

**П. Носко**

Професор, д-р техн. наук

**В. Шишов**

Професор, д-р техн. наук

**І. Ткач**

Аспірантка

Східноукраїнський національний  
університет імені Володимира Даля,  
м. Луганськ

УДК 621.833

## НАПІВОБКАТНІ ЦИЛІНДРИЧНІ ПРЯМОЗУБІ ПЕРЕДАЧІ З ПРЯМОБІЧНИМИ ЗУБЦЯМИ

*Наведені основи геометрії прямозубих передач, у яких одне з коліс має  
прямолінійні профілі зубців.*

**напівобкатна циліндрична передача, профіль зубця, вихідний контур**

Циліндричні зубчасті передачі набули широкого поширення у приводах машин. Навантажувальна здатність цих передач певною мірою визначає працездатність машин у цілому. Тому вдосконалювання зубчастих приводів є актуальним завданням.

Одним зі шляхів удосконалювання є синтез геометрії зубців коліс за заданими якісними показниками працездатності [1]. Це завдання нерозривно пов'язане з проблемою багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [2].

Розв'язанню задачі синтезу геометрії передач присвячена низка праць українських [3] і закордонних [4 — 6] учених. На працездатність передач істотний вплив мають похибки виготовлення та монтажу [1]. Однак оцінювання впливу точності передач на працездатність у працях [3 — 6] не проводилась. Питанням точності циліндричних передач присвячені праці [7, 8], однак у них розглянуті тільки передачі Новікова.

Проте з перелічених праць випливає, що зниження чутливості зубчастих передач до похибок виготовлення й монтажу впливає на їхню працездатність і є важливим завданням у дослідженні геометрії зубців.

Одним зі шляхів розв'язання такого завдання є застосування зубчастих передач, одне з коліс яких має прямолінійні профілі зубців. Очевидно, що це спрямовано на підвищення технічного рівня зубчастих приводів і машин у цілому.

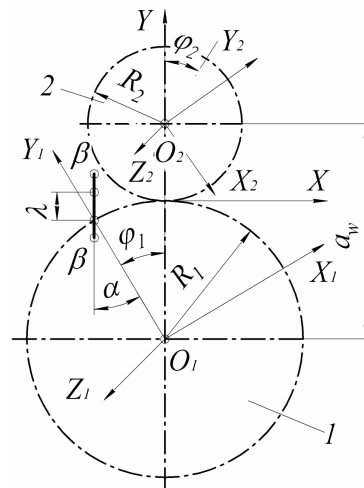


Рис. 1. Схема зачеплення коліс

Метою статті є дослідження внутрішньої геометрії напівобкатаної передачі з прямобічними зубцями, а також одержання залежностей, що визначають вихідний контур різального інструмента.

Розглянемо зачеплення прямозубих зубчастих коліс, одне з яких має прямобічні профілі зубців (рис. 1), а профілі зубців другого колеса є огинаючими профілів першого.

На рисунку введені такі позначення:

- $X_1Y_1Z_1$  — рухома система координат, пов'язана з колесом 1;
- $X_2Y_2Z_2$  — рухома система координат, пов'язана з колесом 2;
- $XYZ$  — нерухома система координат;
- $\beta - \beta$  — прямолінійний профіль зубців колеса 1;
- $\varphi_1, \varphi_2$  — кути повороту коліс 1 і 2.

У системі координат  $X_1Y_1Z_1$  рівняння поверхні зубців колеса матиме вигляд (див. рис. 1):

$$\begin{aligned} X_1 &= \lambda \sin \alpha; \\ Y_1 &= \lambda \cos \alpha + R_1; \\ Z_1 &= \mu, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\lambda, \mu$  — змінні параметри;  $\alpha$  — кут між віссю  $O_1X_1$  та прямою  $\beta - \beta$ ;  $R_1$  — радіус початкового кола колеса 1.

Поверхні зубців колеса 2 будуть огинаючими поверхні (1). Для визначення рівняння цієї поверхні скористаємося кінематичним методом [9], відповідно до якого рівняння зачеплення має вигляд

$$\bar{e}_1 \cdot \bar{V}^{12} = 0, \quad (2)$$

де  $\bar{e}_1$  — орт нормалі до поверхні (1);  $\bar{V}^{12}$  — відносна швидкість у зачепленні.

Орт нормалі має значення

$$\bar{e}_1 = \left[ \bar{r}_1^\lambda \times \bar{r}_1^\mu \right]. \quad (3)$$

Тут  $\bar{r}_1^\lambda \times \bar{r}_1^\mu$  — похідні вектора з координатами (1) за  $\lambda$  та  $\mu$ . Ці похідні дорівнюють:

$$\begin{aligned} r_{1X}^\lambda &= \sin \alpha, \quad r_{1X}^\mu = 0; \\ r_{1Y}^\lambda &= \cos \alpha, \quad r_{1Y}^\mu = 0; \\ r_{1Z}^\lambda &= 0, \quad r_{1Z}^\mu = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

З (3) і (4) одержуємо:

$$e_{1X} = \cos \alpha, \quad e_{1Y} = -\sin \alpha, \quad e_{1Z} = 0. \quad (5)$$

Проекції вектора відносної швидкості в системі координат  $X_1Y_1Z_1$  дорівнюють [9]:

$$\begin{aligned} V_{X1}^{12} &= -[Y_1U + (Y_1 - a_W \cos \varphi_1)]; \\ V_{Y1}^{12} &= X_1U + X_1 - a_W \sin \varphi_1; \\ V_{Z1} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $a_W$  — міжосьова відстань;  $U$  — передатне число.

Тоді з (2), (5) і (6) рівняння зачеплення матиме вигляд

$$\lambda = R_1 [\cos(\alpha - \varphi_1) - \cos \alpha]. \quad (7)$$

У нерухомій системі координат  $XYZ$  координати поверхні (1) визначаються так [9]:

$$X = \lambda \sin(\alpha - \varphi_1) - R_1 \sin \varphi_1;$$

$$Y = \lambda \cos(\alpha - \varphi_1) + R_1 (\cos \varphi_1 - 1); \quad (8)$$

$$Z = \mu.$$

Рівняння (7) і (8) визначають поверхню зачеплення, а перші два рівняння (8) — лінію зачеплення в торцевій площині коліс, що зачіпляються.

У системі координат  $X_2Y_2Z_2$  координати поверхні (1) дорівнюють:

$$\begin{aligned} X_2 &= \lambda \sin \alpha \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - (\lambda \cos \alpha + R_1) \times \\ &\quad \times \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + a_W \sin \varphi_2; \\ Y_2 &= \lambda \sin \alpha \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + (\lambda \cos \alpha + R_1) \times \\ &\quad \times \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - a_W \cos \varphi_2; \\ Z_2 &= \mu, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $a_W = R_1 + R_2$ ;  $\varphi_2 = \varphi_1 \frac{R_1}{R_2}$ ;  $R_2$  — радіус початкового циліндра колеса 2.

У нерухомій системі  $XYZ$  координати (9) будуть такими [9]:

$$\begin{aligned} X &= X_2 \cos \varphi_2 - Y_2 \sin \varphi_2; \\ Y &= X_2 \sin \varphi_2 + Y_2 \cos \varphi_2 + R_2; \\ Z &= \mu. \end{aligned} \quad (10)$$

Якщо в (10) прийняти  $R_2 \rightarrow \infty$ , то, з урахуванням (10), одержуємо рівняння поверхні зубців рейки в нерухомій системі координат  $XYZ$ :

$$\begin{aligned} X^* &= \lambda \sin \alpha \cos \varphi_1 - (\lambda \cos \alpha + R_1) \sin \varphi_1 + R_1 \varphi_2; \\ Y^* &= \lambda \sin \alpha \sin \varphi_1 + (\lambda \cos \alpha + R_1) \cos \varphi_1 - R_1; \end{aligned} \quad (11)$$

Рівняння торцевого перерізу рейки визначають перші дві залежності (10) і співвідношення (7). Ці рівняння є рівняннями профілю вихідного контуру для профілювання зубців коліс 1 і 2. З (11) і (7) випливає, що геометрія вихідного контуру залежить від радіуса початкового циліндра колеса з прямобічними зубцями та кута  $\alpha$ .

Підставивши в (11) значення  $\lambda$  зі співвідношення (7), одержуємо рівняння профілю вихідного контуру в позначеннях, прийнятих у [3]:

$$\begin{aligned} f_1 &= R_1 \left[ 2 \sin \left( \alpha - \frac{\varphi_1}{2} \right) \sin \frac{\varphi_1}{2} \cos(\alpha - \varphi_1) + \cos \varphi_1 - 1 \right]; \\ f_2 &= R_1 \left[ 2 \sin \left( \alpha - \frac{\varphi_1}{2} \right) \sin \frac{\varphi_1}{2} \sin(\alpha - \varphi_1) - \sin \varphi_1 + \varphi_1 \right], \end{aligned}$$

де  $f_1$  — відстань точки профілю вихідного контуру до початкової прямої;  $f_2$  — координата точки профілю вихідного контуру в напрямі початкової прямої.

Використовуючи рекомендації [3], можна визначити геометро-кінематичні критерії працездатності розглянутих передач.

**Висновки.** 1. Наведено геометричні співвідношення між параметрами у прямозубих передачах, одне з коліс яких містить зубці з прямолінійними профілями.

2. Одержано рівняння профілю вихідного контуру для профілювання зубців коліс, одне з яких має прямобічні зубці.

### Література

1. *Кудрявцев В.Н.* Детали машин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. – 464 с.

2. *Кіндрацький Б., Сулим Г.* Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. — 2002. — №10 (64). — С.26–40.

3. *Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В.* Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля. 2006. – 408 с.

4. *Гавриленко В.А.* Задачи синтеза зацеплений и передач // VII Всес. совещан. по основным проблемам теории механизмов и машин. – Тбилиси, 1974. – С. 54–58.

5. *Вулгаков Э.Б.* Общий случай синтеза эвольвентного зацепления // Исследование механических передач приводов агрегатов: Труды Рижского института гражданской авиации. – 1970. – вып. 148. – С. 55–68.

6. *Lebeck, Alan O.* Synthesis of Tooth Profiles and Gears for Increased Load Capacity Based Upon Hertz Surface Pressure Considering Contact Radio and Bending Strength. Unpublished Ph. D. dissertation, University of Illinois, Urbana, Illinois, 1968.

7. *Грибанов В.М.* Теоретические основы точности и разработка допусков зубчатых передач с зацеплением Новикова: Дисс... д-ра техн. наук: 05.02.02. – М., 1989. – 410 с.

8. *Грибанов В.М.* Влияние погрешности изготовления и монтажа на качественные показатели работоспособности передач зацеплением // Повышение технического уровня зубчатых передач энергонасыщенных тракторов: Тез. докл. обл. науч.-техн. совещ. – Харьков. – 1982. – С. 13-20.

9. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.

Отримана 23.10.10

*P. Nosko, V. Shyshov, I. Tkach*

**Cylindrical gearing with plate tooth flank**

*East Ukrainian National University of Vladimir Dal,  
Lugansk*

*These fundamentals spur gear geometry in which one of the wheels has a straight profile teeth.*

---

## Дисертация

EUROMECH Colloquium 511

### BIOMECHANICS OF HUMAN MOTION. NEW FRONTIERS OF MULTIBODY, TECHNIQUES FOR CLINICAL APPLICATIONS

Azores, Portugal, March 9-12 2011

<http://www.dem.ist.utl.pt/euromech511>

#### Colloquium Topics

- Biomechanical modelling
- Multibody formulations for biomechanics
- Finite element analysis in human motion
- Kinematic and kinetic data acquisition
- Optimization in biomechanics of human motion
  - Musculoskeletal modelling
    - Stability analysis
    - Motor control
- Contact mechanics in biomechanics
- Human dynamics and rehabilitation

#### Contact Us

For any information regarding the conference please send a message to the Secretariat:

Ms. Paula Jorge

IDMEC Instituto Superior Técnico

Av. Rovisco Pais 1

Portugal

Fax: +351 21 841 7915

e-mail: euromech511(at)dem.ist.utl.pt