

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ И БИЛИНЕАРИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА В СЛУЧАЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ ОПТИМИЗИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Введение. При оптимизации машиностроительных конструкций возникает задача нахождения функции отклика, которая устанавливает связь между диагностическими показателями и конструктивными характеристиками. Обычно она решается методом аппроксимации. В статьях [1–3] рассмотрены методы линеаризации, билинеаризации поверхности отклика и аппроксимации функции отклика с использованием базисных функций Эрмита, которые выбираются в зависимости от требуемой точности. В данных статьях все они применялись для аппроксимации функций отклика, получаемых при решении линейных задач. Но, несмотря на очевидное упрощение задачи при решении ее в линейной постановке, столь же очевидно, что многие случаи требуют рассмотрения нелинейного поведения. Например, анализ конструкций при предельном нагружении включает в себя нелинейность материала и, в некоторых случаях, геометрическую нелинейность. А кузнечно-прессовый анализ, такой какковка, и анализ ударопрочности должны включать оба эти аспекта нелинейности.

Аппроксимация функции отклика для таких задач имеет ряд особенностей. При линейной постановке задачи делается предположение, что деформация достаточно мала для того, чтобы влияние изменений в геометрической форме твердого тела могло быть проигнорировано, в то время как при нелинейной постановке величина деформации является неограниченной. Это влечет за собой включение более сложных нелинейных уравнений в математическую модель, которые для решения требуют применения другого математического аппарата, и, следовательно, увеличение времени расчета. Такое усложнение делает расчет нелинейной задачи еще более дорогим с точки зрения затрачиваемого времени и ресурсов, чем расчет линейной задачи [4]. Ввиду этого вопрос о применении в ходе оптимизации линейных или билинейных моделей поверхности отклика является дискуссионным. В то же время следует учесть, что функция отклика нелинейной системы может вести себя не так плавно, как в случае линейной системы. Линейные же модели поверхности отклика имеют ограниченное применение в этом случае. Их использование может привести к неточным результатам и существенным ошибкам при обосновании проектных решений. В частности, линейные модели используются для поиска области значений управляющих переменных x , обеспечивающих оптимальное значение функции отклика (выходной переменной y), так называемой почти стационарной области. Однако возможность детального анализа поверхности отклика в этой области и поиска оптимального решения с помощью линейной модели ограничена, поскольку в ней коэффициенты линейной регрессии становятся незначимыми, а модель – неадекватной.

Целью данной статьи является оценка возможностей применения линейной и билинейной моделей поверхности отклика для систем, поведение которых описывается нелинейными уравнениями на практике.

Применение метода линеаризации. В качестве тестовой задачи была выбрана задача синтеза конструктивных решений для кузова пассажирского автобуса по критериям прочности и жесткости. Значения напряжений при разных сочетаниях

© М.А. Бондаренко, 2017

некоторых параметров данного объекта были получены в результате численных расчетов при помощи метода конечных элементов [5]. Следует отметить, что поскольку предусматривалось решение целого множества задач анализа данной сложной машиностроительной конструкции, для расчета необходимо было использовать методологию исследований, которая дает возможность варьировать исследуемый объект. С этой целью была применена технология параметрического моделирования [6] и построена стержневая расчетная модель.

Моделировалось действие на крышу транспортного средства плоской плиты силой, равной полтора его снаряженного веса [7]. Нагружение конструкции производилось заданием для плиты перемещения вертикально вниз. Закрепление от смещения достигнуто жестким защемлением нижней части рамы (рис. 1).

Решение задач такого типа требует применения геометрически и физически нелинейной постановки. Таким образом, в математическую модель следует включить нелинейные уравнения поведения материала, геометрические соотношения, а также соотношения контактного взаимодействия [8, 9]:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot d\varepsilon_{kl}; \quad i, j, k, l = 1, 2, 3; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right); \quad i, j, k = 1, 2, 3; \quad (2)$$

$$(u_v^{(1)} + u_v^{(2)}) \Big|_{S_c} \leq \Delta, \quad (3)$$

где u, ε, σ – компоненты вектора перемещений, тензоров деформаций и напряжений соответственно; C_{ijkl} – компоненты тензора переменных касательных моделей упругости материала; \mathbf{V} – направление нормали к телам 1, 2.

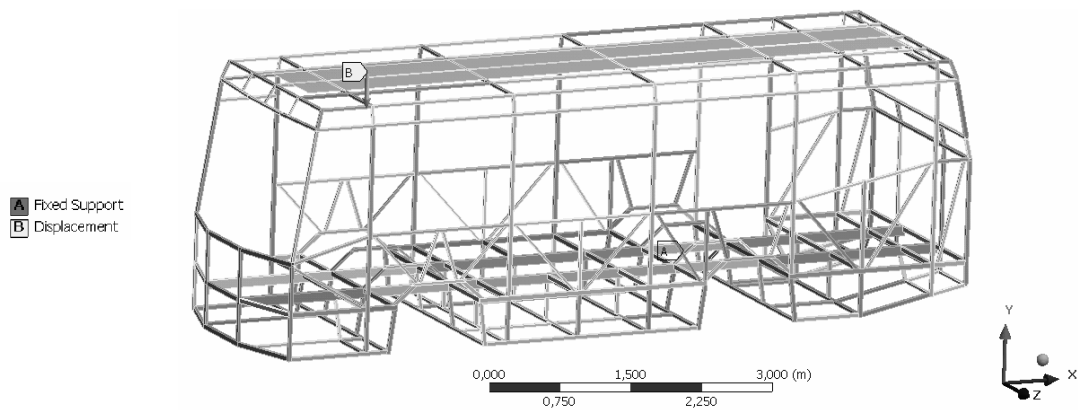


Рис. 1. Постановка граничных условий

Управляющими переменными были выбраны толщины стоек p_1 и перекладин крыши p_2 , а оцениваемой зависимой переменной – напряжения. Интервалы варьирования указанных параметров были разбиты на 4 подынтервала. Соответственно, было получено 25 решений задачи анализа напряженно-деформированного состояния. Поверхность отклика, определенную этими точками, в дальнейшем считали действительной, рис. 2.

Далее на основе предложенного в статье [3] подхода были построены линейная (рис. 3) и билинейная (рис. 4) аппроксимирующие функции для полученной

поверхности отклика. Также была оценена погрешность каждой из аппроксимаций, рис. 5, 6. Для данной функции отклика она находится в пределах от 0 до 0,6 % при линейной аппроксимации, и так же при билинейной. Также с целью решения задачи обоснования структурных параметров каркаса кузова пассажирского автобуса была выведена зависимость выдерживаемой им нагрузки от изменения толщин его конструктивных элементов (рис. 7).

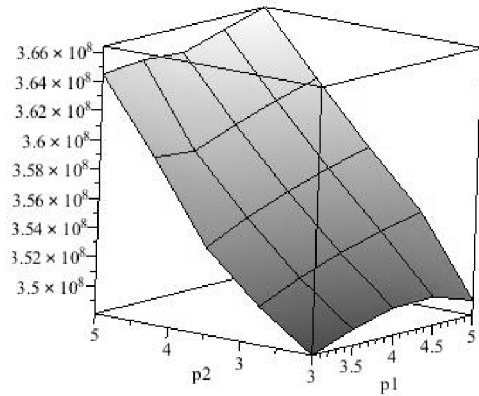


Рис. 2. Напряжения, Па

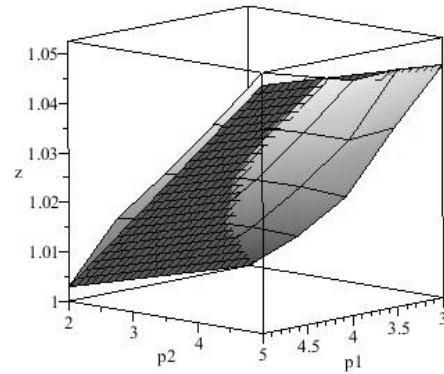


Рис. 3. Функция отклика и ее линейная аппроксимация (темным цветом)

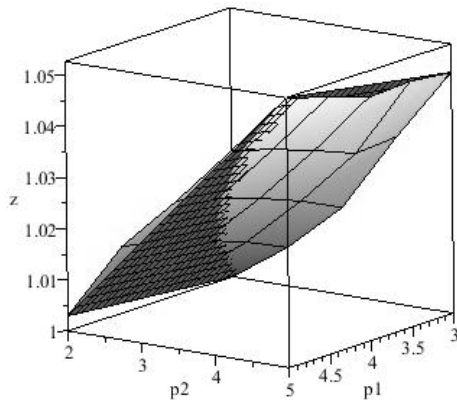


Рис. 4. Функция отклика и ее билинейная аппроксимация (темным цветом)

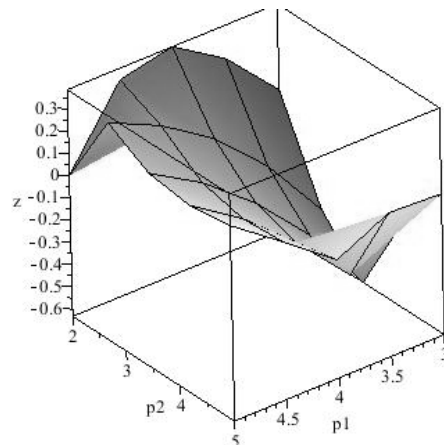


Рис. 5. Отклонение аппроксимирующей линейной функции от действительной, %

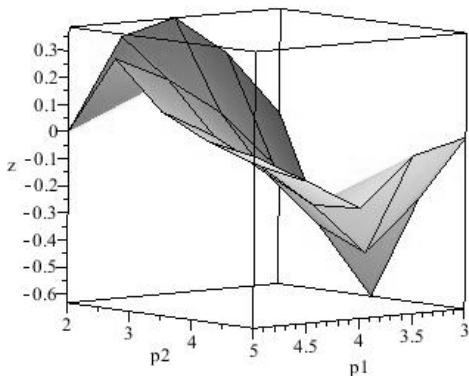


Рис. 6. Погрешность билинейной аппроксимации, %

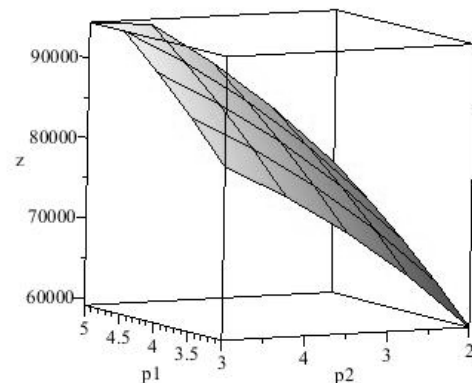


Рис. 7. Предельное усилие давления на крышу при изменении структурных параметров каркаса кузова

Метод линейной аппроксимации описывает данную поверхность с

погрешностью 3 % (рис. 8, 9), а метод билинейной аппроксимации – с погрешностью 4 % (рис. 8, 9).

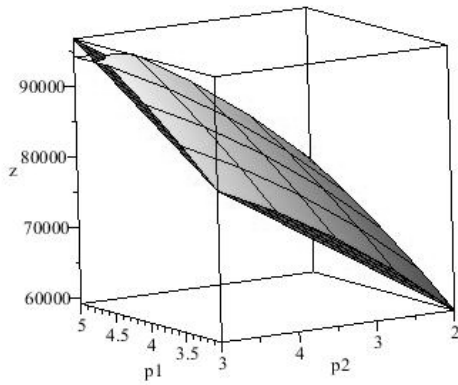


Рис. 8. Линеаризация поверхности отклика сил, Н

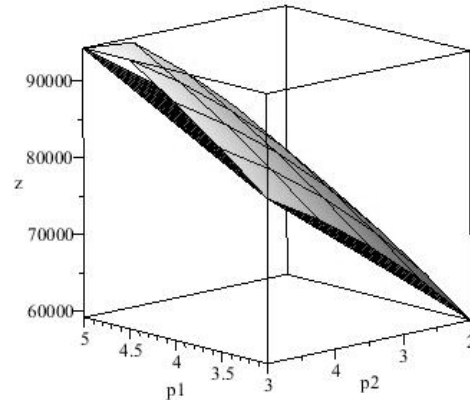


Рис. 10. Билинеаризация поверхности отклика сил, Н

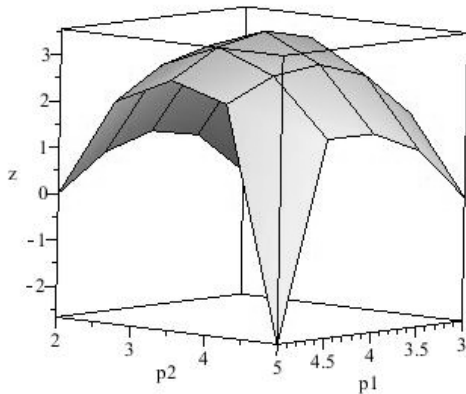


Рис. 9. Погрешность при линеаризации, %

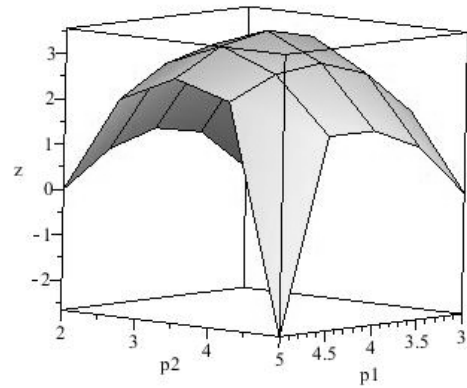


Рис. 11. Погрешность при билинеаризации, %

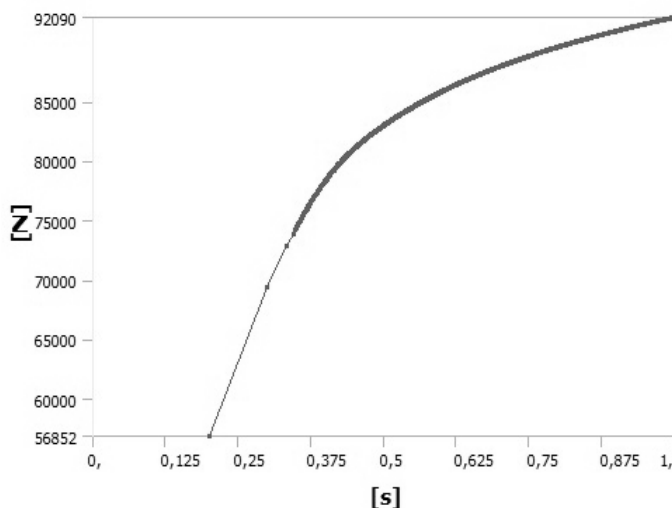


Рис. 12. Действующие силы, Н

Исходя из представленных графиков, по линеаризованной функции отклика сил можно определить, что оптимальным сочетанием параметров, которое позволяет конструкции крыши выдерживать регламентированную нормами нагрузку в 90 кН, являются $p_1=4,5$ мм; $p_2=4,6$ мм. Если же проверить данный набор параметров расчетом, увидим, что сопротивление крыши автобуса при данном наборе толщин труб составляет около 92 кН (рис. 12), что больше на 2,2 %.

Выводы. В статье для задачи оптимизации объекта машиностроения, а именно кузова пассажирского автобуса, в случае его нелинейного поведения опробованы методы линеаризации и билинеаризации функции отклика. Определено, что погрешность, вносимая при использовании обоих методов, для данной задачи не превышает 4 %. Таким образом, можно сделать вывод о применимости этих методов для решения задач данного типа.

Литература: 1. Бондаренко М.А. Билинеаризация поверхности отклика в оптимизационных исследованиях тонкостенных элементов машиностроительных конструкций / М.А. Бондаренко, Р.И. Шейченко, Р.В. Граборов, Д.Г. Шинкин, Д.В. Киричук // *Механіка та машинобудування. Науково-технічний журнал.* – Харків: НТУ «ХПИ», 2014. – № 1. – С. 18-23. 2. Чубань М. А. Аппроксимация поверхности отклика для использования в процессе параметрического синтеза машиностроительных конструкций / М. А. Чубань // *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Транспортне машинобудування.* – 2015.– №43(1152). – С. 161–164. 3. Чубань М. А. Модели аппроксимации поверхности отклика в оптимизационных исследованиях машиностроительных конструкций / М. А Чубань, Р. И. Шейченко, Р. В. Граборов // *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях.* – (в печати). 4. Bonet J. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis.* / J. Bonet, R .D.Wood. – New York: Cambridge University Press, 1997. – 283 p. 5. Flaherty J. E. *Finite Element Analysis* / J. E. Flaherty. – New York: Spring, 2000. – 323 p. 6. Ткачук Н. А. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Н. А Ткачук., Г. Д. Гриценко, А. Д. Чепурной, Е. А. Орлов, Н. Н. Ткачук // *Механіка та машинобудування.* – 2006. – №1. – С.57-79 7. FMVSS 220: *School bus rollover protection, effective April 1, 1977.* 8. Бондаренко М. О. Дослідження напружено-деформованого стану каркасу кузова автобуса в умовах моделювання його тестового випробування на пасивну безпеку / М. О. Бондаренко // *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Машинознавство та САПР.* – 2014.– №29(1072). – С. 13–17. 9. Васидзу К. *Вариационные методы в теории упругости и пластичности.* / К. Васидзу. – М. Мир, 1987. – 542 с.

Bibliography (transliterated): 1 Bondarenko M.A. *Bilinearizatsiya poverhnosti otklika v optimizatsionnykh issledovaniyakh tonkostennykh elementov mashinostroitelnykh konstruktсий* / M.A. Bondarenko, R.I. Sheychenko, R.V. Graborov, D.G. Shinkin, D.V. Kirichuk // *Mehanka ta mashinobuduvannya. Naukovo-tehnichnyi zhurnal.* – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – No 1. – P. 18 23. 2. Chuban M. A. *Approksimatsiya poverhnosti otklika dlya ispolzovaniya v protsesse parametricheskogo sinteza mashinostroitelnykh konstruktсий* / M. A. Chuban // *Visnik NTU «KhPI». Seriya: Transportne mashinobuduvannya.* – 2015.– No 43(1152). – P. 161–164. 3. Chuban M. A. *Modeli approksimatsii poverhnosti otklika v optimizatsionnykh issledovaniyakh mashinostroitelnykh konstruktсий* / M. A Chuban, R. I. Sheychenko, R. V. Graborov // *Visnik NTU «KhPI». Seriya: Novi rishennya v suchasniy tehnologiyah.* – (v pechati). 4. Bonet J. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis.* / J. Bonet, R .D.Wood. – New York: Cambridge University Press, 1997. – 283 p. 5. Flaherty J. E. *Finite Element Analysis* / J. E. Flaherty. – New York: Spring, 2000. – 323 p. 6. Tkachuk N. A. *Konechno-elementnyie modeli elementov slozhnykh mehanicheskikh sistem: tehnologiya avtomatizirovannoy generatsii i parametrizovannogo opisaniya* / N. A Tkachuk., G. D. Gritsenko, A. D. Chepurnoy, E. A. Orlov, N. N. Tkachuk // *Mehanika ta mashinobuduvannya.* – 2006. – No1. –

P.57-79 7. FMVSS 220: School bus rollover protection, effective April 1, 1977. 8. Bondarenko M. O. Doslidzhennya napruzhenno-deformovanogo stanu karkasu kuzova avtobusa v umovah modelyuvannya yogo testovogo viprobuvannya na pasivnu bezpechnist / M. O. Bondarenko // Visnik NTU «KhPI». Seriya: Mashinoznavstvo ta SAPR. – 2014.– No29(1072). – P. 13–17. 9. Vasilyev K. Variatsionnyie metody v teorii uprugosti i plastichnosti. / K. Vasilyev. – Moscow. Mir, 1987. – 542 p.

Бондаренко М.О.

ЛІНЕАРИЗАЦІЯ ТА БІЛІНЕАРИЗАЦІЯ ПОВЕРХОНЬ ВІДГУКУ У ВИПАДКУ НЕЛІНІЙНОЇ ПОВЕДІНКИ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО ОПТИМІЗУЮТЬСЯ

В інженерній практиці деякі задачі не можна розглядати в лінійній постановці, а доцільно врахувати одну з трьох основних можливих нелінійностей або навіть їх комбінацію. Виникає питання про застосовність лінійної та білінійної моделей поверхні відгуку в ході оптимізації машинобудівних конструкцій у разі їх нелінійної поведінки. Описано побудову даних моделей в задачі підбору раціональних параметрів конструкції кузова пасажирського автобуса. Оцінена похибка, що вноситься методами лінійної та білінійної апроксимації.

Бондаренко М.А.

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ И БИЛИНЕАРИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА В СЛУЧАЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ ОПТИМИЗИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В инженерной практике некоторые задачи нельзя рассматривать в линейной постановке, а целесообразно учесть одну из трех основных возможных нелинейностей или даже их комбинацию. Возникает вопрос о применимости линейной и билинейной моделей поверхности отклика в ходе оптимизации машиностроительных конструкций в случае их нелинейного поведения. Описано построение данных моделей в задаче подбора рациональных параметров конструкции кузова пассажирского автобуса. Оценена погрешность, вносимая методами линейной и билинейной аппроксимации.

M. Bondarenko

LINEARIZATION AND BILINEARIZATION OF RESPONSE SURFACE IN THE CASE OF NON-LINEAR BEHAVIOR OF THE OPTIMIZED STRUCTURES

In engineering practice, some problems can't be considered in the linear formulation, and it is advisable to take into account one of the three basic features of nonlinearities or a combination thereof. This raises the question of the applicability of linear and bilinear response surface model in the optimization of the engineering constructions in the case of their non-linear behavior. The construction of these models in the problem of the selection of rational parameters of the carcass of passenger bus is described. The error carried in by the methods of linear and bilinear approximation is evaluated.