

УДК 539.3

АНАЛІЗ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ КРИШКИ ПОВОРОТНО-ЛОПАТЕВОЇ ГІДРОТУРБИНИ З ВРАХУВАННЯМ І БЕЗ ВРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ВОДИ

С. Місюра

Аспірант,
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України,
м. Харків

Розроблено математичну модель кришки поворотно-лопатевої гідротурбіни, яка взаємодіє з водою, на основі МСЕ. Виконано чисельне дослідження власних коливань кришки гідротурбіни з урахуванням і без урахування впливу води. Проведено розрахунки власних частот при глибині води під кришкою в діапазоні від 0,5 до 20 м. Власна частота кришки з урахуванням води для метрової глибини дорівнює 23,69 Гц, що на 7,2 % менше, ніж частота у вакуумі. Встановлено, що вплив води на власні частоти проявляється у всьому дослідженому діапазоні, а зі збільшенням глибини води частота гідропружних коливань знижується.

математична модель, кришка, поворотно-лопатева гідротурбіна, МСЕ, власна частота, гідропружна задача, коливання

Вступ. Розглянемо публікації з моделювання кришок гідротурбін для аналізу їх власних коливань. У статті [1] розроблені методики уточненого розрахунку статичної й динаміки циклічно симетричних конструкцій для багатоваріантного проектування кришок гідротурбін. Проведено аналіз міцностних і динамічних характеристик конструкцій, що моделюють кришку за дво- і тривимірними схемами. Наведено амплітудно-частотні характеристики кришки гідротурбіни при защемленні фланця для нормального та перехідного режимів (зрив ущільнення) і при обпиранні по лінії кріплення. Особлива увага в роботі [2] приділена розрахунку власних і змушених коливань кришок гідротурбін, аналізу спектра частот коливань та максимальних напружень.

У статті [3] запропонований метод розрахунку частот і форм вільних коливань конструкцій, які взаємодіють з рідиною. Метод заснований на застосуванні апарата сингулярних і гіперсингулярних рівнянь (метод граничних елементів для опису коливань води) і метод скінченних

елементів (МСЕ) (визначення власних частот кришки у вакуумі). Проведено чисельний аналіз коливань кришки гідротурбіни. Розрахунок статичної та динамічної й оцінений ресурс із урахуванням специфіки навантаження кришки гідротурбіни проведений у роботі [4].

У більшості цитованих робіт метод розрахунку засновується на наближеному підході, у якому кришка розглядалася як циклічно ортотропне тіло обертання. При невеликому числі ребер це приводить до непереборної похибки, особливо в зонах сполучення радіальних ребер з оболонками обертання. Внаслідок цього в подальших дослідженнях доцільно розглядати конструкцію як складну тривимірну, а для опису рідини в гідропружних задачах застосовувати тривимірні скінченні елементи (СЕ).

Постановка задачі. Об'єкт дослідження – кришка поворотно-лопатевої гідротурбіни.

Метою роботи є аналіз власних частот коливань кришки гідротурбіни з урахуванням і без урахування впливу води.

Необхідно на основі МСЕ розробити математичну модель кришки гідротурбіни і води та виконати чисельні дослідження власних коливань.

Опис об'єкта. Кришка гідротурбіни є тривимірною циклічно симетричною конструкцією, що складається з тонкостінних оболонок обертання, які об'єднані чотирима ребрами – меридіональними пластинами складної конфігурації (рис. 1).

Для розміщення механізмів і зниження маси вузла в ребрах передбачені круглі отвори. У кільцевих пластинах створені фігурні отвори у вигляді профілю лопатки, які призначені для демонтажу й ремонту окремих лопаток без повного розбирання напрямного апарату. Товщини елементів конструкції (оболонок, ребер) задані в метрах: 0,0315; 0,022; 0,019; 0,04; 0,03; 0,02. Габаритні розміри кришки: діаметр d_k – 3,44 м, висота – 1,05 м.

Конструктивно кришка виготовляється з листового прокату сталі Ст20 або його аналогу ASTM A516 Gr.60. Механічні властивості матеріалу: модуль пружності $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu=0,3$, густина матеріалу – 7850 кг/м³.

На рис. 2 показаний сектор кришки з кутом розхилу 90°. Кришка закріплена по опорній поверхні фланця, що з'єднує її зі статорним кільцем. Нижні поверхні кришки обмиваються водою під дією статичного напору 9,65 м вод. ст. У цій конструкції передбачене обпирання під'ятника агрегату на кришку, тому на неї діє вага генератора й робочого колеса масою 25 т, яка прикладається на

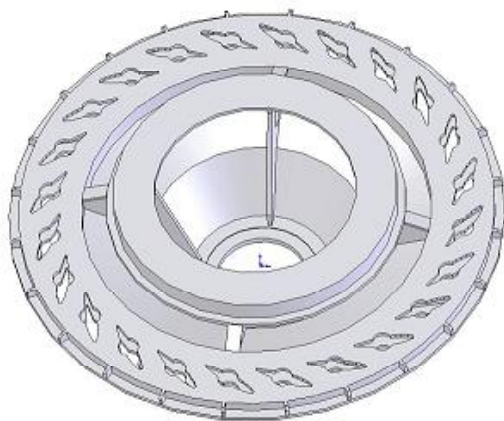


Рис. 1. Кришка гідротурбіни

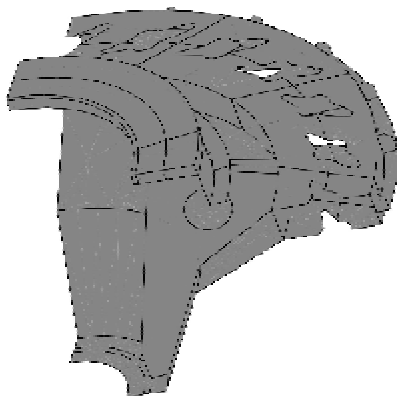


Рис. 2. Сектор кришки гідротурбіни

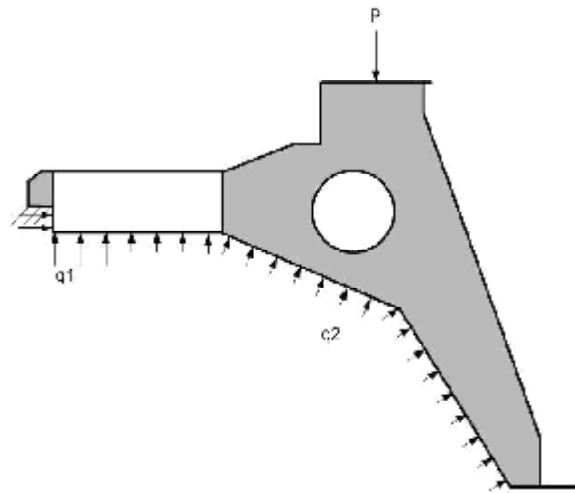


Рис. 3. Схема навантаження й закріплення конструкції

внутрішньому фланці, що з'єднує конус опори під'ятника з кришкою турбіни (рис. 3).

Методичні рекомендації й моделювання кришки гідротурбіни. Пояснимо основні моменти й використані прийоми при моделюванні геометрії кришки. На початку програми розрахунку вводяться всі числові вихідні дані (механічні характеристики матеріалу, координати ключових точок, розміри СЕ для побудови сітки). Це дозволяє уникнути використання в тексті програми чисел, які при варіантному проектуванні необхідно буде змінювати. Крім того, при виборі ліній, оболонок або об'ємів для виконання операції покриття їх сіткою СЕ небажано пряма вказівка номерів цих елементів, тому що вони можуть змінюватися при виконанні логічних операцій (об'єднання, перетинання й т. і.) [5].

При побудові моделі сектору спочатку задаються ключові точки в площині ребра, по яких будуються лінії, потім створюється модель ребра з отвором (поверхня пластины). Далі утворюється ребро, що розташоване під кутом відносно до ребра з отвором – прямокутник, який обмежений верхньою й нижньою кільцевими пластинами, а також внутрішньою й зовнішньою обичайками. Потім створюються малі ребра, сукупність яких з'єднує опорний фланець із циліндричною оболонкою [6].

Для одержання оболонкових частин конструкції й повної моделі сектору (див. рис. 2) лінії перетинів поверхонь оболонок обертання на кут 90°. Після цього копіюванням розмножуються ребра під кутом і малі ребра, а далі створюються фігурні отвори у вигляді профілю лопатки. Повну модель кришки одержуємо шляхом чотириразового копіювання сектору.

Далі на модель наноситься скінченно-елементна сітка. Використовуються трикутні СЕ тонкої оболонки (див. далі). Відношення товщини елементів кришки до їх характерного розміру не перевищує 1/10, тому застосовується теорія тонких оболонок.

Вводяться умови закріплення кришки по опорній поверхні фланця, що з'єднує її зі статорним кільцем, яке вважається абсолютно жорстким (спрощення в прийнятій розрахунковій схемі). Сектор закріплюється по колу, що проходить через осі шпильок фланцевого з'єднання.

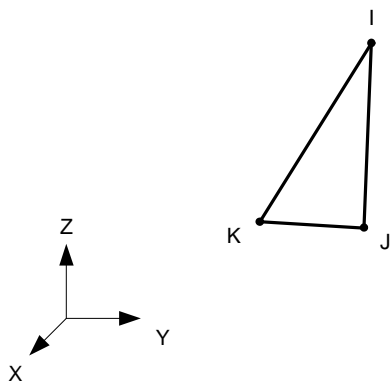


Рис. 4. Геометрія елемента

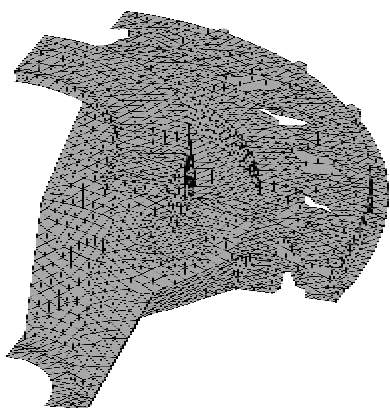


Рис. 5. Скінченноелементна модель сектора кришки гідротурбіни

До верхнього фланця прикладається маса генератора й робочого колеса $m=25$ т (див. рис.3).

Для розв'язання задачі використовується трикутний пружний оболонковий SE з трьома вузлами. Елемент у кожному вузлі має шість ступенів свободи: переміщення в напрямку осей X, Y, Z і повороти навколо осей X, Y, Z . Геометрія, розташування вузлів I, J і K та система координат елемента показані на рис. 4. Підсумкова скінченно-елементна модель кришки гідротурбіни (рис. 5) нараховує 27112 елементів.

Метод розв'язання задачі розрахунку власних коливань без урахування впливу води. Власні коливання конструкції відбуваються при відсутності зовнішніх сил. Будемо вважати, що демпфування також відсутнє, тоді матричне рівняння руху конструкції, яка представлена скінченно-елементною моделлю, має вигляд:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

де \mathbf{M} – матриця мас конструкції; \mathbf{K} – матриця жорсткості конструкції; \mathbf{v} – вектор вузлових переміщень.

Розв'язок даного рівняння шукаємо у вигляді

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} \cos \omega t, \quad (2)$$

де ω – кругова частота коливань; \mathbf{w} – матриця-стовпець, що містить амплітудні значення переміщень і називається формою коливань.

Спектр власних коливань характеризується сукупністю власних частот ω_i і форм w_i [7].

Задача аналізу власних коливань полягає у пошуку декількох нижчих (звичайно першої) частот і відповідних їм форм коливань. Підставляючи (2) в (1), прийдемо до рівняння:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{w} = 0. \quad (3)$$

Ця рівність являє собою систему лінійних однорідних алгебричних рівнянь відносно до елементів вектора \mathbf{w} . Тривіальний розв'язок цієї системи $\mathbf{w} = 0$ не заслуговує на увагу, тому що на підставі (3) у цьому випадку одержимо $\mathbf{v} = 0$.

Рівняння (3) може мати й нетривіальний розв'язок, якщо її визначник дорівнює нулю

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\mathbf{w}_i = 0.$$

Значення ω , що задовольняють умові (4), являють собою частоти власних коливань конструкції. Кожній власній частоті ω_i відповідає нетривіальний розв'язок w_i системи рівнянь

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\mathbf{w}_i = 0. \quad (4)$$

Метод дослідження гідропружних коливань кришки. До днища кришки примикає вода, модель якої дискретизована восьмивузловими просторовими SE. Даний елемент призначений для опису акустичних властивостей рідкого середовища (у нашому випадку – ідеальної нестисливої рідини), а також її динамічної взаємодії із пружною конструкцією. Вузли елемента мають чотири ступені свободи: переміщення по координатах X, Y, Z і тиск. За допомогою таких елементів розв'язуються задачі власних коливань гідропружних систем. Зв'язана система рівнянь має вигляд

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}^s] & 0 \\ r[\mathbf{L}]^T & [\mathbf{M}^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{q}\} \\ \{\mathbf{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}^s] & -[\mathbf{L}] \\ 0 & [\mathbf{K}^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{q}\} \\ \{\mathbf{p}\} \end{Bmatrix} = \{0\}, \quad (5)$$

де $[\mathbf{M}^s]$ й $[\mathbf{M}^f]$ – матриці мас оболонкових і акустичних SE відповідно; $[\mathbf{K}^s]$, $[\mathbf{K}^f]$ – матриці жорсткості оболонкових і акустичних SE; $\{\mathbf{q}\}$ – вектор узагальнених вузлових переміщень; ρ – щільність рідини, $\{\mathbf{p}\}$ – вектор вузлових тисків; $[\mathbf{L}]$ – матриця зв'язку між граничними SE конструкції й SE акустичного середовища, яка обумовлена формулою

$$[\mathbf{L}] = \int_A \{\Phi\} \{\mathbf{n}\}^T \{\Phi^i\}^T dA, \quad (6)$$

де $\{\Phi\}$ – функції форми тиску в акустичному SE; $\{\Phi^i\}$ – функції форми переміщень SE оболонки; $\{\mathbf{n}\}$ – вектор напрямних косинусів нормалі до поверхні оболонки, що взаємодіє з водою; A – площа поверхні зіткнення між структурними й акустичними SE [9].

«Зв'язування» структурної скінченноелементної моделі здійснюється граничними елементами днища,

внаслідок чого матриці жорсткості та мас стають несиметричними [9], і тому вибирається спеціальний алгоритм розв'язання.

Наближена оцінка впливу води на нижчу частоту при гідропружних коливаннях

Нехтуючи процесом хвилеутворення в рідині й з огляду на лише її масу приходимо до такого співвідношення:

$$f_g^2 = \frac{E}{m_k + m_g} = \frac{E}{m_k} \cdot \frac{1}{1 + \frac{m_g}{m_k}} = f_{g.s.}^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{m_g}{m_k}},$$

звідки

$$f_g = f_{g.s.} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_g \cdot V_g}{r_k \cdot V_k}}}, \quad (7)$$

де f_g – частота коливань конструкції з урахуванням води; $f_{g.s.}$ – частота коливань сухої конструкції (без урахування води); E – модуль пружності матеріалу; r_g – щільність води; r_k – наведена щільність матеріалу конструкції (з урахуванням вагових навантажень); V_g – об'єм води; V_k – об'єм конструкції; m_g – маса води; m_k – наведена маса конструкції (з урахуванням вагових навантажень).

Нижче наведені дані для кришки гідротурбіни з глибиною води h_g під нею, яка дорівнює одному метру: $r_g = 1000 \text{ кг/м}^3$, $r_k = 69049,022 \text{ кг/м}^3$; $V_g = 12,9812 \text{ м}^3$, $V_k = 0,409 \text{ м}^3$.

За формулою (7) одержуємо

$$f_g = f_{g.s.} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1000 \cdot 12,9812}{69049,022 \cdot 0,409}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{3250}{27668}}} = f_{g.s.} \cdot 0,925.$$

Результати числового дослідження кришки гідротурбіни. Для пошуку власних частот без урахування впливу води використовується алгоритм Ланцоша, де рекурсія здійснюється за допомогою блоку векторів. Цей метод є таким же точним, як і метод підпросторів, але більше швидким. При розв'язанні системи алгебраїчних рівнянь враховується розрідженість матриць. Метод Ланцоша особливо ефективний при пошуку власних частот у заданій частині спектру власних значень механічної системи. Швидкість збіжності власних частот буде приблизно однаковою при одержанні мод як у середині діапазону, так і на початку й кінці діапазону.

Для пошуку власних частот з урахуванням впливу води використовується метод аналізу несиметричних алгебричних систем, тому що в цьому випадку матриці $[K]$ і $[M]$ несиметричні. У нашому випадку це має місце, оскільки розв'язується задача гідропружної взаємодії «конструкція – рідина». Метод використовує алгоритм Ланцоша, що обчислює комплексні власні значення й власні вектори, тому що система є неконсервативною.

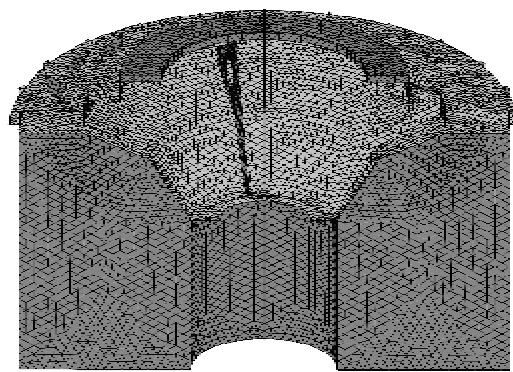


Рис. 6. Розріз скінченноелементної моделі кришки гідротурбіни з водою

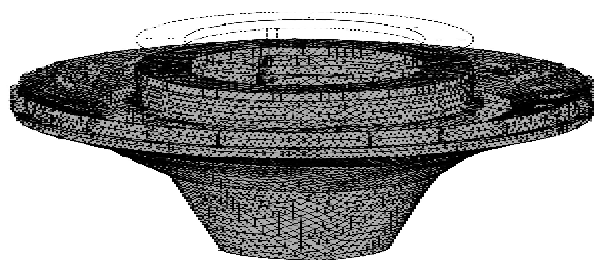


Рис. 7. Зонтична форма власних коливань на першій частоті

Таблиця 1

Результати розрахунків власних коливань

h_g/d_k	$h_g, \text{м}$	Частота, Гц		m_k/m_g	$m_g, \text{кг}$
		МСЕ	за формулою (7)		
0,15	0,5	24,22	22,16	3,14	9008
0,30	1	23,69	21,08	2,19	12908
0,60	2	22,67	19,33	1,36	20707
0,90	3	21,70	17,95	0,99	28505
1,50	5	19,91	15,90	0,64	44103
3,00	10	16,24	12,82	0,34	83096
6,01	20	11,56	9,83	0,18	161080

Дійсна частина власного значення являє собою природну частоту, а уявна – є мірою стійкості системи.

Найбільш докладно подальше вивчення стосується першої власної частоти, тому що вона найбільш близька до частоти збуджування.

Скінченноелементна модель кришки гідротурбіни з моделлю води представлена на рис. 6.

Значення першої власної частоти при власних коливаннях без урахування впливу води становить 25,45 Гц. Форма власних коливань наведена на рис. 7. Отримані результати зведені в табл. 1. Маса конструкції дорівнює 28241 кг.

На рис. 8 наведений графік частот у залежності від відношення мас.

На рис. 9 наведений графік частот у залежності від співвідношення глибини до діаметра.

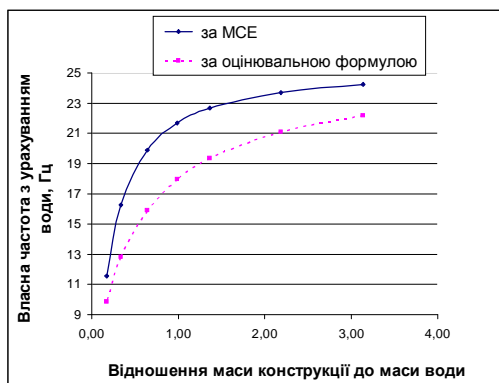


Рис. 8. Зв'язок між власною частотою кришки з урахуванням води й відношенням маси кришки до маси води

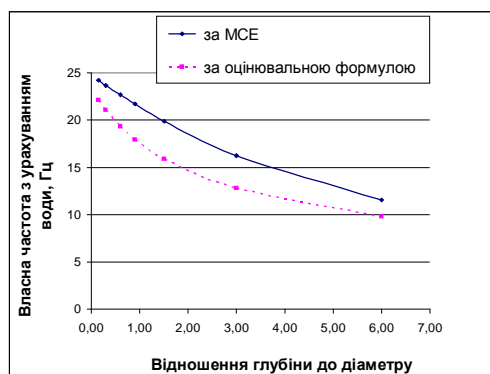


Рис. 9. Зв'язок між власною частотою кришки з урахуванням води та відношенням глибини води до діаметра кришки

Висновки. На основі МСЕ розроблено математичну модель кришки апарату (оболонкові СЕ) і води (об'ємні елементи). Виконано чисельні дослідження власних частот. Проведено аналіз першої власної частоти коливань конструкції кришки гідротурбіни з урахуванням і без урахування впливу води. Власна частота гідропружної задачі при метровій глибині під кришкою, яка отримана МСЕ, дорівнює 23,69 Гц, що на 7,2 % менше, ніж частота у вакуумі.

Проведено розрахунок власних частот при глибині води під кришкою в діапазоні від 0,5 до 20 м. Установлено, що вплив води проявляється у всьому дослідженому діапазоні, а зі збільшенням глибини частота гідропружних коливань знижується, при цьому ступінь впливу води зі збільшенням глибини зменшується. Найвища похибка частоти, яку розраховано за наближеною формулою, що не враховує процес хвилеутворення, у зазначеному діапазоні глибин становить 21%. Тому у процесі проектування реальних конструкцій треба розв'язувати задачу про гідропружні коливання за допомогою МСЕ.

Власна форма другої частоти коливань – крутильна. Оскільки модель рідини прийнята нев'язкою, то вона не залучається до крутильних переміщень й тому вплив води

на власну частоту відсутній. Третя власна форма є циклічно симетричною з одним вузловим діаметром і практично не залежить від глибини води.

Література

1. Веремеєнко І.С., Кантор Б.Я., Медведовская Т.Ф., Ржевская І.Е., Андрющенко С.А. прочностных и динамических характеристик циклически симметричных конструкций гидротурбин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 9(56). – С. 105–109.
2. Медведовская Т.Ф., Зеленская О.Н., Медведовский А.В. Прочность, динамика и ресурс несущих конструкций гидротурбин // Пробл. машиностроения. – 2007. – Т. 10. – №3. – С. 49 – 55.
3. Кантор Б.Я., Науменко В., Єселева О.В., Медведовська Т.Ф., Ржевська І., Стрельнікова О.О. Гідропружні коливання елементів гідротурбін // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур: зб. доп. – Львів, 2003. – С. 384 – 385.
4. Кантор Б.Я., Медведовская Т.Ф., Ржевская І.Е., Олейник Н.И. Оценка НДС, ресурса ротора дискового гидрозатвора и крышки гидротурбины при условии безопасной эксплуатации // Вестник двигателестроения. – 2007. – №3. – С. 80 – 84.
5. Мисюра С.Ю. Исследование прочностных характеристик крышки гидротурбины и возможностей улучшения конструкции // Сучасні проблеми машинобудування: тези доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. – Харків: Інститут пробл. машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, 2010. – С. 11.
6. Кантор Б.Я., Андрющенко С.А., Мисюра С.Ю. Исследование напряженно-деформированного состояния крышки гидротурбины и возможностей совершенствования конструкции // Вісник НТУ «ХП». Динаміка і міцність машин». – 2010. – Вип. 69. – С. 58 – 67.
7. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. – М.: Высшая шк., 1985. – 392
8. Шлычков С.В. Особенности динамического поведения связанных систем [Электронный ресурс]. Электронные текстовые данные Марийского гос. техн. ун-та. – Йошкар-Ола (Россия). Режим доступа: <http://rudocs.exdat.com/docs/index-26228.html>
9. Schroeder, Marcus. Finite element solution of fluid structure interaction problems // Shock & vibration symposium. – San Diego, 1975.

Отримана 25.04.12

S. Misiura

Analysis of natural frequencies of an adjustable blade hydroturbine cover with an influence of a water and without it
The A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv

A mathematical model of an adjustable blade hydroturbine cover and water based on FEM was developed. Numerical investigation of natural vibrations of a hydroturbine cover with an influence of water and without it was carried out. Calculations of natural frequencies in water at the depth in the range from 0,5 to 20 m were carried out. The natural frequency of the cover subject to water for a one meter depth is 23,69 Hz. It is 7,2% smaller than the frequency in a vacuum. It is found that there exists an influence of a water on natural frequencies for all test range and a frequency of hydroelastic vibrations is reduced with increasing water depth.