.-мех. поля. – 1995. – Вып. 38. – С. 116-121.

14. *Шевчук П.Р., Гавриш О.П.* Розрахунок залишкових деформацій у покриттях, нанесених способом високо-температурного напылення на плоскі поверхні // Мат методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – **46**, № 1. – С. 105-113.

15. *Al Nimr M., Alkam M.K.* A generalized boundary condition // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1997. – **33**, No 1-2. – P. 157-161.

16. *Elperin T. Rudin G.* Analytical solution of heat conduction problem for a multilayer assembly arising in photothermal reliability testing // Int. Communication in Heat and Mass Transfer. – 1994. – **21**, No1. – P. 95-104.

17. *Savula Ya.H., Dyyak I.I., Krevs V.V.* Heterogeneous mathematical problem in numerical analysis of structures // Computer and Mathematics with Applications. – 2001. – **42**, P. 1201-1216.

18. *Shevchuk V.A.* Calculation of thermal state of bodies with multilayer coatings // Lecture Notes in Computer Sciences. – 2002. – P. 500-509.

Отримана 12.02.10

V. Shevchuk, O. Havrys, P. Shevchuk

Nonlinear boundary value problem of radiative-convective heat exchange of bodies with multilayer coatings

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv

Generalized nonlinear boundary conditions for description of the process of radiative-convective heat exchange of construction elements with working environment via a thin high-temperature multilayer coating have been obtained. Calculation variants of generalized boundary conditions for a plane substrate with multilayer coatings have been presented. The appropriate nonlinear boundary value problem has been formulated.

21 01 01 003y

5th MPA Meeting (International Meeting on Developments in Materials, Processes and Applications of Emerging Technologies)

Alvor, Portugal, 27-29 June 2011

<http://www.mpa-meeting.com/>

Topics include:

1. Commercialisation of Nanotechnology
2. Surface Science, Engineering & Technology
3. Materials for Energy Applications
4. Applied Bio-Nanotechnology
5. Carbon Nanotubes/Wires/Rods & their Applications
6. Advanced Nanometrology and Nanomanufacturing