

# ТРАНСПОРТНЕ МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 621.77

*Александрова Т.Е., д-р техн. наук; Костяник И.В., канд. техн. наук; Лазаренко А.О., канд. техн. наук*

## ИНВАРИАНТНЫЙ СТАБИЛИЗАТОР ОСНОВНОГО ВООРУЖЕНИЯ ТАНКА

**Постановка задачи.** Современные стабилизаторы основного вооружения танков являются двухплоскостными, т. е. осуществляют стабилизацию оси канала ствола танковой пушки относительно линии прицеливания в вертикальной плоскости путем поворота пушки относительно оси цапф, а в горизонтальной плоскости – путем поворота танковой башни относительно оси вращения башни. В качестве чувствительных элементов стабилизаторов в каналах вертикального и горизонтального наведения используются гироскопические датчики углов и угловых скоростей, причем реализуется принцип регулирования по отклонению, возникающему под действием внешних возмущений. Но в канале горизонтального наведения украинских танков Т-80УД и Т-84 использован более сложный закон стабилизации, в связи с тем, что танковая башня с пушкой не уравновешена относительно оси вращения, и составляющая линейного ускорения, возникающая при повороте танка и направленная вдоль его поперечной оси, вызывает возмущающий момент, который уводит башню с пушкой от заданного наводкой направления на цель. Поскольку первичной причиной такого увода является составляющая линейного ускорения башни, направленная вдоль ее поперечной оси, в канал горизонтального наведения башни введен датчик линейных ускорений, а алгоритм стабилизации формируется в виде

$$u_{\psi}(t) = k_{\psi}\psi(t) + k_{\dot{\psi}} \frac{\dot{\psi}(t)}{dt} + k_a a_y(t), \quad (1)$$

где  $\psi(t)$  – угол отклонения оси канала ствола танковой пушки относительно линии прицеливания в горизонтальной плоскости;  $a_y(t)$  – составляющая линейного ускорения башни относительно ее поперечной оси;  $k_{\psi}$ ,  $k_{\dot{\psi}}$ ,  $k_a$  – коэффициенты усиления электронного блока.

При использовании алгоритма стабилизации (1) на выходе электронного блока стабилизации появляется сигнал, обусловленный последним слагаемым (1) еще до появления отклонения оси канала ствола от направления на цель. Для замкнутой системы стабилизации линейное ускорение  $a_y(t)$  является внешним возмущением, а стабилизатор, реализующий алгоритм (1), объединяет два известных принципа управления: принцип регулирования по отклонению и принцип регулирования по возмущению. Такое объединение придает замкнутой системе стабилизации свойство инвариантности к действию внешних возмущений, что в конечном итоге приводит к повышению точности стабилизации в канале горизонтального наведения.

В статье [1] рассмотрен инвариантный стабилизатор танковой пушки в канале вертикального наведения, реализующий закон стабилизации

© Т.Е. Александрова, 2016

$$u_{\varphi}(t) = k_{\varphi}\varphi(t) + k_{\dot{\varphi}}\frac{\varphi(t)}{dt} + k_p\Delta p(t), \quad (2)$$

где  $\Delta p(t)$  – разность давлений рабочей жидкости в полостях исполнительного гидроцилиндра, причем

$$M_{\varepsilon}(t) = k_M\Delta p(t). \quad (3)$$

При этом стабилизатор начинает реагировать на внешнее возмущение, не дожидаясь отклонения объекта стабилизации от заданного направления, а замкнутая система наведения и стабилизации приобретает свойство инвариантности к действию внешнего возмущения.

В [1] приведена математическая модель возмущенного движения объекта стабилизации, имеющая следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}(t) &= -\frac{k_M}{I_n}\Delta p(t) + \frac{1}{I_n}M_{\varepsilon}(t); \\ \Delta\ddot{p}(t) &= -\frac{c}{I_{\kappa}}\Delta p(t) - \frac{f}{I_{\kappa}}\Delta\dot{p}(t) + \frac{k_e k_D}{r_y I_{\kappa}}u_{\varphi}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $I_n$  – момент инерции танковой пушки относительно оси цапф;  $I_{\kappa}$  – момент инерции коромысла электрогидравлического усилителя стабилизатора;  $c$  – коэффициент жесткости фиксирующей пружины стабилизатора;  $f$  – коэффициент жидкостного трения в оси коромысла;  $r_y$  – сопротивление обмотки управления электрогидравлического усилителя;  $k_e, k_D, k_M$  – коэффициенты пропорциональности.

Если бы объект (4) был полностью управляем, то закон стабилизации целесообразно было бы представить в виде

$$u_{\varphi}(t) = k_{\varphi}\varphi(t) + k_{\dot{\varphi}}\frac{\varphi(t)}{dt} + k_p\Delta p(t) + k_{\dot{p}}\frac{\Delta p(t)}{dt}. \quad (5)$$

При движении танка по пересеченной местности подрессоренная часть его корпуса совершает вертикальные и продольно-угловые вынужденные колебания. При этом рамки гироскопических чувствительных элементов совершают прецессионные и нутационные колебания, которые можно рассматривать как помехи измерений, существенно влияющие на точность стабилизации оси канала ствола танковой пушки. Кроме того, составляющая сухого трения в оси цапф пушки и исполнительном гидроцилиндре приводит к появлению высших гармоник при измерении сигнала  $\Delta p(t)$ , которые тоже рассматриваются как помехи измерений, многократно усиливающиеся при формировании сигнала  $\Delta\dot{p}(t)$ . В этой связи для повышения точности инвариантной системы стабилизации танковой пушки целесообразно использование динамических фильтров, например, фильтров Калмана. Выбору параметров таких фильтров и посвящена предлагаемая статья.

**Структурная схема системы с динамическим фильтром.** Дифференциальные уравнения возмущенного движения объекта управления (1) в нормальной форме принимают вид

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= x_2(t); \\
 \dot{x}_2(t) &= -\frac{k_M}{I_n} x_3(t) + \frac{1}{I_n} M_\varepsilon(t); \\
 \dot{x}_3(t) &= x_4(t); \\
 \dot{x}_4(t) &= -\frac{c}{I_\kappa} x_3(t) - \frac{f}{I_\kappa} x_4(t) + \frac{k_e k_D}{r_y I_\kappa} u_\varphi(t)
 \end{aligned} \tag{6}$$

или в матрично-векторной форме

$$\dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot u_\varphi(t) + G \cdot M_\varepsilon(t), \tag{7}$$

где вектор состояния  $X(t)$  и матрицы  $A$ ,  $B$  и  $G$  равны

$$X(t) = \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \\ \Delta p(t) \\ \Delta \dot{p}(t) \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_M}{I_n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{c}{I_\kappa} & -\frac{f}{I_\kappa} \end{bmatrix}; B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_e k_D}{r_y I_\kappa} \end{bmatrix}; G(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{I_n}. \tag{8}$$

Вектор измерений  $Y(t)$  представим в виде

$$Y(t) = X(t) + D \cdot v(t),$$

где  $v(t)$  – вектор ошибок датчиков;  $D$  – матрица вектора ошибок.

Тогда дифференциальное уравнение динамического фильтра принимает вид [2]

$$\dot{\hat{X}}(t) = A \cdot \hat{X}(t) + B \cdot u_\varphi(t) + L \cdot [\hat{X}(t) - Y(t)], \tag{9}$$

где  $L$  – матрица коэффициентов усиления динамического фильтра

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_4 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Пусть управляющая функция  $u_\varphi(t)$  определяется соотношением

$$u_\varphi(t) = P \cdot \hat{X}(t). \tag{11}$$

Тогда уравнения (7) и (9) принимают вид

$$\dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot P \cdot \hat{X}(t) + G \cdot M_g(t); \quad (12)$$

$$\dot{\hat{X}}(t) = (A + BP)\hat{X}(t) + L \cdot [\hat{X}(t) - X(t)] - L \cdot D \cdot v(t) \quad (13)$$

Введем в рассмотрение ошибку динамического фильтра

$$\tilde{X}(t) = \hat{X}(t) - X(t). \quad (14)$$

Вычитая из уравнения (13) уравнение (12), получаем

$$\dot{\tilde{X}}(t) = A \cdot \tilde{X}(t) + L \cdot \tilde{X}(t) - G \cdot M_g(t) - L \cdot D \cdot v(t).$$

Для того, чтобы ошибка фильтра  $\tilde{X}(t)$  была ограничена, необходимо, чтобы общее решение однородного дифференциального уравнения

$$\dot{\tilde{X}}(t) = (A + L) \cdot \tilde{X}(t) \quad (15)$$

было асимптотически устойчивым.

Структурная схема системы с динамическим фильтром приведена на рис.1.

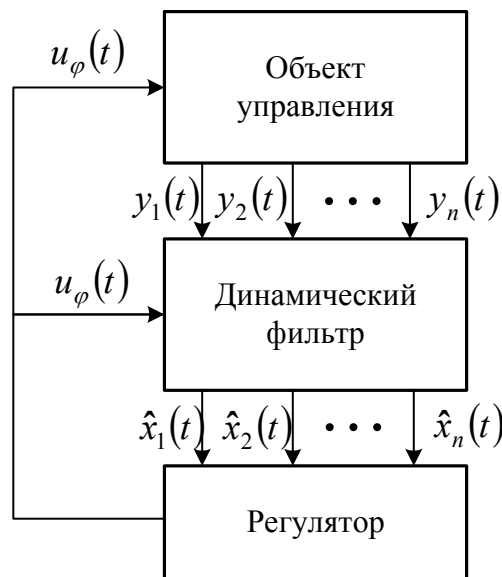


Рис.1 – Структурная схема системы с динамическим фильтром

**Синтез динамического фильтра.** С учетом обозначения

$$\hat{X}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\varphi}(t) \\ \dot{\hat{\varphi}}(t) \\ \Delta \hat{p}(t) \\ \Delta \dot{\hat{p}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \\ \hat{x}_4(t) \end{bmatrix},$$

а также с учетом формул (9)–(11) уравнения динамического фильтра записываются в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}_1(t) &= \hat{x}_2(t) + l_1[\hat{x}_1(t) - y_1(t)]; \\
 \dot{\hat{x}}_2(t) &= -\frac{k_M}{I_n} \hat{x}_3(t) + l_2[\hat{x}_2(t) - y_2(t)]; \\
 \dot{\hat{x}}_3(t) &= \hat{x}_4(t) + l_3[\hat{x}_3(t) - y_3(t)]; \\
 \dot{\hat{x}}_4(t) &= \frac{k_e k_D}{r_y I_\kappa} p_1 \hat{x}_1(t) + \frac{k_e k_D}{r_y I_\kappa} p_2 \hat{x}_2(t) + \\
 &\left[ \frac{k_e k_D}{r_y I_\kappa} p_3 - \frac{c}{I_\kappa} \right] \hat{x}_3(t) + \left[ \frac{k_e k_D}{r_y I_\kappa} p_4 - \frac{f}{I_\kappa} \right] \hat{x}_4(t) + l_4[\hat{x}_4(t) - y_4(t)].
 \end{aligned} \tag{16}$$

В уравнения динамического фильтра (16) входят коэффициенты усиления  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $l_4$ , подлежащие определению. Будем выбирать значения этих коэффициентов такими, чтобы на решениях векторного дифференциального уравнения (15) достигал минимума интегральный квадратичный функционал

$$I = \int_0^T \langle \tilde{X}(t), \beta \tilde{X}(t) \rangle dt, \tag{17}$$

где матрица  $\beta$  имеет вид

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_4^2 \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом функций Ляпунова [3], в соответствии с которым значение функционала (17), вычисленное на решениях уравнения (15), составляет

$$I(L) = SpK(L), \tag{19}$$

где квадратичная симметрическая матрица  $K(L)$  удовлетворяет матричному алгебраическому уравнению

$$\beta + K(L)(A + L) + (A + L)^T K(L) = 0. \tag{20}$$

Матрица  $K(L)$  является квадратной, симметрической размером 4x4

$$K(L) = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{34} \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} \end{bmatrix}.$$

Матричне уравнение (19) еквівалентно 10 скалярним алгебраїчним рівнянням відносно невідомих елементів матриці  $K(L)$ :

$$\begin{aligned} \beta_1^2 + 2k_{11}l_1 &= 0; \\ k_{11} + k_{12}(l_2 + l_1) &= 0; \\ -k_{12}\frac{k_M}{I_n} + k_{13}l_3 - k_{14}\frac{c}{I_\kappa} &= 0; \\ k_{13} - k_{14}\left(l_1 + l_4 - \frac{f}{I_\kappa}\right) &= 0; \\ \beta_2^2 + 2k_{12} + 2k_{22}l_2 &= 0; \\ -k_{22}\frac{k_M}{I_n} + k_{23}l_3 - k_{24}\frac{c}{I_\kappa} &= 0; \\ k_{23} - k_{24}\left(l_4 - \frac{f}{I_\kappa}\right) &= 0; \\ \beta_3^2 - 2k_{23}\frac{k_M}{I_n} + 2k_{33}l_3 - 2k_{34}\frac{c}{I_\kappa} &= 0; \\ k_{33} + k_{34}\left(l_3 + l_4 - \frac{f}{I_\kappa}\right) - k_{24}\frac{k_M}{I_n} - k_{44}\frac{c}{I_\kappa} &= 0; \\ \beta_4^2 + 2k_{34} + 2k_{44}\left(l_4 - \frac{f}{I_\kappa}\right) &= 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Отыщем интервалы варьирования коэффициентов усиления динамического фильтра, для чего запишем характеристическое уравнение системы(15)

$$\mathbf{det}[A + L - Es] = 0$$

или

$$\begin{vmatrix} l_1 - s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 - s & -\frac{k_M}{I_n} & 0 \\ 0 & 0 & l_3 - s & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{c}{I_\kappa} & \left(l_4 - \frac{f}{I_\kappa}\right) - s \end{vmatrix} = 0. \tag{22}$$

Раскрывая определитель (22), получаем

$$\left[ \left( l_4 - \frac{f}{I_\kappa} \right) - s \right] (l_3 - s)(l_2 - s)(l_1 - s) + \frac{c}{I_\kappa} (l_2 - s)(l_1 - s) = 0. \quad (23)$$

Из (22) следует  $s_1 = l_1$ ;  $s_2 = l_2$ .

Корни  $s_3$  и  $s_4$  определяются решением квадратного уравнения

$$s^2 - \left[ l_3 + \left( l_4 - \frac{f}{I_\kappa} \right) \right] s + l_3 \left( l_4 - \frac{f}{I_\kappa} \right) + \frac{c}{I_\kappa} = 0. \quad (24)$$

Построим область устойчивости фильтра в плоскости параметров  $(l_3, l_4)$ , для чего в уравнении (24) произведем замену  $s = j\omega$  и выделим действительную и мнимую части, приравняв их нулю

$$\begin{aligned} X(\omega, l_3, l_4) &= -\omega^2 + l_3 \left( l_4 - \frac{f}{I_\kappa} \right) + \frac{c}{I_\kappa} = 0; \\ Y(\omega, l_3, l_4) &= \left[ -l_3 - \left( l_4 - \frac{f}{I_\kappa} \right) \right] \omega = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Разрешим систему алгебраических уравнений (25) относительно величин  $l_3$  и  $l_4$

$$l_3 = \sqrt{\frac{c}{I_\kappa} - \omega^2}; \quad l_4 = \frac{f}{I_\kappa} - \sqrt{\frac{c}{I_\kappa} - \omega^2}.$$

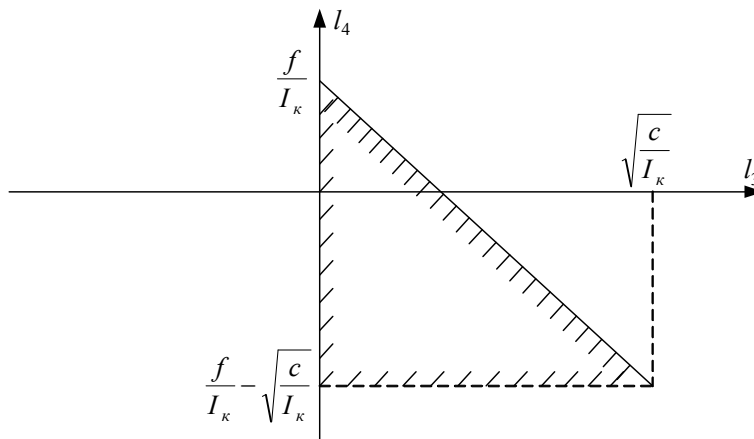


Рис.2 – Область устойчивости динамического фильтра в плоскости коэффициентов усиления  $(l_3, l_4)$

На рис.2 приведена граница области устойчивости. Для выяснения области устойчивости воспользуемся правилом штриховки, для чего составим определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial X(\omega, l_3, l_4)}{\partial l_3} & \frac{\partial X(\omega, l_3, l_4)}{\partial l_4} \\ \frac{\partial Y(\omega, l_3, l_4)}{\partial l_3} & \frac{\partial Y(\omega, l_3, l_4)}{\partial l_4} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} l_4 - \frac{f}{I_\kappa} & l_3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -l_4 + \frac{f}{I_\kappa} + l_3. \quad (26)$$

Но  $l_4 = \frac{f}{I_\kappa} - l_3$ , следовательно  $\Delta = 2l_3 > 0$ .

Определитель (26) положителен, поэтому границу области устойчивости при возрастании  $\omega$  следует штриховать слева.

Коэффициенты усиления динамического фильтра  $l_1$  и  $l_2$  равны первым двум корням характеристического уравнения (23), соответствующим главному движению системы (15), то есть изменению угла рассогласования и угловой скорости рассогласования. Поскольку быстродействие фильтра должно на 50–100% превышать быстродействие замкнутой системы, можно положить [2]

$$l_1 = l_2 = 2 \operatorname{Re} p_{1,2},$$

где  $\operatorname{Re} p_{1,2}$  – действительная часть первых двух корней характеристического уравнения замкнутой системы (4),(5), соответствующих основному движению замкнутой системы. Для оценки величин  $l_1$  и  $l_2$  воспользуемся принципом декомпозиции [4,5] и представим приближенно уравнение возмущенного основного движения замкнутой системы в виде

$$\ddot{\varphi}(t) = -\frac{k_M k_e k_D}{I_n r_y c} \left[ k_\varphi \varphi(t) + k_{\dot{\varphi}} \frac{\varphi(t)}{dt} \right]. \quad (27)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению (27), записывается

$$p^2 + \frac{k_M k_e k_D}{I_n r_y c} k_{\dot{\varphi}} p + \frac{k_M k_e k_D}{I_n r_y c} k_\varphi = 0. \quad (28)$$

Коэффициенты усиления  $k_\varphi$ ,  $k_{\dot{\varphi}}$  выбираются такими, что переходный процесс в замкнутой системе носит колебательный характер, иными словами, характеристическое уравнение (28) имеет два комплексно сопряженных корня, действительная часть которых равна

$$\operatorname{Re} p_{1,2} = -\frac{k_M k_e k_D}{I_n r_y c} k_{\dot{\varphi}},$$

следовательно,



$$l_1 = l_2 = -\frac{k_M k_e k_D}{I_n r_y c} k_\phi. \quad (29)$$

Коефіцієнти фільтра  $l_3$  і  $l_4$  следует выбирать внутри области, представленной на рис. 2, такими, чтобы они доставляли минимум функционалу (19), в котором элементы квадратной симметрической матрицы  $K(L)$  определяются из системы линейных алгебраических уравнений (21) при подстановке в нее (29).

**Выводы.** Инвариантный стабилизатор танковой пушки должен содержать динамический фильтр для оценки компонент вектора состояния объекта стабилизации. Разработана процедура параметрического синтеза динамического фильтра, с помощью которой определяются значения элементов матрицы коэффициентов усиления фильтра.

*Литература:* 1. Александров Е. Е. Инвариантный стабилизатор танковой пушки / Е. Е. Александров, И. Е. Александрова, С. Н. Беляев, К. И. Богатыренко, И. В. Шматько // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил.* – 2006. – Вип. 2(8). – С. 39-42.

2. Потапенко Є. М. Основи теорії автоматичного керування/ Є. М. Потапенко, А. Є. Казурова. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2007. – 158 с. 3. Александров Е. Е. Автоматизированное проектирование динамических систем с помощью функций Ляпунова/ Е. Е. Александров, М. В. Бех. – Харьков: Основа, 1993. – 112 с. 4. Александров Є. Є. Автоматизоване проектування танкових автоматичних систем/ Є. Є. Александров, Т. Є. Александрова, В. М. Грищенко, М. О. Кечев, О. Я. Ніконов. – Харків: НТУ «ХПІ», 2003. – 137с. 5. Аблесімов О.К. Автоматичне керування рухомими об'єктами і техно-логічними процесами. Т.3. Автоматичне керування озброєнням танків/ О. К. Аблесімов, Є. Є. Александров, Т. Є. Александрова. – Харків: НТУ «ХПІ», 2008. – 444с.

**Bibliography (transliterated)** 1. Aleksandrov E. E. Invariantnyj stabilizator tankovoj pushki / E. E. Aleksandrov, I. E. Aleksandrova, S. N. Belyaev, K. I. Bogatyrenko, I. V. SHmat'ko // *Zbirnik naukovih prac' Harkivs'kogo universitetu Povitryanih Sil.* – 2006. – Vip. 2(8). – S. 39-42. 2. Potapenko Є. М. Osnovi teorii avtomatichnogo keruvannya/ Є. М. Potapenko, А. Є. Kazurova. – Zaporizhzhya: ZNTU, 2007. – 158 s. 3. Aleksandrov E. E. Avtomatizirovannoe proektirovanie dinamicheskikh sistem s pomoshch'yu funkciy Lyapunova/ E. E. Aleksandrov, M. V. Bekh. – Har'kov: Osnova, 1993. – 112 s. 4. Aleksandrov Є. Є. Avtomatizovane proektuvannya tankovih avtomatichnih sistem/ Є. Є. Aleksandrov, T. Є. Aleksandrova, V. M. Grishchenko, M. O. Kechev, O. YA. Nikonov. – Harkiv: NTU «HPI», 2003. – 137s. 5. Ablesimov O.K. Avtomatichne keruvannya ruhomimi ob'ektami i tekhnologichnimi procesami. T.3. Avtomatichne keruvannya ozbroennyam tankiv/ O. K. Ablesimov, Є. Є. Aleksandrov, T. Є. Aleksandrova. – Harkiv: NTU «HPI», 2008. – 444s.

Александрова Т.Є., Костяник І.В., Лазаренко А.О.

#### ІНВАРІАНТНИЙ СТАБІЛІЗАТОР ОСНОВНОГО ОЗБРОЄННЯ ТАНКА

Розглянуто задачу параметричного синтезу динамічного фільтра, який використовується для підвищення точності інваріантного стабілізатора танкової гармати.

Alexandrova T.E., Kostyanik I.V., Lazarenko A.O.

#### THE INVARIANT STABILIZER OF THE MAIN ARMAMENT OF A TANK

The problem of parametric synthesis of dynamic filter that is used to improve the accuracy of the invariant stabilizer of a tank gun is considered.