

УДК 539.3

*Чернобрышко М.В., канд. техн. наук; Аврамов К.В., д-р техн. наук; Романенко В.Н., Кочуров Р.Е., канд. техн. наук; Батутина Т.Я.*

## СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБТЕКАТЕЛЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

**Введение.** Спрос на украинскую ракетно-космическую технику в последние годы расширился далеко за пределы страны. В связи с этим изменились условия эксплуатации ракет-носителей, что привело к изменению динамических свойств их элементов [1]. Обтекатели некоторых современных ракет-носителей совершают значительные аэроупругие колебания в полете, что может привести к их разрушению [2, 3]. В работе строится математическая модель собственных колебаний этих обтекателей.

Обтекатель ракет-носителей представляет собой тонкую оболочечную конструкцию, которая защищает полезный груз ракеты при выведении его на орбиту. В процессе полета на обтекатель действуют аэродинамические нагрузки, которые приводят к интенсивным аэроупругим колебаниям. Конструктивная схема обтекателя ракетносителя серии «Днепр» представлена на рис.1. Размеры обтекателей существенно меняются в зависимости от количества выводимых на орбиту спутников, а, следовательно, и динамические характеристики обтекателей различных серий существенно отличаются между собой.

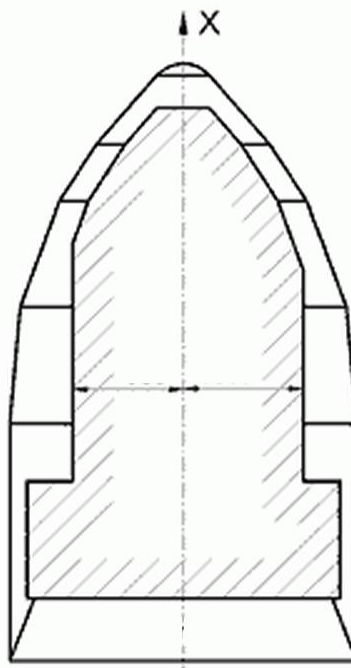


Рис. 1. Схема конструкции обтекателя.

Анализ геометрии обтекателя свидетельствует, что он хорошо описывается параболической оболочкой постоянной толщины. Предполагается, что оболочка совершает колебания с амплитудами значительно меньшими ее толщины. Напряжения и деформации оболочки удовлетворяют закону Гука. Так как оболочка является тонкой, то сдвиги и инерцию вращения не учитывают. В этом случае колебания оболочки являются линейными. Обтекатель моделируется эллиптическим параболоидом вращения.

© М.В. Чернобрышко, 2013

Спектр собственных частот и форм колебаний определяется методом Релея – Ритца. Результаты численного анализа сравниваются с данными метода конечных элементов.

**Математическая модель задачи.** Деформационное состояние срединной поверхности параболоида опишем проекциями перемещений на направления касательных к координатным линиям  $u(\theta, \varphi, t), v(\theta, \varphi, t), w(\theta, \varphi, t)$ . Углы  $\theta, \varphi$  описывают положение точек на срединной поверхности (рис. 2).

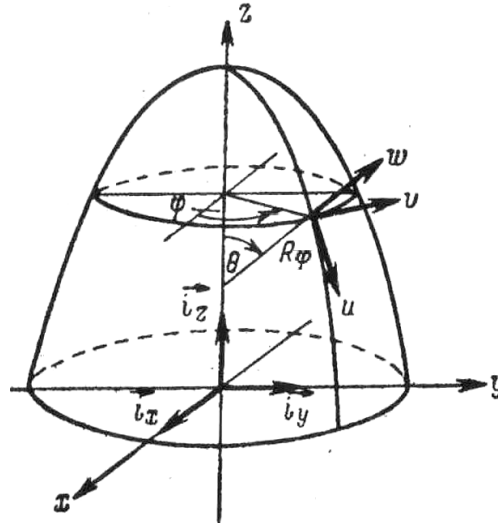


Рис. 2. Эскиз оболочки

Потенциальную энергию упругой деформации оболочки представим в виде [4]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}\varepsilon_{22} + \sigma_{12}\varepsilon_{12}) \left(1 + \frac{z}{R_\theta}\right) \left(1 + \frac{z}{R_\varphi}\right) R_\theta R_\varphi \sin \theta d\theta d\varphi dz, \quad (1)$$

где  $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{22}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций;  $R_\theta, R_\varphi$  – радиусы кривизны координатных линий  $\theta, \varphi$ , соответственно. Компоненты тензоров напряжений и деформаций удовлетворяют закону Гука:

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}), \quad \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{22} + \nu\varepsilon_{11}), \quad \sigma_{12} = \frac{E}{2(1+\nu)} \varepsilon_{12}, \quad (2)$$

где  $E, \nu$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Радиусы кривизны координатных линий определяются так [5]:

$$R_\theta = \frac{R_0}{(1 + \chi \sin^2 \theta)^{3/2}}, \quad R_\varphi = \frac{R_0}{(1 + \chi \sin^2 \theta)^{1/2}}, \quad (3)$$

где  $R_0$  – радиус кривизны в особой точке оболочки  $\theta = 0$ ; значение  $\chi$  определяет форму оболочки вращения. Отметим, что для параболической оболочки  $\chi = -1$ , а для сферической –  $\chi = 0$ .

Верхняя точка оболочки  $\theta = 0$  является особой. Поэтому для расчета собственных частот и форм колебаний около этой точки вырежем отверстие диаметром меньше, чем толщина оболочки. Это маленькое отверстие слабо влияет на динамику конструкции [6]. Потенциальную энергию оболочки (1) с учетом (2) можно представить так:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{2\pi} \frac{E}{1-\nu^2} \left( \varepsilon_{11}^2 + 2\nu\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \varepsilon_{12}^2 \right) \times \\ & \times \left( 1 + \frac{z}{R_\theta} \right) \left( 1 + \frac{z}{R_\varphi} \right) R_\theta R_\varphi \sin \theta d\theta d\varphi dz, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $h$  – толщина оболочки;  $\theta_1$  – координата точки меридиана, близкой к особой точке оболочки  $\theta = 0$ ;  $\theta_2$  – конечная координата меридиана, определяемая из уравнения  $\theta_2 = \arctg(r/R_0)$ ,  $r$  – максимальный радиус обтекателя.

Компоненты тензора деформаций связаны с перемещениями зависимостями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} = & \frac{\cos^3(\theta)}{R_0} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \right) + z \left[ \frac{\cos^6(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{\cos^5(\theta) \sin(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + 3u \right) \right], \\ \varepsilon_{22} = & \frac{\text{ctg}(\theta)}{R_0} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \cdot \cos(\theta) + w \cdot \sin(\theta) \right) + \\ & + z \left[ \frac{\text{ctg}(\theta) \cos(\theta)}{R_0^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\text{ctg}^2(\theta)}{R_0^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\text{ctg}(\theta) \cos^4(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} - u \right) \right], \quad (5) \\ \varepsilon_{12} = & \frac{\cos^2(\theta)}{R_0} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \cdot \cos(\theta) - v \cdot \sin(\theta) + w \cdot \text{ctg}(\theta) \cos(\theta) \right) + \frac{\text{ctg}(\theta)}{R_0} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \\ & + z \left[ \frac{\text{ctg}(\theta) \cos^2(\theta)}{R_0^2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{\text{ctg}(\theta) \cos^3(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial \varphi} - \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial v}{\partial \theta} + v \right) \right]. \end{aligned}$$

Кинетическую энергию оболочки представим в следующем виде:

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_0^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{2\pi} \left( \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right) R_\theta R_\varphi \sin \theta d\theta d\varphi dz, \quad (6)$$

где  $\rho$  – плотность материала обтекателя.

Для расчета собственных частот и форм колебаний оболочки воспользуемся методом Релея-Ритца. Линейные колебания оболочки представим в виде произведения функций координат и времени

$$\begin{aligned} u(\theta, \varphi, t) &= \tilde{u}(\theta, \varphi) \cos(\omega t), \\ v(\theta, \varphi, t) &= \tilde{v}(\theta, \varphi) \cos(\omega t), \\ w(\theta, \varphi, t) &= \tilde{w}(\theta, \varphi) \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда кинетическую (6) и потенциальную (4) энергии оболочки с учетом (7) можно преобразовать к виду

$$T(\theta, \varphi, t) = \omega^2 \sin^2 \omega t \cdot \tilde{T}(\theta, \varphi), \quad (8)$$

$$\Pi(\theta, \varphi, t) = \cos^2 \omega t \cdot \tilde{\Pi}(\theta, \varphi). \quad (9)$$

Функции перемещений, входящие в (7), представим в виде укороченных рядов Фурье в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \psi_i^{(u)}(\theta) (A^{(1)}_{ij} \sin j\varphi + A^{(2)}_{ij} \cos j\varphi), \\ \tilde{v}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \psi_i^{(v)}(\theta) (B^{(1)}_{ij} \sin j\varphi + B^{(2)}_{ij} \cos j\varphi), \\ \tilde{w}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \psi_i^{(w)}(\theta) (C^{(1)}_{ij} \sin j\varphi + C^{(2)}_{ij} \cos j\varphi), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $A^{(1)}_{ij}, A^{(2)}_{ij}, \dots, C^{(2)}_{ij}$  – неизвестные параметры;  $\psi_i^{(u)}(\theta), \psi_i^{(v)}(\theta), \psi_i^{(w)}(\theta)$  – функции, определяемые из краевых условий оболочки. Вследствие осесимметричности конструкции, собственные частоты колебаний парные. Для того чтобы из пары частот выделить одну, перемещения срединной поверхности представим так:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} A_{ij} \psi_i^{(u)}(\theta) \cos j\varphi, \\ \tilde{v}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} B_{ij} \psi_i^{(v)}(\theta) \sin j\varphi, \\ \tilde{w}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} C_{ij} \psi_i^{(w)}(\theta) \cos j\varphi. \end{aligned} \quad (11)$$

Рассмотрим условия закрепления оболочки. На стороне  $\theta = \theta_2$  оболочка закреплена, а наверху, в месте маленького выреза  $\theta = \theta_1$ , оболочка свободна. Так как нами применяется метод Релея-Ритца, то учитываются только кинематические граничные условия. Поэтому, на свободной стороне оболочки, не учитываются какие-либо граничные условия. Условия закрепления оболочки представим так:

$$\tilde{u}|_{\theta=\theta_2} = \tilde{v}|_{\theta=\theta_2} = \tilde{w}|_{\theta=\theta_2} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_2} = 0. \quad (12)$$

Для приближенного определения собственных частот колебаний в качестве функций  $\psi_i^{(u)}(\theta), \psi_i^{(v)}(\theta)$  используем собственные формы продольных колебаний консольного стержня, а в качестве функций  $\psi_i^{(w)}(\theta)$  выберем собственные формы изгибных колебаний консольного стержня. С учетом (12) эти функции представим следующим образом:

$$\psi_i^{(u)}(\theta) = \psi_i^{(v)}(\theta) = \cos \frac{(2i-1)\pi\theta}{2\theta_2}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \psi_i^{(w)}(\theta) = & \frac{1}{2} \left( \cosh \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] - \cos \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] \right) - \\ & - \frac{\sinh(k_i s) - \sin(k_i s)}{2(\cosh(k_i s) - \cos(k_i s))} \left( \sinh \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] - \sin \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Для расчета собственных частот и форм линейных колебаний оболочки воспользуемся принципом Остроградского – Гамильтона и рассмотрим функционал:

$$\int_0^{2\pi/\omega} (\Pi - T) dt = \frac{\pi}{\omega} \left[ \tilde{\Pi}(A^{(1)}_{ij}, \dots, C^{(2)}_{ij}) - \omega^2 \tilde{T}(A^{(1)}_{ij}, \dots, C^{(2)}_{ij}) \right] \quad (16)$$

Теперь определим минимум функционала (16) на множестве переменных  $A^{(1)}_{ij}, \dots, C^{(2)}_{ij}$ . Для этого решается система линейных алгебраических уравнений, которую можно представить так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A_{ij}} (\Pi_{\max} - T_{\max}) &= 0, \quad (i = 1 \dots N_1, \quad j = 1 \dots N_2), \\ \frac{\partial}{\partial B_{ij}} (\Pi_{\max} - T_{\max}) &= 0, \quad (i = 1 \dots N_3, \quad j = 1 \dots N_4), \\ \frac{\partial}{\partial C_{ij}} (\Pi_{\max} - T_{\max}) &= 0, \quad (i = 1 \dots N_5, \quad j = 1 \dots N_6). \end{aligned} \quad (17)$$

Из этой системы линейных алгебраических уравнений получим проблему собственных значений:

$$|C - \omega^2 M| = 0. \quad (18)$$

Из решения проблемы собственных значений (18) находим частоты и формы линейных колебаний.

**Численный анализ свободных колебаний обтекателей.** Расчеты проводились для трех оболочек с радиусом основания  $R = 2$  м и высотами  $H_1 = 2$  м,  $H_2 = 3$  м,  $H_3 = 4$  м. В качестве тестового расчета рассматривалась сферическая оболочка заданного радиуса. Толщины оболочек принималась одинаковым  $h = 5$  мм. Расчеты с различными высотами параболоида проводились для исследования влияния высоты на собст-

венные частоты и формы колебаний оболочки. Результаты расчетов, полученных методом Релея-Ритца, сравнивались с данными метода конечных элементов. Расчеты проводились для материала со следующими механическими характеристиками:  $E = 71$  ГПа,  $\rho = 2640 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 0,3$ .

В качестве тестовых проводились расчеты частот собственных колебаний сферической оболочки, жестко закрепленной по диаметру. В таблице 1 представлены результаты этих расчетов. Совпадение результатов расчетов по двум методикам достаточно хорошее. Однако, вторая частота без узлов не определяется. Этой частоте соответствует осесимметричная форма колебаний. Дальнейшие исследования показали, что для оболочек в форме эллиптических параболоидов произвольных размеров осесимметричная форма колебаний отсутствует.

Таблица 1

Частоты собственных колебаний сферы с радиусом  $R = 2$  м

Частота	Метод конечных элементов, Гц	Метод Релея – Ритца, Гц	Относительная погрешность
1	231,29	231,79	0,00216
2	308,29	-	-
3	364,83	364,98	0,00041
4	370,86	370,96	0,00027
5	388,63	388,22	0,00106
6	393,95	395,86	0,00482
7	396,35	397,13	0,00196

В таблице 2 представлены результаты расчетов для оболочки с высотой  $H_1 = 2$  м. Для расчета собственных форм колебаний использовались соотношения (11). Отметим, что результаты, полученные методом Релея-Ритца, сравнивались с данными, полученными методом конечных элементов. Результаты такого сравнения представлены в таблице 1. Итак, результаты, полученные методом конечных элементов, близки к данным, полученным методом Релея-Ритца.

Таблица 2

Частоты собственных колебаний оболочки с высотой  $H_1 = 2$  м и  $R = 2$  м

Частота	Метод Релея – Ритца, Гц	Метод конечных элементов, Гц	Относительная погрешность
1	157,60	157,50	0,00063
2			
3	160,54	159,34	0,00747
4			
5	164,04	162,67	0,00835
6			
7	168,22	167,43	0,00470
8			
9	173,30	173,58	0,00162
10			

На рис 3а представлена форма колебаний всего параболоида  $\tilde{w}(\theta, \varphi)$ , соответствующая первой частоте, а на рис. 3б показана форма колебаний вдоль меридианы. Эта форма имеет 13 узлов в окружном направлении и 8 узлов в направлении меридианы. Формы колебаний  $\tilde{w}(\theta, \varphi)$ , соответствующие второй, третьей и четвертой частотам также имеют 8 узлов в направлении меридианы, при этом число узлов в окружном направлении уменьшается от 12 до 10 соответственно.

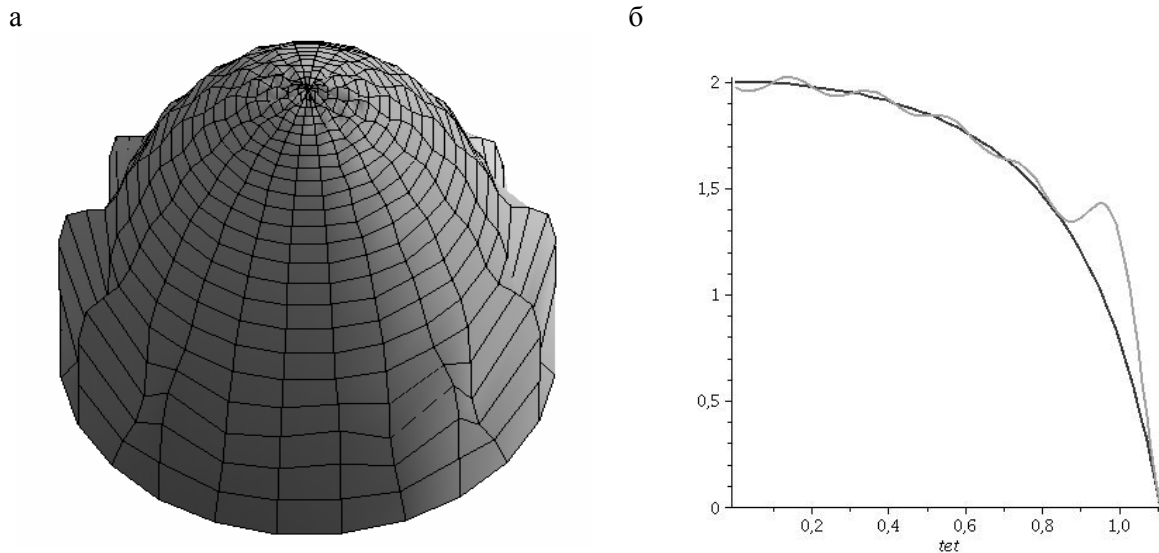


Рис. 3. Форма колебаний  $\tilde{w}(\theta, \varphi)$  параболоида с высотой  $H_l = 2$  м, соответствующая первой частоте.

На рис. 4а представлена форма колебаний всего параболоида  $\tilde{w}(\theta, \varphi)$ , соответствующая пятой частоте колебаний, а на рис. 4б показана эта форма колебаний вдоль меридианы. Эта форма имеет 9 узлов в окружном направлении и 7 узлов в направлении меридианы. Характерно, что для первых пяти частот количество узлов в окружном направлении уменьшается с увеличением частоты.

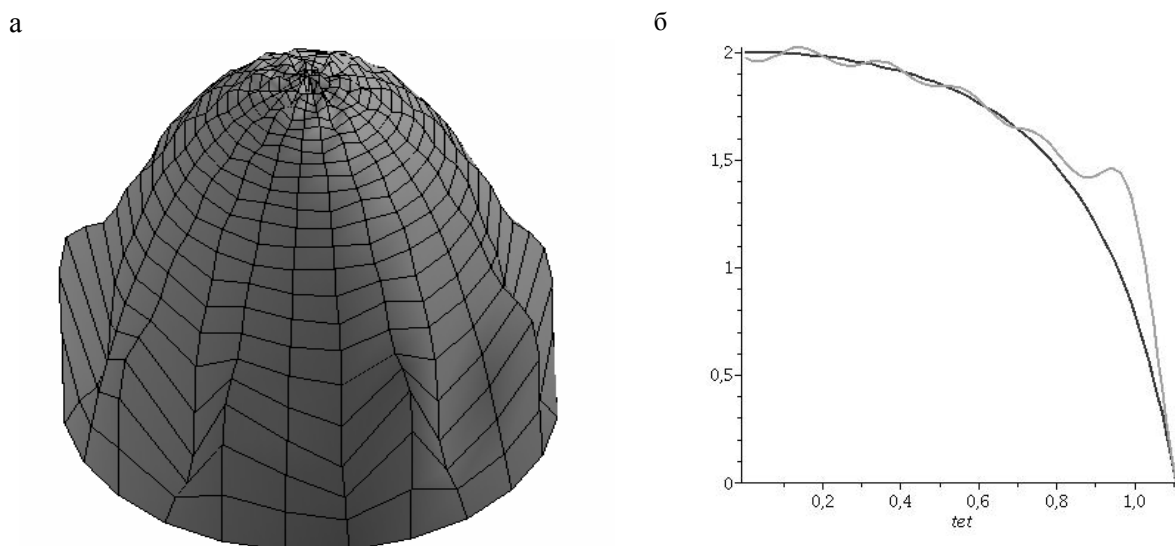


Рис. 4. Форма колебаний  $\tilde{w}(\theta, \varphi)$  параболоида с высотой  $H_l = 2$  м, соответствующая пятой частоте.

На рисунке 5 представлены линии уровня первой и пятой форм колебаний  $\tilde{w}(\theta, \varphi)$ . Из этого рисунка видно, что около заделанной части параболоида наблюдается волнообразование в окружном направлении с большим числом узлов, а сверху параболоида узлов колебаний в окружном направлении нет. Характерной особенностью всех форм является тот факт, что интенсивность колебаний вершины параболоида значительно меньше, чем интенсивность колебаний ее нижней части. Это является существенным отличием по сравнению с формами колебаний у сферы с  $R = 2$  м.

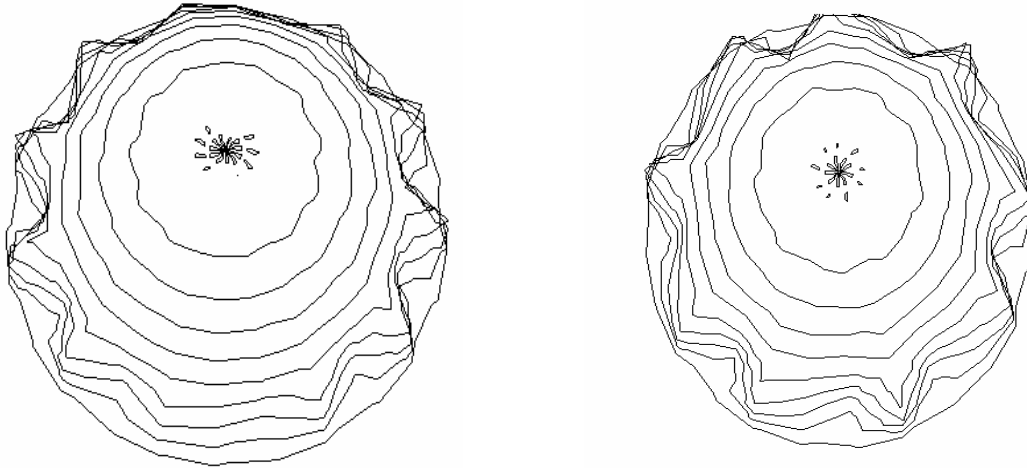


Рис. 5. Линии уровня первой и пятой форм колебаний.

Сравним собственные частоты колебаний для параболоидов различной высоты. Результаты анализа первых пяти собственных частот представлены в таблице 3. В этой таблице представлены результаты расчетов, полученные методом Релея - Ритца и методом конечных элементов. Подчеркнем, что при последовательном увеличении высоты параболоида собственные частоты колебаний падают. Для параболоида высотой 3 м наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов, полученных двумя методами. Относительная погрешность вычислений не превышает 1%. На рис. 6 показаны эти собственные частоты колебаний в зависимости от номера собственной частоты.

Таблица 3

Частоты собственных колебаний параболоидов

Частота, Гц		$p1$		$p2$		$p3$		$p4$		$p5$	
$H, м$	$H/R$	МКЭ	МРР	МКЭ	МРР	МКЭ	МРР	МКЭ	МРР	МКЭ	МРР
2	1	157,5	157,6	159,3	160,5	162,7	164,0	167,4	168,2	173,6	173,3
3	1,5	105,0	105,1	105,7	106,0	106,1	107,3	108,6	108,4	108,9	109,9
4	2	75,7	86,3	76,0	86,5	77,4	86,8	78,5	87,0	80,9	87,4

При увеличении высоты параболоида до  $H/R = 2$  наблюдается существенное отличие между частотами, полученными разными методами (рис.7). Как показали численные расчеты, при дальнейшем увеличении высоты параболоида точность собственных частот, полученных методом Релея-Ритца, сильно снижается.

Дело в том, что базисные функции (11), аппроксимирующие формы колебаний, хорошо описывают колебания только низких параболоидов, в которых  $0 < \theta < 0,4\pi$ .



Поскольку при  $\theta = 0,5\pi$  радиус кривизны меридиана стремится к бесконечности, то его значения при  $\theta \geq 0,4\pi$  быстро растут, при этом точность численного интегрирования падает. Для более высоких параболоидов необходимо использовать базисные функции отличные от (11). К сожалению, применение в качестве базисных функций полиномов или тригонометрических функций не дало положительных результатов. Нам не удалось найти базисных функций, которые хорошо аппроксимируют собственные формы колебаний высоких параболоидов. Для расчетов колебаний высоких параболоидов можно рекомендовать метод конечных элементов.

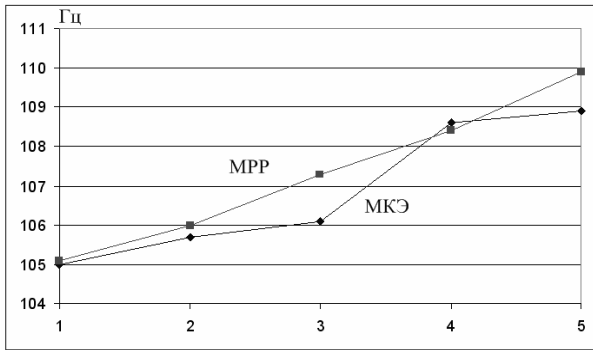


Рис. 6. Собственные частоты параболоида высотой  $H_2 = 3$  м

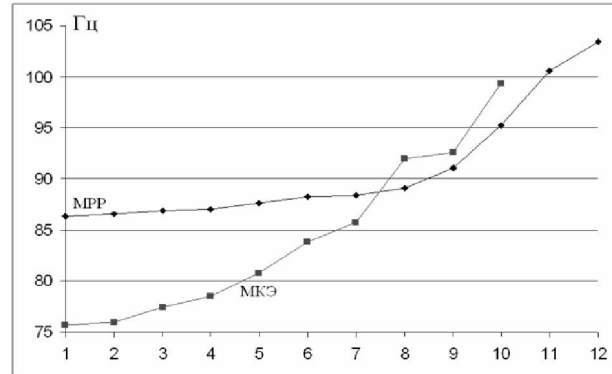


Рис. 7. Собственные частоты параболоида высотой  $H_3 = 4$  м

**Выводы.** В работе предложен метод расчета собственных частот и форм колебаний обтекателей ракетносителей, основанный на использовании метода Релея-Ритца. Как показало сравнение результатов, полученных этим методом, с методом конечных элементов, для низких обтекателей данные двух методов близки. Для высоких параболоидов предложенный метод дает неверные результаты. К сожалению, нам не удалось найти базисные функции, аппроксимирующие собственные формы колебаний высоких параболоидов. Поэтому для расчета высоких параболоидов можно рекомендовать использование метода конечных элементов.

Около заделанной части параболоида наблюдается волнообразование в окружном направлении с большим числом узлов, а вверху параболоида узлов колебаний в окружном направлении нет. Характерной особенностью всех форм является тот факт, что интенсивность колебаний вершины параболоида значительно меньше, чем интенсивность колебаний ее нижней части.

Отметим, что при последовательном увеличении высот параболоидов их собственные частоты колебаний падают.

Работа выполнена при поддержке Целевой комплексной программы НАН Украины по космическим исследованиям на 2012-2016 гг.

**Литература:** 1. Шевцов Е.И. Проектно конструкторские аспекты обеспечения безопасности на этапе разработки ракеты-носителя / Е.И. Шевцов // *Космические технологии: настоящее и будущее.* – Днепропетровск. – 2013. – С. 25. 2. Аврамов К.В. Нестационарные изгибно-изгибно-продольные колебания ракетносителя с космическим аппаратом / К.В. Аврамов, В.А. Пирог, В.М. Федоров, Т.М. Пересадыко, Н. В. Ширяева // *Проблемы машиностроения.* – 2011.– №5. – С. 35-48. 3. Chernobryvko M.V. Free Vibrations of Rockets Deflectors / M.V. Chernobryvko, K.V. Avramov, T.J. Batutina, A.M. Tonkonogenko // *Proceedings of the 4th*

*International Conference on Nonlinear Dynamics. – June 19-22, 2013. – Sevastopol, Ukraine. – P 231-234. 4. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек / Э.И. Григолюк, В.В. Кабанов. – М: Наука, 1978. – 344 с. 5. Биргер И.А. Прочность. Устойчивость. Колебания. / И.А. Биргер, Я.Г. Пановко. – Справочник в трех томах. Том 1– М: Машиноведение, 1968. – 728 с. 6. Чернобрырко М.В. Собственные колебания обтекателей ракет-носителей / М.В. Чернобрырко, К.В. Аврамов, В.Н. Романенко, А.М. Тонконоженко, Т.Я. Батутина // Вісник СевНТУ. – 2013. – Вип. 137: Механіка, енергетика, екологія. – С. 15-18.*

**Bibliography (transliterated):** 1. Shevcov E.I. Proektno konstruktorskie aspekty obespechenija bezopasnosti na jetape razrabotki rakety-nositelja / E.I. Shevcov // Kosmicheskie tehnologii: nastojashhee i budushhee. Dnepropetrovsk. – 2013. – S. 25. 2. Avramov K.V. Nestacionarnye izgibno-izgibno-prodol'nye kolebanija raketonositelja s kosmicheskim apparatom / K.V. Avramov, V.A. Pirog, V.M. Fedorov, T.M. Peresad'ko, N. V. Shirjaeva // Problemy mashinostroenija. – 2011. – #5. – S. 35-48. 3. Chernobryvko M.V. Free Vibrations of Rockets Deflectors / M.V. Chernobryvko, K.V. Avramov, T.J. Batutina, A.M. Tonkonogenko // Proceedings of the 4th International Conference on Nonlinear Dynamics. – June 19-22, 2013. – Sevastopol, Ukraine. – R 231-234. 4. Grigoljuk Je.I. Ustojchivost' obolochek / Je.I. Grigoljuk, V.V. Kabanov. – М: Nauka, 1978. – 344 s. 5. Birger I.A. Prochnost'. Ustojchivost'. Kolebanija. / I.A. Birger, Ja.G. Panovko. – Spravochnik v treh tomah. Tom 1– М: Mashinovedenie, 1968. – 728 s. 6. Chernobryvko M.V. Sobstvennye kolebanija obtekatelej raket-nositelej / M.V. Chernobryvko, K.V. Avramov, V.N. Romanenko, A.M. Tonkonozhenko, T.Ja. Batutina // Visnik SevNTU. – 2013. – Vip. 137: Mehanika, energetika, ekologija. – S. 15-18.

Чернобрырко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.М., Кочуров Р.Є., Батутина Т.Я.

#### ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ ПАРАБОЛІЧНИХ ОБТІЧНИКІВ РАКЕТ-НОСІЇВ

У роботі розглядається модель вільних коливань параболічних обтічників ракет-носіїв, які моделюються тонкими оболонками. Для дослідження коливань конструкції виводиться кінетична і потенційна енергії параболічної оболонки. Для дослідження коливань застосовується метод Релея - Рітца. Результати чисельних досліджень порівнюються з даними, отриманими за допомогою програмного комплексу ANSYS

Чернобрырко М.В. Аврамов К.В., Романенко В.Н., Кочуров Р.Е., Батутина Т.Я

#### СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБТЕКАТЕЛЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

В работе рассматривается модель свободных колебаний параболических обтекателей ракет-носителей, которые моделируются тонкими оболочками. Для исследования колебаний конструкции выводится кинетическая и потенциальная энергии параболической оболочки. Для исследования колебаний применяется метод Релея- Ритца. Результаты численных исследований сравниваются с данными, рассчитанными с помощью программного комплекса ANSYS.

Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N., Cochurov R. E., Batutina T.Y.

#### FREE VIBRATIONS OF ROCKETS PARABOLIC DEFLECTORS

Mathematical model of the free vibrations of rockets parabolic deflections, which are described by thin shells, are considered. Kinetic and potential energies of the structure are derived to analyze free vibrations. The Rayleigh- Ritz method is used to analyze vibrations. The results are compared with results calculated software ANSYS.