

**В. Ступницький**

Доцент, канд. техн. наук

**Я. Новіцький**

Доцент, канд. техн. наук

Національний університет  
«Львівська політехніка»,  
м. Львів

УДК 621.9(075.8)

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АВТОКОЛИВАНЬ РІЗАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТА І ЇХНІЙ ВПЛИВ НА ІНЖЕНЕРІЮ ПОВЕРХНІ

*У процесі різання існують автоколивання системи, поява яких пов'язана з розбалансованістю внутрішньосистемних чинників – зміни величини сил різання і тертя на робочих поверхнях інструмента, а також площі поперечного перерізу зрізаного шару металу. Розроблена математична модель автоколивань інструмента під час різання. Динаміка зміни сили різання і кута зміни визначається за допомогою програмного продукту Deform-2D.*

**автоколивання, шорсткість поверхні, технологічні чинники, реологічне моделювання**

У процесі різання виникають вимушені коливання системи верстат-заготовка-інструмент, що викликаються дією зовнішніх сил, і автоколивання системи, поява яких пов'язана з періодичним зміцненням зрізаного шару металу і зміною умов тертя або динаміки процесу різання. Вимушені коливання системи ВПД обумовлюються геометричними похибками окремих механізмів верстата. Автоколивання виникають внаслідок розбалансованості внутрішньосистемних чинників – зміни величини сил різання і тертя на робочих поверхнях інструмента, а також площі поперечного перерізу зрізаного шару металу; утворення і зриви наростів; пружні деформації заготовки і інструмента тощо [1].

Очевидно, що вібрація леза різального інструмента щодо оброблюваної поверхні є додатковим джерелом збільшення шорсткості обробленої поверхні. Причому висота шорсткості поверхні буде тим значнішою, чим більша подвоєна амплітуда коливання леза інструмента відносно оброблюваної поверхні.

Фізичний механізм виникнення та розвитку автоколивань діє у такій послідовності [1]. Будь-яке випадкове

збурення, яких багато в реальній системі (врізання інструмента, нерівномірність припуску, неоднорідність оброблюваного матеріалу, слід від попереднього переходу, уривчастість оброблення, радіальне биття заготовки або інструмента тощо), призводить до виникнення власних затухаючих коливань технологічної системи. Ці коливання завжди супроводжуються зміною кута зсуву  $\beta$  і сили різання  $F$  (особливо важливим є вплив поперечної сили різання  $F_y$  на формування мікронерівностей профілю), оскільки зона різання є замикаючою ланкою пружної технологічної системи. Якщо зміна сили різання відстає в часі (зміщується по фазі) відносно зміни товщини зрізу або якщо зі збільшенням швидкості відбувається зменшення радіальної складової сили різання (падаюча характеристика сили різання від швидкості), то власні затухаючі коливання можуть перейти в незгасаючі автоколивання, де енергію, необхідну для підтримання коливань, створює змінна сила різання. Ці два чинники – відставання зміни сили різання від зміни товщини зрізу (чи фазова характеристика сили різання) і характеристика сили різання (чи тертя), що зменшується при зростанні швидкості

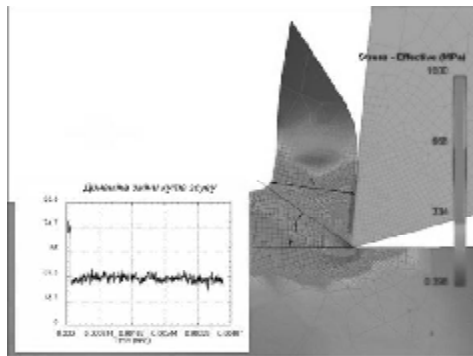


Рис. 1. Моделювання динаміки зміни кута зсуву при точінні деталі зі сталі 45

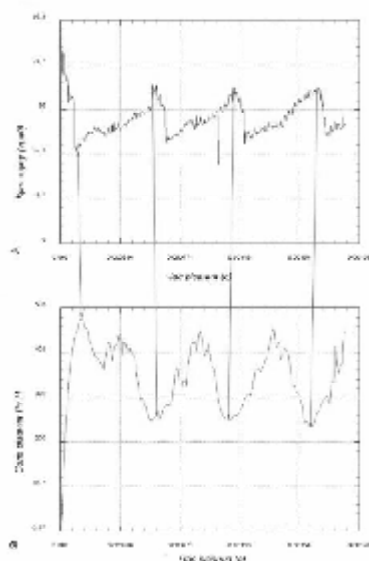


Рис. 2. Механізм збурення автоколивань (зсув по фазі максимально-мінімальних значень кута зсуву (а) і поперечної складової сили різання (б))

різання – і є основними первинними джерелами збудження автоколивань інструмента.

Очевидно, що зміна товщини зрізу  $t_c$  є величиною, еквівалентною куту зсуву  $\beta$  (рис. 2). Таким чином, механізм виникнення стохастичних автоколивань, можна проілюструвати на прикладі аналізу реологічної імітаційної картини різання, реалізованої за допомогою програмного продукту DEFORM-2D. Очевидним є зсув по фазі максимально-мінімальних значень кута зсуву і поперечної складової сили різання (рис. 2).

При дослідженні автоколивань використовується модель технологічної системи, подана на рис. 3. У цій моделі заготовку розглядають як абсолютно тверде тіло, що має рівномірний обертальний рух. Увесь коливальний процес пов'язаний тільки з переміщенням різця. Маса системи, що коливається, розглядають зосередженою на вершині різця. Пружні зв'язки схематично представлені у вигляді пружин, на яких підвішена маса. Пружини спрямовані по головних осях і жорсткості системи. В процесі різання інструмент, виведений якою-небудь причиною зі

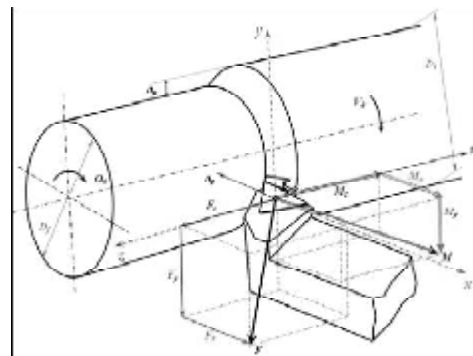


Рис. 3. Схема розподілу сил для аналізу автоколивної системи різання

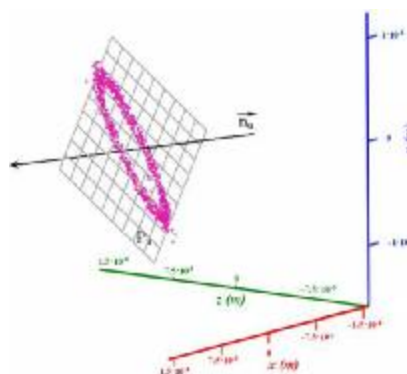


Рис. 4. Траєкторія переміщення вершини різця за один цикл коливань

стану рівноваги, починає коливатися в трьох напрямках. Його вершина переміщається відносно заготовки по замкнутій траєкторії, близькій до еліпса (рис. 4).

Динамічна нестабільність технологічної системи при роботі на інтенсивних режимах різання обумовлена, головним чином, вторинним збудженням (регенерацією) автоколивань під впливом вібраційного сліду на поверхні різання. Очевидно, що для досягнення максимальної ефективності керування вторинними автоколиваннями треба впливати безпосередньо на сам механізм їх регенерації, що вимагає ясного розуміння його природи і закономірностей. В ході регенерації автоколивань їхня фаза відносно коливань сліду встановлюється незалежно від початкових умов, що свідчить про самоорганізацію системи ВПД [2]. Руйнування цієї самоорганізації примусовою зміною фази автоколивань, наприклад, за допомогою періодичної плавної зміни (модуляції) швидкості різання, відкриває нову можливість керування динамічною стабільністю технологічної системи ВПД.

Вплив кожної групи вібрацій на формування мікрогеометрії оброблюваної поверхні не є однаковим. Так, деякі вчені [1, 3, 4] вважають, що автоколивання, які виникають внаслідок регенерації поверхні, мають найбільший вплив на параметри мікронерівності профілю порівняно з іншими видами коливань. При обробленні з низькими швидкостями з'являються низькочастотні автоколивання. Частота таких вібрацій близька до частоти власних коливань технологічної системи ВПД. При обробленні з

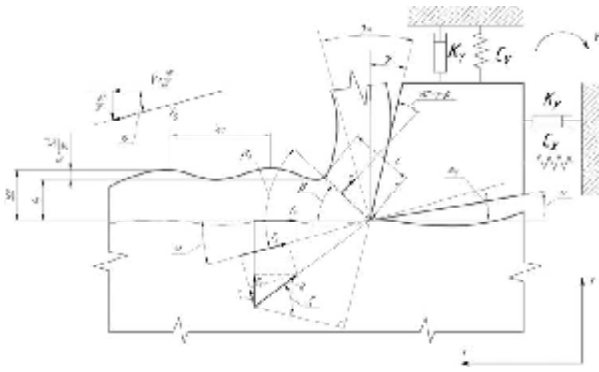


Рис. 5. Розрахункова схема динамічної моделі процесу оброблення, що враховує регенеративні автоколивання різального інструмента

високими швидкостями, частота виникаючих вібрацій наближається до частоти хвильових процесів у зоні різання. Регенеративні вібрації, як вид автоколивань, існують постійно і не затухають через змінну силу різання. Осцилювати силу різання примушують змінні параметри, такі як глибина різання, кут зсуву, а також періодична поява наросту на різальній кромці, причому частота утворення і сколювання наросту дорівнює частоті коливання сили різання.

Для більшості пружних технологічних систем, що здійснюють інтенсивні коливання, при аналізі можна користуватися єдиною розрахунковою схемою, де інструмент (чи заготовка) схематизуються як точкова маса з двома ступенями вільності, що здійснює коливання в двох взаємно перпендикулярних напрямках. У кожному з напрямків маса закріплена за допомогою пружних і демпфувальних елементів. На масу діє також збурююча сила, що є результатом взаємодії різальних кромки інструмента з матеріалом заготовки – сила різання, яка може бути представлена через її складові  $F_x$ ,  $F_y$ . Розрахункова схема для нелінійної динамічної моделі процесу токарного оброблення, що враховує регенеративні автоколивання різального інструмента, наведена на рис. 5.

У загальному вигляді класичне рівняння руху інструмента може бути інтерпретовано системою рівнянь:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + K_x \dot{x} + C_x x = F_x \\ M\ddot{y} + K_y \dot{y} + C_y y = F_y \end{cases} \quad (1)$$

де  $M$  – зведена маса системи;  $K_x$ ,  $K_y$  – узагальнені коефіцієнти демпфування по осях  $X$  і  $Y$ ;  $C_x$ ,  $C_y$  – зведена жорсткість системи по осях  $X$  і  $Y$ ;  $F_x$ ,  $F_y$  – значення сил різання по осях  $X$  та  $Y$ .

Розв'язуючи цю систему рівнянь, можна отримати значення параметрів, що визначають рух різця в процесі вібрацій. Цей рух є сумою двох коливальних рухів, зміщених на кут  $j$  по фазі у напрямі осей  $X$  і  $Y$ :

$$\begin{cases} x = A_x \cdot \sin \omega t \\ y = A_y \cdot \sin(\omega t - j), \end{cases} \quad (2)$$

де  $A_x$ ,  $A_y$  – амплітуди переміщень вершини різця по відповідних осях координат;  $\omega$  – частота коливань;  $\varphi$  – зсув фаз коливань по різних осях.

Таким чином, процес різання стає джерелом автоколивань. У загальному випадку в автоколивальному процесі рух можуть здійснювати або різець, або заготовка окремо чи одночасно. У класичному вигляді складові сили різання  $F_x$  і  $F_y$  можна записати як функції, що залежать від умов різання, кутів інструмента і умов тертя між інструментом і заготовкою, а саме:

$$\begin{cases} F_x = \tau_{xy} \cdot S \cdot b \cdot \frac{\cos(h-g)}{\sin b \cdot \cos(b+h-g)} \\ F_y = \tau_{xy} \cdot S \cdot b \cdot \frac{\sin(h-g)}{\sin b \cdot \cos(b+h-g)} \end{cases} \quad (3)$$

де  $S$  – подача інструмента за оберт шпинделя;  $\tau$  – дотичне напруження в площині зсуву;  $\beta$  – кут зсуву;  $\gamma$  – передній кут інструмента;  $b$  – глибина різання;  $\eta$  – кут між результуючою силою  $R$  і площиною зсуву.

З врахуванням регенеративних коливань, дійсна глибина різання  $b$  стає змінною величиною, що залежить від постійної заданої величини глибини  $b_1$  і динамічної складової  $b_2$ , що формується за рахунок мікро- та макронерівностей, які утворені в результаті деформацій поверхневого шару деталі після попереднього технологічного переходу або внаслідок похибок у виготовленні заготовки (рис. 5):

$$b = b_1 + b_2(x). \quad (4)$$

Оскільки найбільший вплив вібраційних коливань інструмента на формування мікронерівності профілю спостерігається під час виконання чистових та фінішних операцій [3], то для таких умов змінну складову глибини різання можна визначити за формулою:

$$b_2(x) = \frac{\Delta_1}{2} \left( 1 + \sin \left( \frac{2px}{S_{i-1}} - \frac{p}{2} \right) \right). \quad (5)$$

Враховуючи, що  $\Delta_1 = \frac{S_{i-1}^2}{8r}$  [5] то

$$b_2(x) = \frac{S_{i-1}^2}{16r} \left( 1 + \sin \left( \frac{2px}{S_{i-1}} - \frac{p}{2} \right) \right), \quad (6)$$

де  $S_{i-1}$  – подача на попередньому технологічному переході;  $r$  – радіус при вершині інструмента.

Напруження зсуву  $\tau_{xy}$  неістотно залежить від швидкості різання [6], що й доведено результатами реологічного моделювання, і може бути представлено як стала величина. Кут зсуву  $\beta$  є динамічною величиною, що змінюється в часі в результаті змінних величин: сил різання, профілю оброблюваної поверхні, геометричних параметрів та форми стружки, що детально описано І. Г. Жарковим [1] і може бути змодельовано в системі DEFORM-2D (рис. 6).

Середній коефіцієнт тертя  $\mu$  між інструментом і заготовкою визначається відношенням складових сил різання  $F_s$  і  $F_n$ , що діють на інструмент, і отриманий так [4]:

$$m = \operatorname{tg} h = \frac{F_n}{F_s} = \frac{F_y \cdot (1 + \operatorname{tg} g)}{F_x \cdot (1 - \operatorname{tg} g)}, \quad (7)$$

Отримана уточнена нелінійна динамічна модель автоколивань технологічної системи враховує регене-

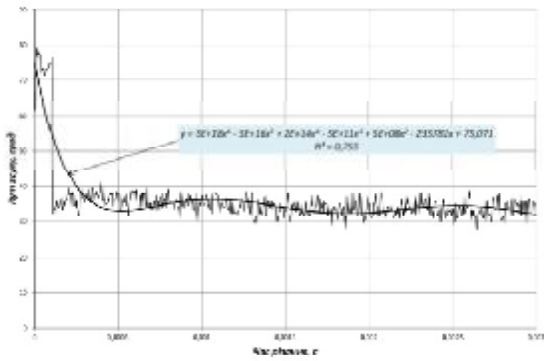


Рис. 6. Динаміка зміни кута зсуву  $b$  при обробленні сталі 45 (подача  $S=0,25$  мм; глибина різання  $t=1$  мм; швидкість різання  $V=120$  мм/хв)

ративний механізм збудження коливань при русі інструмента по поверхні заготовки, утвореної на попередньому переході. У моделі сили різання залежать від геометричних параметрів інструмента і механічних характеристик ортогонального різання:

$$\begin{cases} M_x + K_x \cdot x + C_x \cdot \dot{x} = t_{xy} \cdot S_i \times \\ \times \left( b_1 + \frac{S_{i-1}^2}{16r} \left( 1 + \sin \left( \frac{2px}{S_{i-1}} - \frac{p}{2} \right) \right) \right) \frac{\cos(h-g)}{\sin b \cdot \cos(b+h-g)} \\ M_y + K_y \cdot y + C_y \cdot \dot{y} = t_{xy} \cdot S_i \times \\ \times \left( b_1 + \frac{S_{i-1}^2}{16r} \left( 1 + \sin \left( \frac{2px}{S_{i-1}} - \frac{p}{2} \right) \right) \right) \frac{\sin(h-g)}{\sin b \cdot \cos(b+h-g)}. \end{cases} \quad (7)$$

Інтегруючи систему рівнянь числовими методами з використанням програмного пакету MatLAB, знаходимо амплітудно-частотні характеристики коливань технологічної системи (рис. 7).

Лінійні гармонійні коливання інструмента в радіальному напрямі у поєднанні з головним обертальним рухом заготовки і поступальною ходою подачі викликають утворення нерівностей у поздовжньому (співпадаючому з напрямом головного руху) і поперечному (перпендикулярному йому) напрямі. Високочастотні коливання інструмента істотно впливають на шорсткість поверхні.

Максимальна висота нерівностей профілю (мкм) в поздовжньому напрямі  $R_{\max} = 1000 \cdot 2A_{\max}$ , де  $A_{\max}$  – максимальна амплітуда коливань інструмента, визначувана при розв'язуванні диференціального рівняння руху інструмента.

Мікрорельєф поверхні в поперечному напрямі моделюється накладенням на масив переміщень інструмента профілю його вершини в плані, який описується дугою радіуса  $r$ . У цьому випадку [7]

$$R_{\max} = \frac{2A - H_e}{1000},$$

де  $H_e = R - (R-r) \cos(\psi/2) - \sqrt{r^2 - ((R-r) \sin(\psi/2))^2}$  – слід вершини інструмента;  $\psi = \arccos \left( 1 - \left\{ \frac{S^2}{2(R-r)^2} \right\} \right)$  – центральний кут, рад;  $r$  – радіус при вершині інструмента.

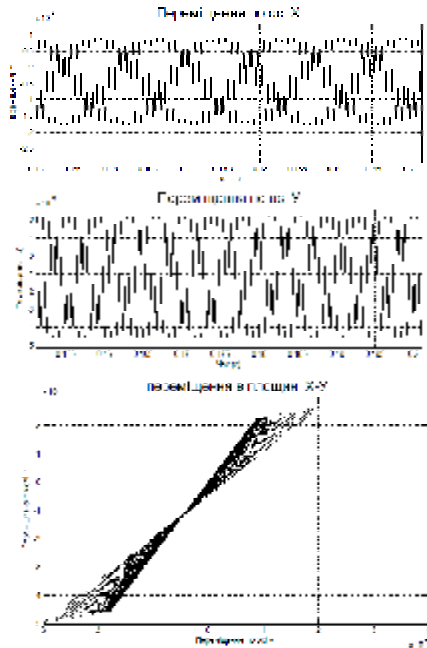


Рис. 7. Результати моделювання автоколивань різального інструмента при обробленні сталі 45 (подача  $S=0,25$  мм; глибина різання  $t=1$  мм; швидкість різання  $V=120$  мм/хв)

Інші показники шорсткості, зокрема середню висоту нерівностей профілю  $Ra$  і висоту нерівностей по десяти точках  $Rz$ , можна визначити, скориставшись формулами перерахунку:  $Ra = 0,17 R_{\max}$ ;  $Rz = 0,833 R_{\max}$ .

#### Література

1. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. – М.: Машиностроение, 1986. – 186 с.
2. Свинин В.М. Самоорганизация вторичных автоколебаний при лезвийной обработке //СТИН. – 2006. – №1 С. 7-13.
3. Faassen R.P.H., Van de Wouw N., Oosterling J.A.J., Nijmeijer H. Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling. International Journal of Machine Tools & Manufacture №43. – 2003. – p.1437–1446.
4. Подураев В.Н. Резание труднообрабатываемых материалов. – М.: Высшая шк., 1975. – 587 с.
5. Сулов А.Г. Качество поверхностного слоя деталей машин – М.: Машиностроение, 2000. – 320 с.
6. Lee B.Y., Tarng Y.S., Ma S.C. Modeling of the process damping force in chatter vibration, Int. J. Mach. Tool Manufact., vol. 35, No. 7., 1995, p. 951-962.
7. Марецкая В.В. К вопросу автоматизации направленного формирования показателей качества деталей // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2008. № 3. – С. 29 – 34.

Отримана 26.10.12

V. Stupnytskyy, Y. Novitskyy  
**Mathematical modeling of self-excited oscillation cutting tools and their impact on surface engineering**  
 National University «Lvivska Politechnika», Lviv

*In the process of cutting there are self-excited oscillations of the system, appearance of that is related to the periodic strengthening of the cut away layer of metal and change of terms of friction or cutting. The worked out mathematical model of self-excited oscillations of instrument is during cutting. The dynamics of change of cutting forces and corner of change is determined by means of software Deform-2D.*