

УДК 621.863

Н. Фідровська

Доцент, канд. техн. наук,  
Українська  
інженерно-педагогічна академія,  
м. Харків

## СТІЙКІСТЬ ОБОЛОНКИ КРАНОВОГО БАРАБАНА

*Розглянуті питання стійкості оболонки кранового барабана з використанням енергетичного методу. Отримані розв'язки дають змогу оцінити стійкість оболонки реального барабана з урахуванням його геометричних параметрів.*

**стійкість, крановий барабан, енергетичний метод, оболонка**

У навчальних посібниках і в довідниках розрахунок канатних барабанів викладається на базі розв'язку Мізеса [1], яке пізніше було прийняте в працях Тимошенка, Дінніка, Вайнсона, Дукельського та ін.

У цьому розв'язку величина критичного радіального тиску недооцінюється, бо в ньому не враховувалося пружне зкріплення країв обичайки, тим більше, що значення цього фактора не мале, оскільки довжина канатних барабанів невелика. Крім цього, величина радіального тиску, який виникає від намотаного каната, приймався сталим.

Метою статті є визначення критичного тиску оболонки кранового барабана з урахуванням його геометричних параметрів і реальних умов навантаження.

При намотуванні каната внаслідок впливу сили тертя між канатом і барабаном, а також пружних властивостей каната тиск, який діє на барабан, змінюватиметься. Максимальний тиск буде діяти в точці сходу каната з барабана. Ми запропонували визначати рівняння зміни радіального тиску у вигляді [2]

$$p = p_0 e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}, \quad (1)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя між канатом і барабаном;  $l$  – довжина намотування каната;  $h$  – крок намотування каната;  $k$  – коефіцієнт, який враховує геометричні і пружні параметри каната і барабана:

$$k = \frac{E_k d}{E_b \sqrt{R\delta}}, \quad (2)$$

де  $E_k$ ,  $E_b$  – модуль пружності відповідно каната і барабана;  $d$  – діаметр барабана;  $R$  – радіус барабана;  $\delta$  – товщина оболонки барабана.

Ми отримали функції переміщень стінки барабана у вигляді [3] радіальних

$$w(x) = f(x) \cos n\phi, \quad (3)$$

де

$$f(x) = \cos(\rho \sin \phi x) (C_1 e^{\rho \cos \phi x}) + A e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi} \quad (4)$$

колових

$$v(x) = \frac{p_0 e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}}{E\delta^2} (\sin \gamma - \nu \cos \gamma) (\phi - \pi) - \frac{f(x) \sin n\phi}{n} \quad (5)$$

поздовжніх

$$u(x) = \frac{p_0 (1-\nu^2) h e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}}{2\pi k \mu E R \delta^2} \times \left[ \cos \gamma - \frac{\nu}{1-\nu^2} (\sin \gamma - \nu \cos \gamma) \right] \times \left( e^{k\mu \frac{2\pi x}{h}} - 1 \right). \quad (6)$$

Значення критичного тиску можна визначати різними методами. Для оболонок, які працюють у складних випадках навантаження, критичні напруження можна

знайти, застосовуючи енергетичний метод з використанням умов суцільної рівноваги.

Запишемо умову рівності робіт внутрішніх і зовнішніх сил ортотропної конструкції, яка знаходиться в інтегрований рівновазі з радіальними переміщеннями  $w$ :

$$U = \int_0^L \Gamma dx = 0, \quad (7)$$

де потенціальна енергія системи на одиницю довжини [4]

$$\Gamma = \int \left[ \frac{1}{2} m_\phi \chi_\phi \frac{1}{2} m_x \chi_x + m_{x\phi} \chi_x \chi_\phi - m_{\phi 0} \chi_\phi \right] R d\phi. \quad (8)$$

Підставляючи вирази (3) – (6) у рівняння (8) і розв'язуючи його, отримаємо

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{(n^2 - 1)^2}{R^2} + \frac{24(1 - \nu^2)}{\delta^2} \right] b_1 - 2\nu(n^2 - 1)b_2 + R^2 b_3 + (1 - \nu) \times \\ & \times \frac{(n^2 - 1)^2}{n^2} b_4 - \frac{R^2 p_0}{D} b_5 + \frac{R^4 \delta p_0^2 b_6}{DE} (1 - \nu^2) \times \\ & \times \left[ \cos \gamma - \frac{\nu}{1 - \nu^2} (\sin \gamma - \nu \cos \lambda) \right]^2, \quad (9) \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} b_1 = & \frac{\rho}{\varphi} \sin \varphi L \left( \frac{C_1^2}{2} - 2C_2^2 + 2C_1 - 2C_2 - \right. \\ & \left. - \frac{2C_1 C_2}{3} \rho_2 \sin 2\varphi L \right) + L \left( \frac{C_1^2}{4} e^{2\rho} + C_1 C_2 + \frac{2C_1}{\varphi} + \frac{2C_2}{\varphi} \right) + \\ & + A^2 e^{-2k\mu \frac{2\pi L}{h}} \frac{h}{4k\mu\pi} \left( e^{2k\mu \frac{L}{h}} - 1 \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 = & \frac{\rho\varphi}{2} \left[ (e^{2\rho} + 1)(\cos \varphi L - 2)(C_1^2 - C_2^2) + \frac{\rho}{2} (\cos 2\varphi L - 2) \times \right. \\ & \times (C_1^2 - C_2^2) \left. \right] + \frac{\rho\varphi}{2} \left[ \frac{\rho\varphi C_1 C_2}{2} (1 - \cos \varphi L)(e^{-2\rho} + 1) + \right. \\ & + \frac{2\pi k\mu}{h} A^2 e^{-3k\mu \frac{2\pi L}{h}} \left( e^{3k\mu \frac{2\pi L}{h}} - 1 \right) \left. \right] + \\ & + \frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} A \left[ \frac{h}{2\pi k\mu} \left( e^{k\mu \frac{L}{h} 2\pi} - 1 \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\rho}{\varphi} \frac{e^{k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \left( \frac{2\pi k\mu}{h} \cos \varphi L + \varphi \sin \varphi L \right)}{4\pi^2 k^2 \mu^2 + 4\varphi^2} \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{8\pi^3 k^3 \mu^3 \rho^2 A (C_1 - C_2)}{h^3 \varphi \left( \frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + 4\varphi^2 \right)} + \rho\varphi^2 A e^{-k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \times \\ & \times \frac{\left( e^{k\mu \frac{2\pi L}{h}} - 1 \right) \frac{2\pi k\mu}{h} \sin 2\varphi L}{\frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + \varphi^2} - 2\rho\varphi^3 A e^{-k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \frac{(\cos 2\varphi L - 1)(C_2 - C_1)}{\frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + \varphi^2} - \\ & - \frac{\rho^2 \varphi}{2} A e^{-k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \times \\ & \times \frac{\left( e^{k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \right) \left[ \frac{2\pi k\mu}{h} \sin 2\varphi L - 2\varphi (\cos 2\varphi L - 1) \right]}{\frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + 4\varphi^2} (C_1 + C_2); \\ b_3 = & \rho^2 \varphi^4 \left[ \frac{\rho}{\varphi} (C_1^2 + C_2^2) \sin \varphi L + \frac{e^{2\rho} L}{2} (C_1^2 - C_2^2) - 2C_1 C_2 L \right] - \\ & - \frac{4\rho^5 \varphi^3 C_1 C_2}{3} (\cos \varphi L - 1) (\cos^2 \varphi L - 2) - \\ & - \rho^2 \varphi A \frac{2\pi k\mu}{h} e^{-k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \left( e^{k\mu \frac{L}{h} 2\pi} - 1 \right) - \\ & - \frac{8\pi^2 \rho^3 \varphi A k \mu e^{-k\mu \frac{L}{h} 2\pi} \left( e^{k\mu \frac{L}{h} 2\pi} - 1 \right) \left[ \frac{2\pi k\mu}{h} (\cos 2\varphi L - 1) + \varphi \sin 2\varphi L (C_1 - C_2) \right]}{h \left( \frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + 4\varphi^2 \right)} + \\ & + \frac{2\pi^2 \rho^3 \varphi A k^2 \mu^2 e^{-k\mu \frac{L}{h} 2\pi} (C_1 + C_2) \left( e^{k\mu \frac{L}{h} 2\pi} - 1 \right) \left[ \frac{2\pi k\mu}{h} (\cos 3\varphi L - 1) + 3\varphi \sin 3\varphi L \right]}{h^2 \left( \frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + 9\varphi^2 \right)} + \\ & + \frac{6\rho A k^2 \mu^2 \pi^2 (C_1 + C_2) e^{-k\mu \frac{2\pi L}{h}} \left[ \frac{2\pi k\mu}{h} (\cos \varphi L - 1) - \varphi \sin \varphi L \right]}{h^2 \left( \frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + \varphi^2 \right)} + \\ & + A \frac{16\pi^3 k^3 \mu^3}{h^3} e^{-4k\mu \frac{\pi L}{h}} \left( e^{4k\mu \frac{\pi L}{h}} - 1 \right); \\ b_4 = & \frac{\pi k\mu}{h} A^2 e^{-4\pi k\mu \frac{L}{h}} \left( e^{4\pi k\mu \frac{L}{h}} - 1 \right) - 4\pi\varphi\rho \frac{k\mu}{h} A e^{-k\mu \frac{2\pi L}{h}} \times \\ & \times (C_1 - C_2) \frac{\left( e^{k\mu \frac{2\pi L}{h}} - 1 \right) \left[ \frac{2\pi k\mu}{h} \sin \varphi L - \varphi (\cos \varphi L - 1) \right]}{\frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + \varphi^2} + \end{aligned}$$

$$+ 2\pi\rho^2 \frac{k\mu}{h} A e^{-k\mu \frac{2\pi L}{h}} (C_1 + C_2) \times$$

$$- R^2 b_3 - (1-\nu) \frac{(n^2 - 1)^2}{n^2} b_4.$$

$$\times \left( e^{\frac{k\mu 2\pi L}{h}} - 1 \right) \frac{2\varphi(\cos 2\varphi L - 1) - \frac{2\pi k\mu}{h} \sin 2\varphi L}{\frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + 4\varphi^2};$$

$$b_5 = \frac{Ah}{4\pi k\mu} + e^{-k\mu \frac{2\pi L}{h}} (C_1 + C_2) \frac{h}{2\pi\mu k} \left( e^{\frac{k\mu 2\pi L}{h}} - 1 \right) +$$

$$+ \rho \left( C_1 - \frac{C_2}{2} \right) \frac{\frac{\pi k\mu}{h} (\cos \varphi L - 1) + \varphi \sin \varphi L}{\frac{4\pi^2 k^2 \mu^2}{h^2} + \varphi^2};$$

$$b_6 = \frac{h}{4\pi k\mu} \left( 1 - e^{-k\mu \frac{2\pi L}{h}} \right).$$

Тоді критичний тиск визначатиметься за формулою

$$p_{kp} = \frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} + a_2}, \quad (10)$$

де

$$a_1 = \frac{Eb_5}{1,172R^2\delta(1-\nu)^2 b_6};$$

$$a_2 = 2\nu(n^2 - 1)b_2 - \left[ \frac{(n^2 - 1)^2}{R^2} + \frac{24(1-\nu^2)}{\delta^2} \right] b_1 -$$

**Висновки.** Отримана формула для визначення критичного тиску дає змогу враховувати геометричні й пружні властивості каната і стінки барабана, жорсткість закріплення лобовин. Це значно покращує розрахунок барабанів на стійкість і дає змогу призначати при їх проектуванні більш точні розміри.

### Література

1. *Mises R.* Der kritiche Aussendruck zylindrische Rohre. Zeitschrift der VDI, 1914, Bd.58, №19, s.750–755.
2. *Фідровська Н.М.* Циліндрична оболонка при вісі несиметричному тиску. Науковий вісник будівництва. Харків. ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2008. – Вип. 47. – С. 151–155.
3. *Фидровская Н.Н.* Влияние краевых шпангоутов на прогиб стенки цилиндрической оболочки. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства. – Харків, 2009. – Вип. 76. – С. 169–172.
4. *Кан С.Н.* Строительная механика оболочек. – М.: Машиностроение, 1966. – 508 с.

Отримана 25.05.11

*N. Fidrowska*

**Stability of a shell rope's drum**

*Ukrainian engineering and pedagogical Akademi, Kharkiv*

*There had been considered the questions of the solidity of rope's drum, with the use of energetic method. The gained result could let to evaluate the solidity of a real drum, considering its geometrical and force parameters.*

### Інформація

12-та Міжнародна науково-технічна конференція

## ІНЖЕНЕРІЯ ПОВЕРХНІ ТА РЕНОВАЦІЯ ВИРОБІВ

4 — 8 червня 2012 р., м. Ялта, Крим, Україна

### Тематика конференції:

Наукові основи інженерії поверхні: матеріалознавство фізико-хімічна механіка матеріалів; фізикохімія контактної взаємодії; зносо- і корозійна стійкість, міцність поверхневого шару; функціональні покриття і поверхні

Тертя, зношування і мащення в машинах

Технологічне керування якістю і експлуатаційними властивостями деталей машин

Технологія ремонту машин, відновлення і зміцнення деталей

Метрологічне забезпечення ремонтного виробництва

Екологія ремонтно-відновлювальних робіт

### Адреса організаторів:

АТМ України

04074, м. Київ, вул. Автозаводська, 2.

Тел. /Факс: +38-044-430-85-00

E-mail: [atmu@ism.kiev.ua](mailto:atmu@ism.kiev.ua), [kopeykina@voliacable.com](mailto:kopeykina@voliacable.com), [atmu@meta.ua](mailto:atmu@meta.ua)