

БИЛИНЕАРИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА В ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Введение. На сегодня большое количество используемых конструкций исчерпывают свою нагрузочную способность из-за отсутствия современных методик для научного обоснования их рациональных параметров в ходе проектных исследований. Высокие темпы научно-технического прогресса и необходимость ускорения темпов разработки и освоения новых видов продукции машиностроения, особенно сложных конструкций, обусловили использование методов оптимизации решений при их проектировании и технологической подготовке производства [1–6].

Данная статья посвящена одному из трех основных типов моделей, на сегодня используемых в оптимизационных исследованиях – модели поверхности отклика.

Метод решения. Характерной чертой поверхности отклика является то, что в данной модели рассматриваемая система состоит из аппроксимирующих уравнений выбранного вида, коэффициенты которых определяются на основе полученной информации о ее поведении. Это позволяет использовать модель поверхности отклика в случаях, когда отклик системы непредсказуем, в частности, на стадии ее проектирования.

Для определения рациональных параметров системы нужно дать описание поверхности отклика в широком интервале варьирования независимых переменных. Решение данной задачи осуществляется при помощи метода линеаризации [7, 8], который заключается в проведении серии критериальных опытов, что позволяет описать поверхность отклика полиномами первого порядка. В статье [8] на тестовых задачах показано, что погрешность линеаризованной зависимости перемещений, напряжений, критических усилий и собственных частот составляет около 4–6 %.

Если требуется более точно определить оптимальное решение, поверхность отклика необходимо описать полиномами второго, а то и третьего порядка. Такой подход требует проведения большего количества опытов, что, соответственно, усложняет задачу.

Математический смысл метода билинеаризации таков. Предположим, в системе две управляющие переменные. По теореме Тейлора для функции, определяющей поверхность отклика, имеет место равенство:

$$\begin{aligned}
 f(p_1, p_2) = & f(p_1^0, p_2^0) + \frac{1}{1!} \left(\frac{\partial f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_1} (p_1 - p_1^0) + \frac{\partial f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_2} (p_2 - p_2^0) \right) + \\
 & + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_1^2} (p_1 - p_1^0)^2 + 2 \frac{\partial^2 f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_1 \partial p_2} (p_1 - p_1^0) (p_2 - p_2^0) + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2 f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_2^2} (p_2 - p_2^0)^2 \right) + R(x, y)
 \end{aligned} \quad (1)$$

или с удержанием меньшего количества членов ряда:

$$f(p_1, p_2) = f(p_1^0, p_2^0) + \frac{\partial f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_1} (p_1 - p_1^0) + \frac{\partial f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_2} (p_2 - p_2^0) + \frac{\partial^2 f(p_1^0, p_2^0)}{\partial p_1 \partial p_2} (p_1 - p_1^0)(p_2 - p_2^0) + R(x, y). \quad (2)$$

Билинейное приближение получается в результате игнорирования остаточного члена $R(x, y)$.

Основным вопросом при использовании, в частности, представления (2) является определение коэффициентов при приращениях параметров p_i , т.е. вычисление соответствующих частных производных. В данной работе для их аппроксимации предлагается использовать конечно-разностное представление с привлечением так называемых «реперных» решений [8]. «Реперными» называются точные численные решения задач, полученные, например, при помощи метода конечных элементов (МКЭ) [9-10] при варьировании параметра p_i на некоторую вперед заданную величину $(p_1 - p_1^0) \Delta p_1^*$, $(p_2 - p_2^0) \Delta p_2^*$.

Тогда

$$\frac{\partial f}{\partial p_1} \approx \frac{f(p_1, p_2) - f(p_1^0, p_2^0)}{\Delta p_1^*}; \quad (3) \quad \frac{\partial f}{\partial p_2} \approx \frac{f(p_1, p_2) - f(p_1^0, p_2^0)}{\Delta p_2^*}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p_1 \partial p_2} \approx \frac{f(p_1^0 + \Delta p_1^*, p_2^0 + \Delta p_2^*) - f(p_1^0, p_2^0) - \frac{\partial f}{\partial p_1} \Delta p_1^* - \frac{\partial f}{\partial p_2} \Delta p_2^*}{\Delta p_1^* \Delta p_2^*}. \quad (5)$$

В результате подстановки (3–5) в частную сумму ряда (2) допускается определенная погрешность. В общем случае произвольной функции f общего вида априорно оценить данную погрешность затруднительно. В соотношении (5) присутствуют значения частных производных, вычисляемые по приближенным равенствам (2), (3).

Таким образом, было решено оценить допускаемую погрешность при использовании предложенного подхода и целесообразность его применения на частных примерах. Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

Задача 1. Расчет боковой стены грузового полувагона на распорную нагрузку от сыпучего груза. Нагрузка прикладывалась к стойкам на высоте 1/3 высоты стойки от уровня пола [11, 12].

На рис. 1 представлены эпюры распределений перемещений и эквивалентных напряжений по Мизесу.

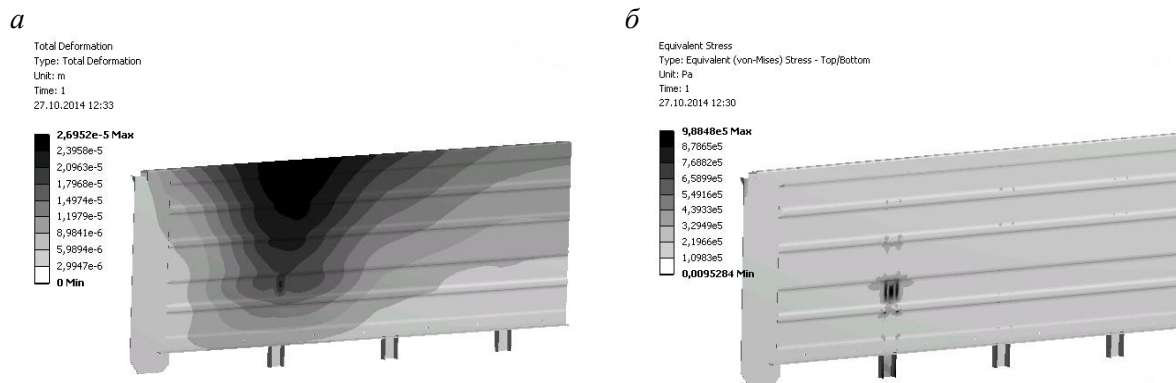


Рис. 1. Распределение полных перемещений (а) и эквивалентных напряжения (б) в боковой стене вагона

Варьируемые параметры в задаче оптимизации – толщины листа боковины (p_1) и швеллера стойки (p_3). В исходной конструкции они имеют значения 4 мм и 8 мм соответственно (для базового варианта). Поверхности отклика для максимальных перемещений и эквивалентных напряжений представлены на рис. 2.

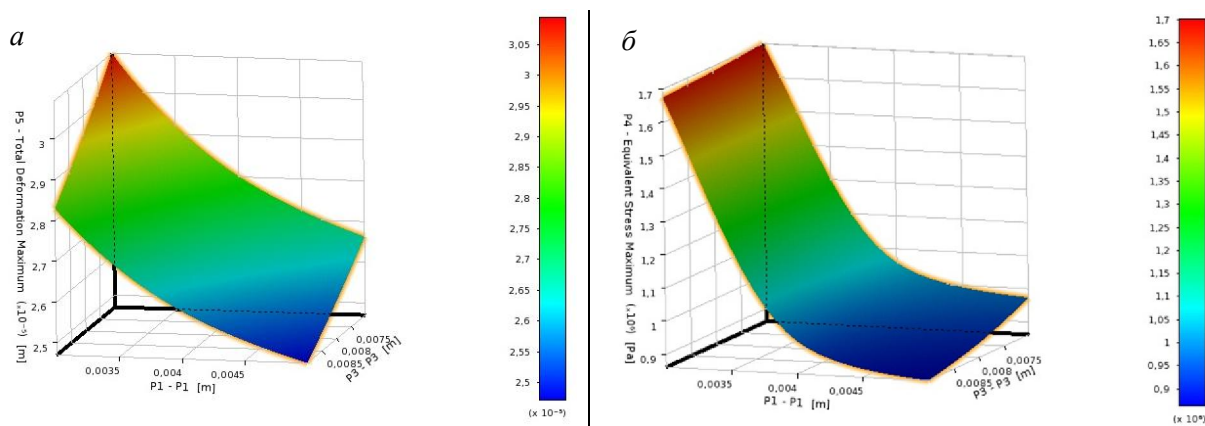


Рис. 2. Поверхности отклика максимальных перемещений (а) и эквивалентных напряжений (б) в стенках вагона как функции параметров p_1, p_3

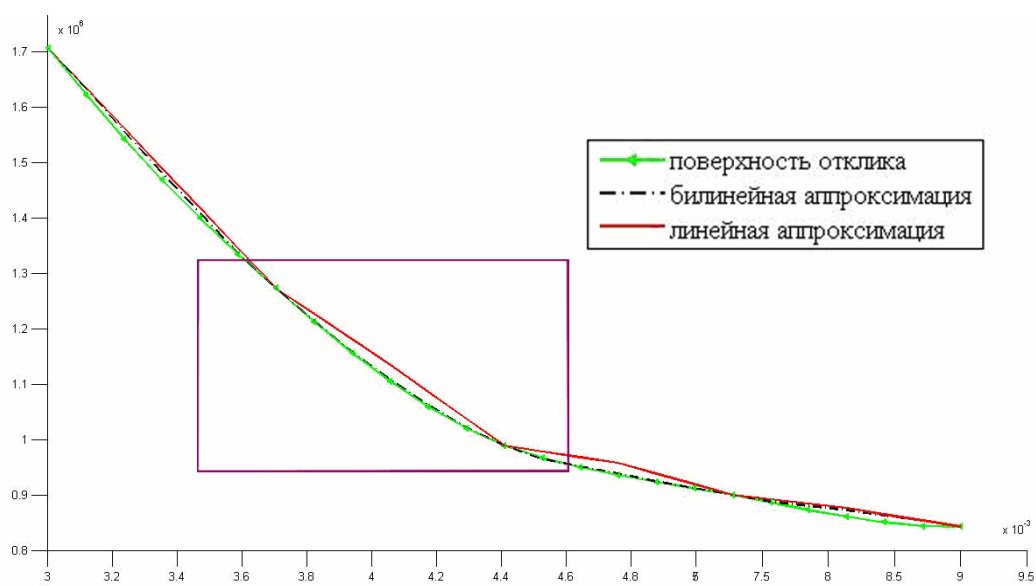


Рис. 3. Билинеаризованная зависимость эквивалентных напряжений от параметров p_1, p_3

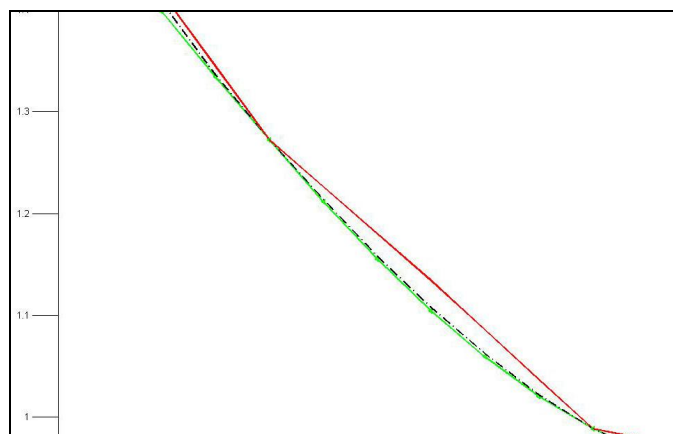


Рис. 4. Билинеаризованная зависимость эквивалентных напряжений от параметров p_1, p_3

При детальном рассмотрении сечения модели поверхности отклика эквивалентных напряжений (рис. 3, 4) видно, что квадратичная кривая с билинейной аппроксимацией более точно описывает целевую функцию (с погрешностью 3 %), но при этом на некоторых участках погрешность направлена не в сторону запаса прочности, как при линейной аппроксимации.

Задача 2. Расчет собственных частот колебаний железнодорожной цистерны. Исследовалось влияние толщин стенок цистерны (толщина днищ p_1 и толщина обечайки p_3) на величины собственных частот.

Рассмотрим влияние варьирования параметров, например, на 3-ю собственную частоту цистерны (рис. 5).

На рис. 6, 7 изображено сечение точной поверхности отклика, ее линейризованной и билинеаризованной аппроксимаций. Видно, что погрешность метода билинеаризации составляет около 2 %.

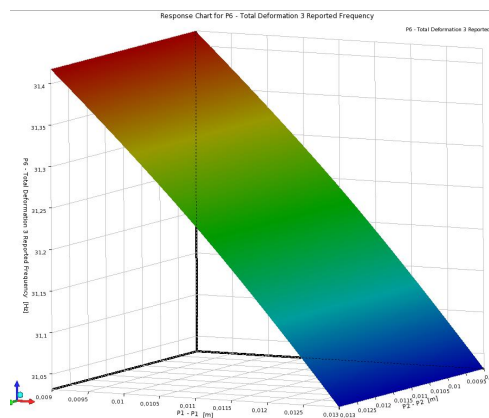


Рис. 5. Поверхность отклика 3-ей собственной частоты цистерны на варьирование параметров p_1, p_3

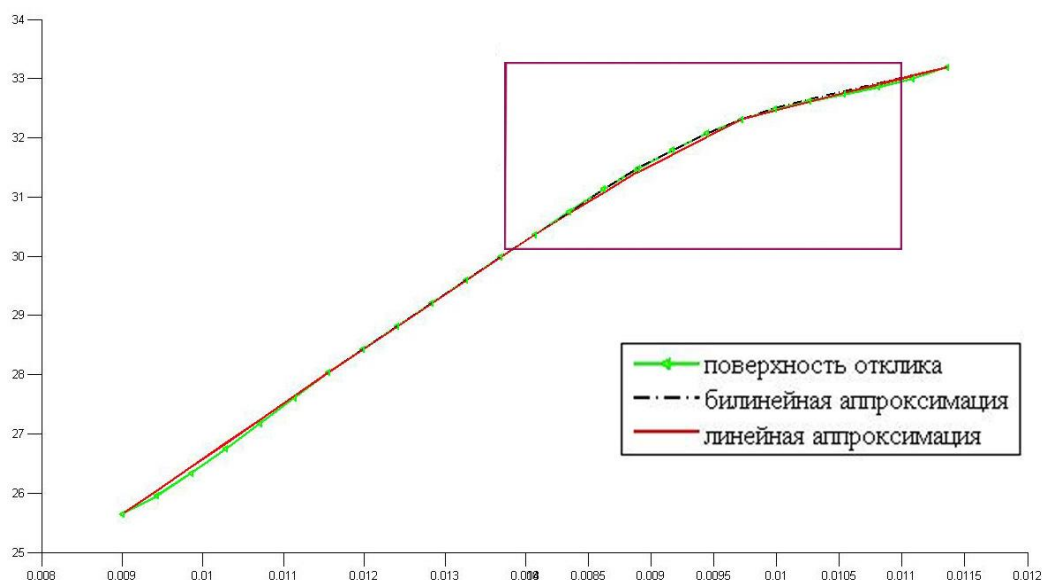


Рис. 6. Линейризация и билинеаризация поверхности отклика

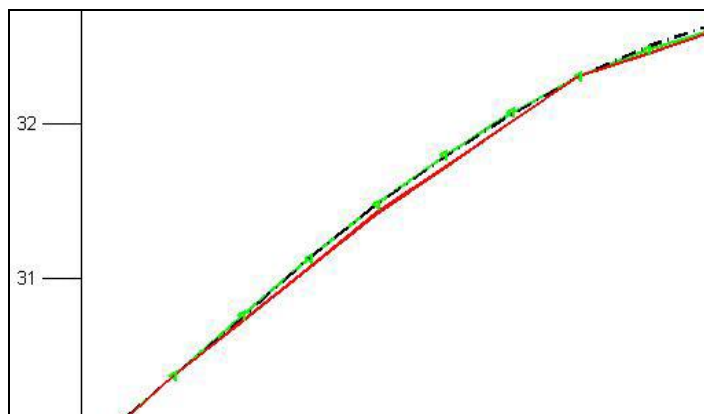


Рис. 7. Линеаризация и билинеаризация поверхности отклика

Выводы. Предложен подход к построению модели поверхности отклика в оптимизационных исследованиях объектов машиностроения – билинеаризация поверхности отклика. Он был опробован на задачах анализа прочности и вибрационных характеристик возмущенной конструкции. Подход доказал свою применимость для машиностроительных конструкций. При этом хотя получаемая поверхность отклика и имеет погрешность относительно истинной, но она очень мала (в рассмотренных случаях – до 3 %). В то же время в отдельных случаях следует ожидать более точной аппроксимации точной поверхности отклика, чем при использовании линейной аппроксимации. Получаемые модели могут быть использованы в других исследованиях прочностных, жесткостных и динамических характеристик элементов машиностроительных конструкций при варьировании их параметров и обосновании рациональных наборов последних.

Список литературы: 1. Пляскин И. И. Оптимизация технических решений в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1982. – 176 с. 2. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 235 с. 3. Карманов В. Г. Математическое программирование. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 264 с. 4. Ж. Сеа. Оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1973. – 244 с. 5. Г.Реклейтис, А.Рейвиндран, К.Рэгсдел. Оптимизация в технике. Том 1/ М.: Мир, 1986. – 348 с. 6. Г.Реклейтис, А.Рейвиндран, К.Рэгсдел. Оптимизация в технике. Том 2/ М.: Мир, 1986. – 320 с. 7. Ткачук Н. А., Литвиненко А.В., Костенко Ю.В., Танченко А.Ю., Грабовский А.В. Линеаризация функции отклика прочностных и динамических характеристик тонкостенных конструкции на изменение толщины //Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Транспортне машинобудування. – 2014. – № 14(1057). – С. 138-154. 8. Литвиненко А.В., Шейченко Р.И., Граборов Р.В., Бондаренко М.А./ Метод линеаризации поверхности отклика в задаче обоснования проектных параметров тонкостенных элементов машиностроительных конструкций. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Проблеми механічного приводу. – 2014.– №31(1074). – С. 88-98. 9. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542. 10. Стренг Г., Фікс Дж. Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977. – 351 с. 11. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог колеи 1520 мм (несамоходных), М., ГосНИИВ-ВНИИЖТ, 1996. 12. Чепурной А.Д., Литвиненко А.В., Баранов А.Н., Шейченко Р.И., Бондаренко М.А. / Экспериментальные исследования грузового вагона // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Транспортне машинобудування. – 2014.– №22(1065). – С. 44-61.

Bibliography (transliterated): Pliaskin I.I. Optimizatsiya tehnikeskikh resheni v mashinostroenii. – M.: Mashinostroenie, 1982. – 176 s. 2. Shup T. Reshenie inginernih zadach na EVM. – M.: Mir, 1982. – 235 s. 3. Karmanov. V.G. Matematicheskoe programmirovaniye. – M.:

FIZMATLIT, 2004. – 264 s. 4. G. Sea. Optimizatsiya. Teoriya i algoritmi. – M.: Mir, 1973. – 244 s. 5. G. Rekleitis, A. Reivindran, K. Regsde. Optimizatsiya v tehnikе. Tom 1/ M.: Mir, 1986. – 348 s. 6. G. Rekleitis, A. Reivindran, K. Regsde. Optimizatsiya v tehnikе. Tom 2/ M.: Mir, 1986. – 320 s. 7. Tkachuk N.A., Litvinenko A.V., Kostenko J.V., Tanchenko A.J., Grabovski A.V. Linearizatsiya funktsii otklika prochnostnih i dinamicheskikh harakteristik tonkostennih konstruktsii na izmenenie tolshini // *VIsnik NTU «HPI». Seriya: Transportne mashinobuduvannya.* – 2014. №14 (1057). – s. 138-154. 8. Litvinenko A.V., Cheichenko R.I., Graborov R.V., Bondarenko M.A./ *Metod linearizatsii poverhnosti otklika v zadache obosnovaniya proektnih parametrov tonkostennih elementov mashinostroitel'nykh konstruktsiy.* // *VIsnik NTU «HPI». Seriya: Problemi mehanichnogo privodu.* – 2014.– №31(1074). – С. 88-98. 9. Zenkevich O. *Metod konechnih elemntov v tehnikе* / O. Zenkevich. – M.: Mir, 1975. – 542 s. 10. Strng G., Fix J. *Teoriya metodu skinchennih elementiv.* M.: Mir, 1977. – 351 s. 11. *Normi dlya rascheta I proektirovaniya vagonov jeleznih dorog kolei 1520 mm (nesamohodnih), M., GosNIIV-VNIIT, 1996.* 12. *Chepurnoy A.D., Litvinenko A.V., Baranov A.N., Sheychenko R.I., Bondarenko M.A. / Eksperimentalnie issledovaniya gruzovogo vagona // VIsnik NTU «HPI». Seriya: Transportne mashinobuduvannya.* – 2014.– №22(1065). – S. 44-61.

Бондаренко М.О., Шейченко Р.І., Граборов Р.В., Шинкин Д.Г., Киричук Д.В.

БІЛІНІАРИЗАЦІЯ ПОВЕРХНІ ВІДГУКУ В ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ

У статті запропоновано підхід до побудови моделі поверхні відгуку в задачі оптимізації тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій. Він полягає в описі цільової функції поліномами другого порядку. На прикладі задач аналізу міцності і вібраційних характеристик конструкції показано застосовність запропонованого підходу для розрахунку об'єктів машинобудування. Оцінена похибка методу.

Бондаренко М.А., Шейченко Р.И., Граборов Р.В., Шинкин Д.Г., Киричук Д.В.

БИЛИНЕАРИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА В ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В статье предложен подход к построению модели поверхности отклика в задаче оптимизации тонкостенных элементов машиностроительных конструкций. Он заключается в описании целевой функции полиномами второго порядка. На примере задач анализа прочности и вибрационных характеристик конструкций показано применимость предложенного подхода для расчета объектов машиностроения. Оценена погрешность метода.

Bondarenko M.A., Sheychenko R.I., Graborov R.V., Shinkin D.G., Kyrychuk D.V.

BILINIARIZATION OF RESPONSE SURFACE IN OPTIMIZATION RESEARCH OF THIN-WALLED ELEMENTS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS

The article suggests an approach to construct the response surface model in the problem of optimization of thin-walled elements of engineering constructions. It is in description of the objective function by the second order polynomials. On the example of the problems of analysis of strength and vibration characteristics of construction the applicability of the proposed approach for the analysis of mechanical engineering objects is shown. The error of the method is evaluated.