

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

УДК 634.1:539.3

Ольшанський В.П., д-р фіз.-мат. наук; Бурлака В.В., канд. техн. наук;
Сліпченко М.В., канд. техн. наук; Малець О.М., аспірант

ПРО КОЛИВАННЯ ІСТОТНО НЕЛІНІЙНОГО ОСЦИЛЯТОРА

Постановка проблеми. Нелінійні механічні коливання з великими амплітудами можуть призвести до руйнування елементів конструкцій або передчасно порушити їх працездатність. Тому дослідження особливостей нелінійних коливань відноситься до актуальних задач. Їм присвячено багато публікацій, в тому числі за останні роки.

Огляд останніх публікацій. Значна частина їх увійшла до списків літератури монографічних видань [1, 2], де проведено також відповідні огляди літературних джерел. Тому є можливість ознайомитись з сучасним станом проблеми. Заслуговує уваги також літературний огляд [3], в якому надана інформація про дослідження нелінійних коливань осциляторів змінної маси.

Метою даної статті є спрощення розрахунку вільних коливань осцилятора зі степеневу нелінійністю п'ятого порядку та порівняння аналітичних розв'язків рівняння руху, виражених в спеціальних функціях.

Викладення основного матеріалу. Переміщення матеріальної точки масою m у часі t , під дією відновлюючої сили, описуємо диференціальним рівнянням:

Переміщення матеріальної точки масою m у часі t , під дією відновлюючої сили, описуємо диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + cx^5 = 0, \quad (1)$$

в якому $c > 0$ – характеризує жорсткість пружини осцилятора.

Розглянемо два варіанти початкових умов при $t = 0$:

$$\begin{aligned} a) \quad & x(0) = -a, \quad \dot{x}(0) = 0, \\ b) \quad & x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = v_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут a початкове відхилення осцилятора вліво (проти вісі Ox) від положення рівноваги $x = 0$, а v_0 – початкова швидкість, надана зосередженій масі при $x = 0$.

Перетворенням $\dot{x} = v$, $\ddot{x} = v \frac{dv}{dx}$ рівняння (1) зводимо до:

$$v dv = -\frac{c}{m} x^5 dx$$

і провівши інтегрування отримуємо:

$$v = \frac{dx}{dt} = \sqrt{c_1 - \frac{c}{3m} x^6}. \quad (3)$$

1. Стала інтегрування c_1 для початкових умов а) в (2) приймає значення $c_1 = \frac{c}{3m} a^6$. Тому подальше інтегрування виразу (3) призводить до співвідношення:

$$\sqrt{\frac{c}{3m}} t = \int_{-a}^x \frac{dx}{\sqrt{a^6 - x^6}}.$$

Звідки, переходом до нової змінної інтегрування $u = -x/a$, одержуємо:

$$\omega t = \tau = \int_{-x/a}^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^6}}, \quad (4)$$

де $\omega = a^2 \sqrt{\frac{c}{3m}}$.

Вираз (4) дає можливість знайти період коливань осцилятора T , оскільки:

$$\frac{\omega T}{4} = I = \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^6}}.$$

Цей інтеграл виражається через гама-функцію $\Gamma(z)$ по формулі [5]:

$$I = \sqrt[3]{2} \frac{\Gamma^2(7/6)}{\Gamma(4/3)} = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(7/6)}{\Gamma(2/3)}.$$

Враховуючи, що [5]: $\Gamma(2/3) \approx 1,354118$; $\Gamma(4/3) = 0,892980$; $\Gamma(7/6) = 0,92772$, знаходимо $I \approx 1,21433$.

Тому:

$$T = \frac{4I}{\omega} \approx 8,41313 \sqrt{\frac{m}{c}} \cdot \frac{1}{a^2},$$

що узгоджується з [6].

Період коливань обернено пропорційний квадрату початкового відхилення, тобто він зменшується зі збільшенням $|a|$, що властиво системам з жорсткою нелінійною характеристикою.

Інтеграл в правій частині в (4) виражається через неповний еліптичний інтеграл першого роду $F(\varphi, k)$. Згідно з [4]:

$$2\sqrt[4]{3}\tau = F(\varphi, k),$$

Причому:

$$k = \sin 15^\circ, \quad \cos \varphi = \frac{(1 + \sqrt{3})(x/a)^2 - 1}{(\sqrt{3} - 1)(x/a)^2 + 1} = \operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k). \quad (5)$$

Тут $\operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k)$ еліптичний косинус [5, 7].

Із (5) випливає, що при $t \in [0; 2I]$,

$$x = a \left[\frac{1 + \operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k)}{\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{3} - 1)\operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k)} \right]^{1/2} \operatorname{sign}(\tau - I). \quad (6)$$

Таким чином, розрахунок переміщень осцилятора $x(t)$ пов'язаний з обчисленням значень еліптичного косинуса.

Таблиці неповного еліптичного інтеграла першого роду надруковані в [5] для проміжку $\tau \in [0; 0,5I]$. Тому, щоб використати їх для обчислення значень еліптичного косинуса, слід прийняти до уваги його властивість:

$$\operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k) = \begin{cases} -\operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}(I - \tau), k) & 0,5I \leq \tau \leq I \\ -\operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}(\tau - I), k) & \text{при } I \leq \tau \leq 1,5I \\ -\operatorname{cn}(2\sqrt[4]{3}(2I - \tau), k) & 1,5I \leq \tau \leq 2I, \end{cases}$$

де $I \approx 1,21433$

Геометричним образом залежності (6) є графік на рис. 1, побудований у безрозмірних координатах τ , x/a . Для використання графіка у наближених розрахунках руху осцилятора треба парно продовжити його вправо від вертикалі $\tau = 2,4287$ до $\tau = 4,8573$, де $x/a = -1$, щоб охопити повний цикл коливань.

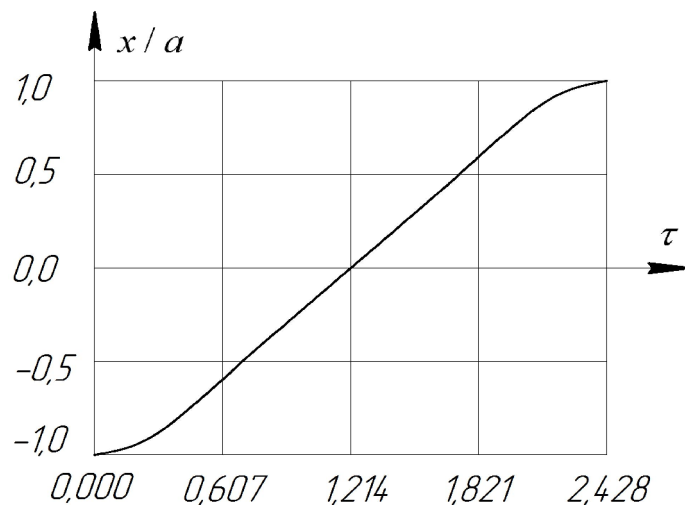


Рис. 1. До розрахунку коливань при $x(0) = -a$, $\dot{x}(0) = 0$

Залежність x/a від τ у середній частині графіка, де $|x|/a \leq 0,7$, близька до лінійної. Це значить, що в указаній області рух осцилятора майже рівномірний, тобто відбувається з дуже малою зміною швидкості.

2. Далі розглянемо коливання осцилятора при початкових умовах б) в (2). Для цього варіанту початкових умов стала c_1 в (3) приймає значення $c_1 = v_0^2$. Тому при $v \geq 0$ маємо:

$$v = \frac{dx}{dt} = \sqrt{v_0^2 - \frac{c}{3m}x^6} = \sqrt{\frac{c}{3m}(a_*^6 - x^6)}, \quad (7)$$

$$\text{де } a_* = \sqrt[6]{\frac{3m}{c}v_0^2}.$$

Для розрахунку руху на проміжку $x \in [0; a_*]$ інтегруванням (7) одержуємо вираз:

$$\sqrt{\frac{c}{3m}}t = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{a_*^6 - x^6}},$$

який, після переходу до нової змінної інтегрування $u = x/a_*$, набуває вигляд:

$$\omega_* t = \tau_* = \int_0^{x/a_*} \frac{du}{\sqrt{1-u^6}}. \quad (8)$$

$$\text{Тут } \omega_* = a_*^2 \sqrt{\frac{c}{3m}} = v_0^{2/3} \sqrt[6]{\frac{c}{3m}}.$$

Оскільки виконується співвідношення

$$\int_0^{x/a_*} \frac{du}{\sqrt{1-u^6}} = \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^6}} - \int_{x/a}^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^6}} = I - \frac{1}{2\sqrt[4]{3}} F(\varphi_*, k) = \tau_*,$$

$$\text{де } k = \sin 15^\circ, \quad \cos \varphi_* = \frac{(\sqrt{3}+1)(x/a_*)^2 - 1}{(\sqrt{3}-1)(x/a_*)^2 + 1} = \text{cn}(2\sqrt[4]{3}(I - \tau_*), k), \quad \text{то при}$$

$$\tau_* \in [0; 2I]:$$

$$x = a_* \left[\frac{1 + \text{cn}(2\sqrt[4]{3}|I - \tau_*|, k)}{\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{3} - 1)\text{cn}(2\sqrt[4]{3}|I - \tau_*|, k)} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

Щоб проводити розрахунок по формулі (9) з використанням таблиці з [5, с. 101], треба враховувати наступну властивість еліптичного косинуса:

$$\operatorname{cn}\left(2\sqrt[4]{3}|I - \tau_*|, k\right) = \begin{cases} -\operatorname{cn}\left(2\sqrt[4]{3}\tau_*, k\right) & 0 \leq \tau_* \leq 0,5I \\ -\operatorname{cn}\left(2\sqrt[4]{3}|I - \tau_*|, k\right) & \text{при } 0,5I \leq \tau_* \leq 1,5I \\ -\operatorname{cn}\left(2\sqrt[4]{3}(2I - \tau_*), k\right) & 1,5I \leq \tau_* \leq 2I. \end{cases}$$

Поклавши в (8) $t = T_* / 4$, $x = a_*$, обчислюємо період коливань:

$$T_* = \frac{4I}{\omega_*} \approx 5,83334 \cdot \sqrt[6]{\frac{m}{c}} v_0^{-2/3}.$$

Як бачимо, зі зростанням початкової швидкості зменшується період коливань, що не властиво лінійним системам.

Геометричним образом залежності (9) є графік на рис. 2, побудований у безрозмірних координатах τ_* , x/a_* . Для використання його у наближених розрахунках руху осцилятора треба непарно продовжити графік вправо від вертикалі $\tau_* = 2,4287$ до $\tau_* = 4,8573$, де $x/a_* = 0$, тобто закінчується перший цикл коливань.

На початку і в кінці графіка, де $x \leq 0,7a_*$, залежність x/a_* від τ_* майже прямолінійна, тобто рух осцилятора дуже близький до рівномірного руху.

Використовуючи розробки Львівської школи в теорії Атеб-функцій [8-11], розв'язки (6) і (9) можна подати в більш компактній формі.

Згідно з [11] нижня межа інтеграла

$$\frac{\nu + 1}{2} \int_{0 \leq \zeta \leq 1} \frac{du}{(1 - u^{\nu+1})^{n/(n+1)}} = q \quad (10)$$

виражається через Атеб-косинус по формулі:

$$\zeta = \operatorname{Ca}(\nu, n, q).$$

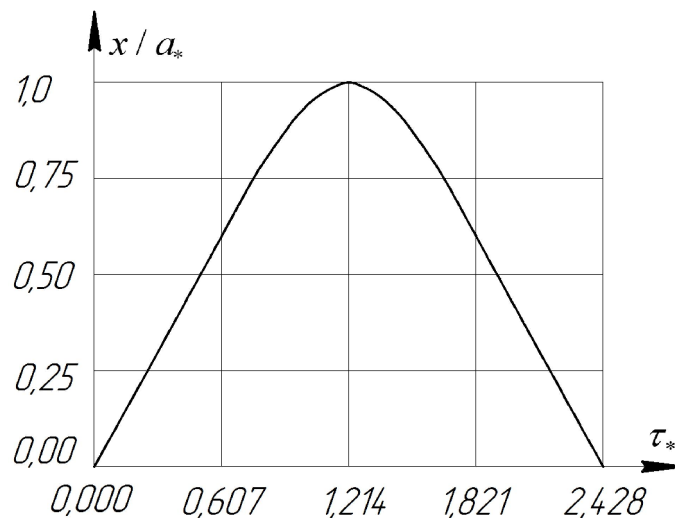


Рис. 2. До розрахунку коливань при $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$

Теоретична механіка

Вираз (10) переходить в (4), коли $\nu = 5$, $n = 1$, $q = 3\tau$, $\zeta = -x / a$. Тому, використовуючи введену функцію, замість (6), одержуємо:

$$x = a \cdot \mathbf{Ca}(5,1,3\tau) \operatorname{sign}(\tau - I). \quad (11)$$

Верхня межа інтегрування ζ в квадратурі

$$\frac{\nu + 1}{2} \int_0^{0 \leq \zeta \leq 1} \frac{du}{(1 - u^{\nu+1})^{n/(n+1)}} \quad (12)$$

називається Ateb-синусом, що позначають:

$$\zeta = \mathbf{Sa}(\nu, n, q).$$

Вираз (12) переходить в (8), коли $\nu = 5$, $n = 1$, $q = 3\tau_*$, $\zeta = x / a_*$. Тому формулу (9) можна замінити на:

$$x = a \cdot \mathbf{Sa}(5,1,3\tau_*). \quad (13)$$

З метою спрощення використання розв'язків (11) і (13) у практичних розрахунках далі наводимо таблицю задіяних тут періодичних Ateb-функцій.

Крім табл. 1, у наближених обчисленнях значень Ateb-функцій можна також використовувати апроксимацію:

$$\mathbf{Sa}(5,1,3\eta) \approx \begin{cases} \eta & 0 \leq \eta < 0,6 \\ 0,085 + 0,87\eta & \text{при } 0,7 \leq \eta \leq 0,9 \\ 1 - 1,336(1,214 - \eta)^2 & 0,9 < \eta \leq 1,124. \end{cases} \quad (14)$$

При цьому треба врахувати, що:

$$\mathbf{Ca}(5,1,3(I - \eta)) = \mathbf{Sa}(5,1,3\eta).$$

Похибка апроксимації (14) менша 1,5 %. Щоб переконатись у вказаній точності формули (14), в табл. 2 наводимо обчислені по ній наближені значення $\mathbf{Sa}(5,1,3\eta)$, які мало відрізняються від значень у табл. 1.

Розглянемо приклади розрахунків.

Приклад 1. Нехай параметри осцилятора такі, що $\tau = 0,5$. Тоді $2\sqrt[4]{3}\tau \approx 1,3161$. В таблиці [5] для цього значення еліптичного інтеграла $\varphi \approx 74,4^\circ$. Отже $\mathbf{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, \sin 15^\circ) \approx \cos 74,4^\circ \approx 0,2689$. Подальший розрахунок по формулі (6) дає $x / a = -0,707$. Якщо користуватись розв'язком (11) і таблицею Ateb-функцій, то $x / a \approx -0,708$, тобто маємо гарну узгодженість результатів.

Таблиця 1

Значення періодичних Атеb-функцій

η	$\text{Sa}(5,1,3\eta)$	$\text{Ca}(5,1,3\eta)$	η	$\text{Sa}(5,1,3\eta)$	$\text{Ca}(5,1,3\eta)$
0,00	0,000	1,000	0,65	0,647	0,563
0,05	0,050	0,996	0,70	0,694	0,514
0,10	0,100	0,985	0,75	0,741	0,464
0,15	0,150	0,967	0,80	0,785	0,414
0,20	0,200	0,943	0,85	0,828	0,364
0,25	0,250	0,913	0,90	0,867	0,314
0,30	0,300	0,878	0,95	0,908	0,264
0,35	0,350	0,840	1,00	0,935	0,214
0,40	0,400	0,798	1,05	0,961	0,164
0,45	0,450	0,754	1,10	0,981	0,114
0,50	0,499	0,708	1,15	0,994	0,064
0,55	0,549	0,660	1,214	1,000	0,000
0,60	0,598	0,612	-	-	-

Таблиця 2

Апроксимовані значення $\text{Sa}(3,1,2\eta)$

η	0,00	0,70	0,80	0,90	1,00	1,101	1,214
$\text{Sa}(5,1,3\eta)$	0,000	0,694	0,781	0,868	0,939	0,983	1,000

Приклад 2. Обчислимо двома способами x/a коли $\tau = 0,9$. Це значення τ падає в проміжок $\tau \in [0,5I; I]$, тому $\text{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k) = -\text{cn}(2\sqrt[4]{3}(I - \tau), k)$. Оскільки $\text{cn}(2\sqrt[4]{3}(I - \tau), k) \approx 0,8274$, то для нього в таблиці [5, с. 101], методом лінійної інтерполяції, знаходимо $\varphi \approx 47,08^\circ$. Отже $\text{cn}(2\sqrt[4]{3}\tau, k) = -\cos \varphi \approx -0,681$. Для цього значення еліптичного косинуса по формулі (6) одержуємо $x/a \approx -0,314$. Розрахунок по формулі (11), з використанням таблиці Атеb-косинуса, дає $x/a \approx -0,314$, що збігається з попередніми результатами.

Приклад 3. Знайдемо відносне переміщення осцилятора в момент часу, $\tau_* = 0,8$, спричинене початковим імпульсом. Для заданого τ_* маємо $2\sqrt[4]{3}(I - \tau_*) \approx 1,0906 = F(\varphi, \sin 15^\circ)$. По таблиці [5] знаходимо, цьому значенню еліптичного інтеграла відповідає $\varphi \approx 61,8^\circ$. Далі за формулою (9) отримуємо $x/a_* \approx 0,785$, що добре узгоджується з попереднім результатом.

Отже, при розрахунках переміщень осцилятора можна використовувати таблицю неповного еліптично інтеграла першого роду або складену таблицю періодичних Атеб-функцій.

Порівняння розв'язків (6) і (11) та (9) і (13) показує, що задіяні тут періодичні Атеб-функції пов'язані з еліптичним косинусом Якобі, а саме:

$$\text{Ca}(5,1,3\eta) = \left[\frac{1 + \text{cn}\left(2\sqrt[4]{3}\eta, \sin 15^\circ\right)}{\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{3} - 1)\text{cn}\left(2\sqrt[4]{3}\eta, \sin 15^\circ\right)} \right]^{1/2};$$
$$\text{Sa}(5,1,3\eta) = \left[\frac{1 + \text{cn}\left(2\sqrt[4]{3}|I - \eta|, \sin 15^\circ\right)}{\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{3} - 1)\text{cn}\left(2\sqrt[4]{3}|I - \eta|, \sin 15^\circ\right)} \right]^{1/2},$$

де, як і раніше $I \approx 1,21433$.

Висновки. 1. Встановлено існування і побудовано дві форми аналітичного розв'язку нелінійного диференціального рівняння руху осцилятора. У першій формі задіяно еліптичний косинус якості, а в другій – періодичні Атеб-функції.

2. Визначено розмір окола, біля положення рівноваги осцилятора, де з похибкою до одного відсотка рух осцилятора можна вважати рівномірним.

3. Виведено кількісні залежності періода коливань осцилятора від значень його жорсткості та маси, а також від значень початкового відхилення і початкової швидкості.

Література: 1. Аврамов К.В. *Нелинейная динамика упругих систем Т.1. Модели, методы, явления* / К.В. Аврамов, Ю.В. Михлин – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2010. – 704 с. 2. Пукач П.Я. *Якісні методи дослідження нелінійних коливальних систем* / П.Я. Пукач – Львів: Львівська політехніка, 2014. – 288 с. 3. Sveticanin L. *A review on dynamics of mass variable system* / L. Sveticanin // *Journal of the Serbian society for computational mechanics*. – 2012. – Vol. 6, №1. – P. 56-74. 4. Прудников А.П. *Интегралы и ряды* / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев // *Элементарные функции*. – М.: Наука, 1981. – 800с. 5. Янке Е. *Специальные функции* / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш – М.: Наука, 1977. – 344с. 6. Пановко Я.Г. *Основы прикладной теории колебаний и удара* / Я.Г. Пановко – Л. Машиностроение, 1976. – 320 с. 7. Абрамовиц А. *Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицам)* / А. Абрамовиц, И. Стиган – М.: Наука, 1979. – 832 с. 8. Сенник П.М. *Про Атеб-функції* / П.М. Сенник // *Доповіді АН УРСР, сер. А*. – 1968. – № 1. – С. 23-27. 9. Возний А.М. *Застосування Атеб-функцій для побудови розв'язку одного класу істотно нелінійних диференціальних рівнянь* / А.М. Возний // *Доповіді АН УРСР, сер. А*. – 1970. – № 9. – С. 971-974. 10. Сокіл Б.І. *Про застосування Атеб-функцій для побудови розв'язків деяких рівнянь, які описують нелінійні коливання одновимірних середовищ* / Б.І. Сокіл // *Доповіді Національної академії наук України*. – 1997. – № 1. – С. 55-58. 11. Грицик В.В. *Математичні моделі алгоритмів і реалізація Атеб-функції* / В.В. Грицик, М.А. Назаркевич // *Доповіді Національної академії наук України*, 2007, № 12. – С. 37-42.

Bibliography (transliterated): 1. Avramov K.V. *Nelinejnaja dinamika uprugih sistem T.1. Modeli, metody, javlenija* [Nonlinear dynamics of elastic systems T.1. Models, methods, phenomena] /

- K.V. Avramov, Ju.V. Mihlin – Moskva-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2010. – 704 s.*
- 2.** *Pukach P.Ya. Yakisni metody doslidzhennya neliniynykh kolyval'nykh system [Qualitative methods of nonlinear vibration systems] / P.Ya. Pukach –L'viv: L'vivs'ka politekhnika, 2014. – 288 s.*
- 3.** *Cveticanin L. A review on dynamics of mass variable system / L. Cveticanin // Journal of the Serbian society for computational mechanics. – 2012. – Vol. 6, №1. – P. 56-74.*
- 4.** *Prudnikov A.P. Integraly i rjady [Integrals and series] / A.P. Prudnikov, Ju.A. Brychkov, O.I. Marichev // Jelementarnye funkicii. – M.: Nauka, 1981. – 800s.*
- 5.** *Janke E. Special'nye funkicii [Special Features]/ E. Janke, F. Jemde, F. Lesh – M.: Nauka, 1977. – 344s.*
- 6.** *Panovko Ja.G. Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara [Fundamentals of applied theory of oscillations and shock]/ Ja.G. Panovko – L. Mashinostroenie, 1976. – 320 s.*
- 7.** *Abramovic A. Spravochnik po special'nyh funkcijam (s formulami, grafikami i matematicheskimi tablicam) [Handbook of special functions (with formulas, graphs and mathematical tables)] / A. Abramovic, I. Stigan – M.: Nauka, 1979. – 832 s.*
- 8.** *Senyk P.M. Pro Ateb-funktsiyi [About Ateb-function] / P.M. Sennyk // Dopovidi AN URSR, ser. A. – 1968. – # 1. – S. 23-27.*
- 9.** *Voznyy A.M. Zastosuvannya Ateb-funktsiy dlya pobudovy rozv'yazku odnogo klasu istotno neliniynykh dyferentsial'nykh rivnyan' [Application Ateb-function solution for building a class of essentially nonlinear differential equations] / A.M. Voznyy // Dopovidi AN URSR, ser. A. – 1970. – # 9. – S. 971-974.*
- 10.** *Sokil B.I. Pro zastosuvannya Ateb-funktsiy dlya pobudovy rozv'yazkiv deyakykh rivnyan', yaki opysuyut' neliniyni kolyvannya odnovymirnykh seredovyshch [About Ateb-use features for building solutions of some equations describing nonlinear oscillations of one-dimensional environments]/ B.I. Sokil // Dopovidi Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrayiny. – 1997. – # 1. – S. 55-58.*
- 11.** *Hrytsyk V.V. Matematychni modeli alhorytmiv i realizatsiya Ateb-funktsiyi [Mathematical models and algorithms implementation Ateb-function] / V.V. Hrytsyk, M.A. Nazarkevych // Dopovidi Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrayiny, 2007, # 12. –S. 37-42.*

Ольшанський В.П., Бурлака В.В., Сліпченко М.В., Малець О.М.

ПРО КОЛИВАННЯ СУТТЄВО НЕЛІНІЙНОГО ОСЦИЛЯТОРА

Розглянуто вільні коливання істотно нелінійного осцилятора в припущенні, що сила пружності пропорційна п'ятому ступеню деформації його пружини. Отримано дві форми аналітичного рішення нелінійного диференціального рівняння, що описують рух осцилятора з використанням відомих таблиць неповного еліптичного інтеграла першого роду і складеної таблиці періодичних Атеб-функцій.

Ольшанский В.П., Бурлака В.В., Слипченко М.В., Малец О.Н.

О КОЛЕБАНИЯХ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Рассмотрены свободные колебания существенно нелинейного осциллятора в предположении, что сила упругости пропорциональна пятой степени деформации его пружины. Получены две формы аналитического решения нелинейного дифференциального уравнения, описывающего движение осциллятора с использованием известных таблиц неполного эллиптического интеграла первого рода и составленной таблицы периодических Атеб-функции.

V. Olshanskiy, V. Burlaka, M. Slipchenko, O. Malec

ABOUT OSCILLATIONS OF A ESSENTIALLY NON-LINEAR OSCILLATOR

Free oscillations of an essentially nonlinear oscillator are considered under the assumption that the elastic force is proportional to the fifth degree of deformation of its spring. Two forms of the analytical solution of the nonlinear differential equation that describe the motion of the oscillator in time using known tables of an incomplete elliptic integral of the first kind and using a compiled table of periodic Ateb-functions are obtained.