

УДК 539.3

ВРАХУВАННЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ПРОЦЕСІВ ТЕРМІЧНОГО РОЗТРІСКУВАННЯ В БЕТОННИХ ЗРАЗКАХ ЗА ДІЇ ЛАЗЕРНОГО ОПРОМІНЕННЯ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ КРИХКОГО РУЙНУВАННЯ

І. Добрянський

Доцент, канд.техн. наук,
Львівський національний
аграрний університет,
м. Львів

Наведено схему побудови розв'язку незв'язаної задачі квазістатичної термoprужності для півбезмежного тіла за змішаних граничних умов, що піддається нагріванню в обмеженій області граничної поверхні тепловим потоком і на основі побудованого розв'язку розвинуто підхід до розрахунку параметрів терморозтріскування, який використовує критеріальні рівняння (Грифітса та МакКлінтока-Велша) механіки крихкого руйнування. Схема апробована на бетонних зразках двох типів з різною міцністю на стиск.

конвективне охолодження, температура, температурні напруження, концентровані теплові потоки, критеріальні рівняння механіки крихкого руйнування, бетон

Вступ. Вплив примусового охолодження на термонапружений стан у деформівних твердих тілах, що перебувають в умовах дії концентрованих теплових потоків, досліджено у працях [1 - 3], де встановлено умови, за яких істотно відчутний вплив охолодження. Експериментальні дослідження температурних режимів показали, що за відсутності систем примусового охолодження тепловіддача в процесі короточасного (для чисел Фур'є менше десяти) нагрівання складає менше 5% від загальної кількості тепла. Це припущення тим точніше, чим менше число Рейнольдса для повітряного потоку, яке обтікає тіло [4]. Слід відзначити, що адіабатичність вільної поверхні контактуючих тіл вносить найбільш значні спрощення в процес розв'язку теплової задачі. Для оцінки максимальної величини критерію Біо $Bi = ha / K$ при обтіканні сфери радіуса R повітрям можна скористатись даними

роботи [4]. Коефіцієнт тепловіддачі h можна знайти за критерієм Нуссельта $h = (K_b / R)Nu$, де $K_b = 0,025$ Вт/(м·К) - теплопровідність сухого повітря при температурі 20 °С. Отже, $Bi = (K_b a / KR)Nu$. При вимушеній конвенції повітря критерій Нуссельта є функцією числа Рейнольдса Re і виражається емпіричною залежністю [4]: $Nu = 2 + 0,027 Re^{0,54} + 0,312 Re^{0,58}$. Максимальне значення числа Рейнольдса, при дослідженні фізичних процесів та технічних явищ в машинобудуванні, не перевищує 10^8 . При $Re = 10^8$ з формули для числа Нуссельта знаходимо $Nu = 1,41 \cdot 10^4$. Покладаючи, що сфера виготовлена з низьколегованої сталі з середнім значенням коефіцієнта теплопровідності $K = 20$ Вт/(м·°С) і беручи до уваги, що при локальному контакті в рамках теорії Герца $a / R < 0,1$, з виразу для числа Біо отримуємо, що $Bi < 1,8$. Зауважимо, що ця оцінка отримана зі значним запасом в сторону збільшення, оскільки, по-перше

теплопровідність більшості сталей вища від прийнятої, і по-друге, як правило $Re < 10^6$.

Огляд робіт, в яких започатковано підходи до знаходження нестационарної температури і квазістатичних температурних напружень у півпросторі з неоднорідним тепловим потоком тепла, вказано у праці [5]. У цих дослідженнях припускалось, що поверхня поза ділянкою контакту теплоізолювана. Однак врахування конвективного теплообміну більш точно відображає проблему.

Постановка задачі. Розглянемо процедуру побудови розв'язку задачі квазістатичної незв'язаної термопружності для півбезмежного тіла, що нагрівається рівномірно розподіленим тепловим потоком при змішаних граничних умовах. Далі на цій основі подамо підхід до розрахунку параметрів лазерного терморозтріскування, який використовує деякі критеріальні рівняння механіки крихкого руйнування. Для цієї мети на основі визначеного нестационарного розподілу температури необхідно мати квазістатичний термонапружений стан для півбезмежного тіла, що нагрівається в круговій області граничної поверхні тепловим потоком з нормальним (гаусовим) розподілом потужності.

Виклад основного матеріалу. Для визначення нестационарного температурного поля $T(r, z, t)$ в системі в довільній точці $0 \leq r \leq \infty, 0 \leq z \leq \infty$ та момент часу $t > 0$ в припущенні, що теплофізичні властивості не залежать від температури маємо рівняння нестационарної теплопровідності, нульову початкову умову, умови зникнення на безмежності та змішану граничну умову на поверхні

$$K \frac{\partial T}{\partial z} = \begin{cases} -q, & r \leq a, z = 0, \\ hT, & r > a, z = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Точний розв'язок відповідної задачі теплопровідності при заданій умові (1) не знайдено і вирішення цієї проблеми в математичному плані є досить складним. Розглянемо побудову цієї задачі, використовуючи деякі припущення. Заміняємо умову (1) на таку:

$$K \frac{\partial T}{\partial z} = -qH(a-r) + hT \text{ при } r \geq 0, z = 0. \quad (2)$$

Суть пропонованого методу полягає в наступному. Замінімо температуру в правій частині умови (2) в області нагріву $0 \leq r \leq a$ середньою температурою в цій області у відповідності до формули

$$\theta = \frac{2}{a^2} \int_0^a T(r, 0, t) r dr. \quad (3)$$

Тоді з використанням (3) матимемо таку умову

$$K \frac{\partial T}{\partial z} = -q + h\theta \text{ при } 0 \leq r \leq a, z = 0. \quad (4)$$

Умова (4) співпадає з умовою (1) в області нагріву з точністю до деякого сталого множника λ , який слід вибрати із залежності

$$-q = \lambda(-q + h\theta). \quad (5)$$

Тоді на основі (5) матимемо

$$\lambda = \frac{1}{1 - h\theta/q} > 1. \quad (6)$$

Тому, наближений розв'язок вихідної змішаної задачі теплопровідності можна представити як

$$T(r, z, t) = \lambda T_0(r, z, t), \quad (7)$$

де $T_0(r, z, t)$ є розв'язком рівняння нестационарної теплопровідності при сформульованій граничній умові (2). Ввівши безрозмірні змінні $\rho = r/a, Z = z/a, Fo = kt/a^2, \Lambda = q_0 a/K$, запишемо крайову задачу для знаходження розподілу $T_0(r, z, t)$:

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T_0}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 T_0}{\partial Z^2} = \frac{\partial T_0}{\partial Fo}, \quad \rho \geq 0, Z \geq 0, Fo > 0; \quad (8)$$

$$T_0(r, z, 0) = 0, T_0(\infty, z, t) = T_0(r, \infty, t) = 0; \quad (9)$$

$$K \frac{\partial T_0}{\partial Z} = -\Lambda H(1-\rho) + Bi T_0 \text{ при } \rho \geq 0, Z = 0, \quad (10)$$

де для λ з (6) отримуємо $\lambda = \frac{1}{1 - Bi\theta/\Lambda} > 1$, причому згідно із залежністю (3) матимемо

$$\theta = 2 \int_0^1 T(r, 0, t) \rho d\rho. \quad (11)$$

Розв'язок сформульованої крайової задачі (8) - (10) можна побудувати з використанням інтегральних перетворень: застосування інтегрального перетворення Ганкеля за радіальною координатою ρ та інтегрального перетворення Фур'є з узагальненим тригонометричним ядром за змінною Z виду $N(Z, \zeta) = \zeta \cos(\zeta Z) + Bi \sin(\zeta Z)$ [6, 7] дає такий вираз для розв'язку вихідної крайової задачі (8) - (10):

$$T_0(r, z, t) = \Lambda \int_0^\infty \xi \varphi(\xi) \Phi_0(\xi, Z, Fo) J_0(\xi \rho) d\xi, \quad (12)$$

$$\text{де } \Phi_0(\xi, Z, Fo) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{N(Z, \zeta)}{\zeta^2 + Bi^2} \tilde{\Phi}_0(\xi, \zeta, Fo) d\zeta.$$

Таким чином, розв'язок (12) змішаної задачі теплопровідності, записаний у вигляді інтеграла Ганкеля, містить деяку невідому поки що функцію, яка в свою чергу записується як інтеграл Фур'є. Використовуючи довідкові дані при обчисленні інтегралів [8] та формулюючи відповідну задачу згідно з методикою, викладеною у працях [3, 6] отримуємо такий вираз:

$$\Phi_0(\xi, Z, Fo) = \frac{1}{2} \left[\frac{e^{-\xi Z}}{Bi + \xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Fo}} - \xi\sqrt{Fo} \right) + \right.$$

$$+ \frac{e^{\xi Z}}{Bi - \xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Fo}} + \xi\sqrt{Fo} \right) \Big] -$$

$$- \frac{Bi e^{BiZ}}{Bi^2 - \xi^2} e^{(Bi^2 - \xi^2)Fo} \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo} \right). \quad (13)$$

Стационарна температура в центрі круга нагрівання ($\rho = 0, Z = 0$) при $Fo \rightarrow \infty$ на основі співвідношень (11)-(13) визначається так:

$$T_0(0,0,\infty) = \Lambda \int_0^\infty \frac{J_1(\xi)}{Bi + \xi} d\xi = \Lambda \left\{ 1 + \frac{1}{Bi} + \frac{\pi}{2} [Y_1(Bi) - H_1(Bi)] \right\}.$$

Сталий множник λ , який залежить від параметра Біо та значення усередненої температури в області нагріву, знаходився на основі отриманих співвідношень чисельним шляхом.

Шляхом перемноження знайденої температури T_0 (12), що відповідає випадку теплообміну на всій граничній поверхні, на множник λ отримуємо шуканий температурний розподіл, який відповідатиме розв'язку вихідної змішаної задачі без врахування теплообміну в області нагріву.

При знаходженні відповідного термонапруженого стану, обумовленого нестационарним температурним розподілом (12), застосовуємо залежності осесиметричної квазістатичної задачі термопружності [9], де напруження виражаються через термопружний потенціал переміщень Ψ та функцію Лява L . Повне поле квазістатичних температурних напружень σ_{ij}^t отримуємо суперпозицією напружень, що відповідають потенціалу переміщень Ψ та функцію Лява. Після проведення необхідних перетворень представимо їх вирази у вигляді

$$\sigma_{ij}^* = \int_0^\infty \varphi(\xi) S_{ij}(\xi, \rho, Z, Fo) d\xi - T^* \varepsilon_{ij}, \quad (14)$$

причому величини $S_{ij}(\xi, \rho, Z, Fo)$ визначаються через дві функції $\Phi_1(\xi, Z, Fo)$ і $\Phi_2(\xi, Z, Fo)$, які визначені у роботі [3].

Метод керованого лазерного терморозколювання отримав теоретичне обґрунтування в роботах [10, 11]. Розрахункова схема методу має такий вид: визначається температурне поле, яке виникає в результаті опромінення поверхні термопружного тіла тепловим потоком, який діє на ділянці радіусом a граничної поверхні; з умови перевищення градієнтом температур значення термостійкості матеріалу визначаються оптимальні параметри процесу лазерного терморозтріскування, такі, наприклад, як віддаль від границі лазерної плями до фронту охолодження тощо.

Викладена математична модель осесиметричної квазістатичної задачі термопружності з урахуванням конвективного теплообміну з оточуючим середовищем, використана для числового моделювання терморозтріскування конструктивних матеріалів.

При побудові чисельного алгоритму вивчення зародження зон передруйнування і терморозтріскування звичайного бетону (вид I, $\sigma_c = 30$ МПа) та бетону підвищеної міцності (вид II, $\sigma_c = 65$ МПа) використовувались числові дані термопружних параметрів, запозичених з праці [12]. При обчисленнях приймалось, що густина теплового потоку, емітованого лазером, змінювалась за нормальним законом, а коефіцієнт теплового поглинання складав $A = 0,6$ [13].

Як показують числові дослідження головних напружень, обчислених з використанням залежностей (14), напруження σ_1 є додатнім, тобто розтягуючим, і досягає свого найбільшого значення в точці $z \approx 0,1$ мм; тоді як головне напруження σ_3 є стискаючим у зоні $0 \leq z \leq 0,06$ мм і для глибини $z > 0,06$ мм воно повністю зникає.

Підставляючи величини σ_1 і σ_3 в критеріальні рівняння [14, 15] і здійснюючи відповідні розрахунки, встановлено, що виникає три зони напруженого стану, обумовлені лазерним опроміненням. В області $0 \leq z \leq 0,02$ мм безпосередньо під нагрітою поверхнею, напружений стан визначається умовою McClintock-Walsh, тобто руйнуванням стиску. В зоні $0,02 \leq z \leq 0,05$ мм визначальними є зсувні напруження у відповідності до модифікованого критерія Griffith. Область розтягуючих напружень розміщується нижче за $z > 0,05$ мм; в цій області використовується класичний критерій Griffith.

Для набору параметрів, який використовується при числовому аналізі, дія розтягуючих напружень виявляється в зоні $z > 0,05$ мм і при цьому визначальними при оцінці стану передруйнування є головні напруження.

У межах зони розтягу ($z > 0,05$ мм), поверхня, по якій відбувається розкол, відповідає тій координаті по глибині, де головне напруження досягає межі міцності конкретного матеріалу. Відповідні траєкторії попереднього передруйнування (тобто зародження і росту розколу матеріалу) при значенні $\sigma_T / C = 0,63 \cdot 10^{-3}$ для звичайного бетону (вид I) і $\sigma_T / C = 0,72 \cdot 10^{-3}$ для стійкішого бетону (вид II) представлено на рис. 1. Оскільки попередній ріст тріщини відбувається по нормалі до напрямку дії основного головного напруження, то поверхні однакового рівня напружень, які саме є перпендикулярними до напрямку дії головного напруження в кожній точці бетонного масиву, представляють поверхні, по яких відбувається відкол.

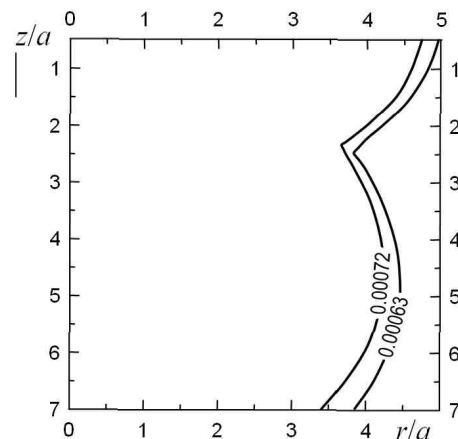


Рис. 1

Величина приведенного головного напруження спадає з глибиною, тому криві еквівалентних напружень в умовах одновісного деформування при розтягу бетону, визначають максимально можливе поширення тріщини.

Висновки. Розвинута модель терморозтріскування підтверджує, що процеси термовідколювання можливі лише на початкових стадіях нагрівання в околі зони центра плями нагріву. Відкол складових бетону в напрямі від кратера може посилюватись при подальшому опроміненні лазером. Числовий аналіз показав, що температури в околі зони дії лазера, можуть сягати значень кількох тисяч градусів за Цельсієм, що значно перевищують відповідні величини температур фазового переходу складових бетону. А це свідчить, що відколювання матеріалу можливе на площі діаметром від 1 до 2 мм.

Отримані результати можуть бути основою подальшого вивчення ефектів дії лазерних джерел у процесах термообробки будівельних матеріалів та конструкцій.

Література

1. Галазюк В. А. Нестационарный фрикционный разогрев выступов микронеровностей скользящего контакта / В. А. Галазюк, А. А. Евтушенко, И. Н. Турчин // Инж.-физ. журн. 1996. - Т.69, № 5. - С.768-772.
2. Gecim B. Steady temperature in a rotating cylinder subject to the surface heating and convective cooling / B. Gecim, W. O. Winer // J. Tribology. Trans. ASME. - 1984. - V.106, N 1. - P.120-127.
3. Евтушенко А. А. Влияние конвективного охлаждения на температуру и напряженное состояние при торможении / А. А. Евтушенко, Е. Г. Иваник, Н. В. Горбачева / Трение и износ. - 1997. - Т. 18, № 5. - С.578-587.
4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена / С. С. Кутателадзе. - М. : Атомиздат, 1979. - 228 с.
5. Евтушенко О. О. Аналітичні методи теплового розрахунку гальм (огляд робіт) / О. О. Евтушенко, Є. Г. Іваник, Н. В. Горбачова // Фіз.-хім. механіка матеріалів. - 2000. - № 6. - С.52-56.
6. Галицын А. С. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности / А.

С. Галицын, А. Н. Жуковский. - К. : Наук. думка, 1976. - 282 с.

7. Снеддон И. Преобразования Фурье / И. Снеддон. - М. : Изд-во иностр. лит., 1955. - 668 с.

8. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. - М. : Наука, 1986. - 1108 с.

9. Новацкий В. Вопросы термоупругости / В. Новацкий. - М. : Изд-во АН СССР, 1962. - 364 с.

10. Миркин Л. И. Физические основы обработки материалов лучами лазера / Л. И. Миркин. - М. : Изд-во МГУ, 1975. - 383 с.

11. Структура и прочность материалов при лазерных воздействиях / [М. С. Бахарев, Л. И. Миркин, С. А. Шестериков и др.]. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 1988. - 224 с.

12. Sala A. Radiant properties of materials / A. Sala. - Warsaw : Polish Sci. Publ., 1986. - 479 p.

13. Roźniakowski K. Some experimental results of laser beam interaction with surface layer of brick / K. Roźniakowski, P. Klemm, A. J. Klemm // Building and Environment. - 2000. - Vol. 36, No. 4. - P. 485-491.

14. Griffith A. A. The theory of rupture / A. A. Griffith // Proc. 1st Int. Congr. Appl. Mech., Delft. - 1924. - P. 55-63.

15. McClintock F. A. Friction of Griffith cracks in rock under pressure / F. A. McClintock, J. B. Walsh // Proc. 4th U.S.Nat. Congr. Appl. Mech. Berkeley.

Отримана 12.05.11

I. Dobryanskyi

Consideration of the convective heat exchange at investigation of the processes thermal cracking in concrete example by action laser radiation on the basis model of the fragile destroy

Lviv National Agrarian University, Lviv

The scheme of the construction of the noncoupled quasistatic thermoelasticity problem for semi-infinite bodies at mixed boundary condition which heating in limited area of the surface heat flow is made and of the basis of this solution developed approach to calculation of the parameters thermal cracking. This approach use of the criteria equations (Griffith and McClintock-Walsh) of mechanics of fragile destroy. Approbation of the scheme is realized on concrete examples two type with different strength on compress.

Інформація

9-th European Fluid Mechanics Conference

9-13 September 2012 University of Rome "Tor Vergata"

The 9th European Fluid Mechanics Conference will be held at the Main lecture hall of the University of Rome "Tor Vergata"

([Faculty of Economics, via Columbia 2, I-00133 Rome](#))

The European Fluid Mechanics Conferences are run under the auspices of the [EUROMECH](#) organization and covers all aspects of theoretical, experimental and computational fluid mechanics.