тіл об’ємом 0,1, 1 та 10 см^3 (еквівалентний діаметр відповідно 0,58, 1,24 та 2,67 см), швидкість встановлюється відповідно на рівні 12,4, 18,1 та 26,5 м/с, у той же час прискорення тіла на початку падіння максимальне, а у подальшому, по мірі падіння воно зменшується і набуває практично нульового значення, наприклад, для послідовності тих же тіл, практично нульового значення прискорення досягає відповідно за час падіння 5, 6 і 8,5 с.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. *Кукибный А.А.* Метательные машины. — М.: Машиностроение, 1964. — 196 с.
2. *Голуб Г.А.* Агропромислове виробництво їстівних грибів. — К.: Аграрна наука, 2007. — 330 с.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ ПАДЕНИЯ ТЕЛ В ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ

Приведены аналитические закономерности, которые определяют падение тел с учетом сопротивления воздуха.

SOME ASPECTS OF THEORY OF FALLING OF BODIES IN AIR ENVIRONMENT

Analytical conformities to the law, which determine the falling of bodies with the account of resistance of air, are conducted.

УДК 631.365.2

ЗМІСТОВНА ГЕОМЕТРИЧНА ТЕОРІЯ РОЗГОРТНИХ ҐРУНТОДЕФОРМУЮЧИХ ПОВЕРХОНЬ: ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ І ВИЗНАЧЕННЯ

А.С. Павлоцький, канд. техн. наук

НТУ України “КПІ”;

В.А. Вознюк, інж.-методист

Комплекс НТУ України“КПІ” МУФ;

І.Ф. Савченко, канд. техн. наук

ННЦ “ІМЕСГ”

Висвітлено питання геометрії розгортки раціональних лінійчастих поверхонь на основі дослідження степеня їхньої розгортності, встановлення повного ряду розгортності таких поверхонь і розробки на цій основі інженерного способу конструювання ґрунтодеформуючих поверхонь заданого степеня *розгортності, у якому досягається значне спрощення взаємодії (людини з ПЕОМ) шляхом використання положень проективної і раціональної геометрії для опису кривих і поверхонь у векторній параметричній формі, що є найбільш зручною для використання ПЕОМ.*

Проблема. Сучасна землеробна механіка в моделюванні і проектуванні ґрунтодеформуючих поверхонь (ГДП) досягла такого стану, що відсутність у неї достатньо розвинутого математичного апарата, який враховує останні досягнення науки і техніки, стало значною перепоною для її подальшого розвитку. Це пов'язано, насамперед, з розв'язком головної задачі землеробної механіки — конструюванням ГДП складної форми з використанням ПЕОМ та урахуванням при цьому повного комплексу тих із фізичних характеристик явища або процесу ґрунтообробітку, які є визначальними в даному випадку. В інженерній практиці ефективний розв'язок такої задачі стає можливим тільки за допомогою математичних моделей, які є зручними для використання ПЕОМ. В такому разі задача і спосіб її розв'язку мають мати формулювання мовою математичних формул не тільки зрозумілою ПЕОМ, але ще й ці формули мають бути зручними для конструювання поверхонь з використанням ПЕОМ, що значно зменшує витрати машинного часу. Тому переведення проблеми у площину математичного (зокрема геометричного) моделювання є актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз показує, що такі реальні об'єкти, як ГДП виконавчих органів — не тільки множини точок або ліній чи їхні геометричні місця, а і замкнені (функціонально або просторово) фізико-технічні системи, що володіють системними властивостями ("механічними", "геометричними", зокрема, проективними раціональними або "топологічними"). Синтез таких властивостей дозволяє використовувати ПЕОМ для конструювання і дослідження ГДП із застосуванням відповідного математичного апарата (МА). Основу МА кожної предметної дисципліни, як відомо [1], складають математичні теорії, інтерпретовані на сукупності об'єктів цієї дисципліни. Очевидно, якщо об'єкти такої конкретної дисципліни мають системну, цілісну природу, то МА теж має бути системним, цілісним [2]. Концепція такого МА (як проектна ідея) для землеробної механіки (ЗРМ) вперше була запропонована в [3] і отримала підтвердження на основі результатів досліджень на прикладах ГДП, розроблених для реальних процесів основного ґрунтообробітку (поглиблення орного шару за схемами смугової або суцільної технології).

Найбільш простими у застосуванні для ЗРМ є лінійчасті поверхні (ЛП), які поділяються на розгортні і нерозгортні. Степінь розгортності ЛП має певне значення для конструювання на її основі ГДП, оскільки розгортна поверхня є найбільш простою у виготовленні, а нерозгортна — більш ефективна в агротехнологічному відношенні. Тому в інженерному конструюванні таких ГДП доцільною стає вимога отримання розгортної ЛП, яка є більш, або менш близькою до нерозгортної. Отже, дослідження степеня розгортності для цілеспрямованого використання в інженерній практиці конструювання лінійчастих ГДП є актуальною модельною задачею, що була поставлена в [4], як визначення геометричних умов розгортності для конкретної ЛП. Визначення умов розглядається для ЛП, що утворена двома дугами кривих другого порядку (К2П) $r(t)$ і $r^0(t)$ з каркасними точками 0, 1, 2, та коефіцієнтами α_1 і α_2 першої кривої і каркасними точками 0^0, 1^0, 2^0, і коефіцієнтами $\alpha_1{}^0$ і $\alpha_2{}^0$ другої.

ЛП називається розгортною, якщо її дві координатні твірні прямі при значеннях параметра t і $t+\Delta t$ (при $\Delta t \rightarrow 0$) знаходяться в одній площині. Це означає, що визначник (детермінант) дорівнює нулю. Із рівності детермінанта нулю отримуємо умови для розгортної ЛП, що утворена вказаними двома дугами К2П, в яких, наприклад, $V_{010^01^0}$ — об'єм паралелепіпеда, який побудований на трьох векторах. Рівність об'єму нулю означає, що три вектора, або чотири точки (0, 1, 0^0, 1^0) знаходяться в одній площині. Умови для розгортної ЛП, що утворена кривими k-го порядку, визначаються аналогічно. Вказана задача може бути розв'язана на основі рівнянь раціональних ЛП теорії проективних раціональних поверхонь [5].

Вказана теорія і апарат дослідження реалізуються в неевклідовому проективному просторі, зокрема у двовимірній неевклідовій проективній площині (проективній поверхні), яка розглядається в тривимірному афінному просторі. Всі параметри кривих і поверхонь (КіП) мають простий геометричний зміст, а саме: є точками, лініями, площинами і т.д., або їх простим відношенням чи складним відношенням. Цей принцип розповсюджується не тільки на побудову КіП, але і на всі параметри рівнянь КіП, які представляються у параметричному виді у векторній або координатній формі запису, що є зручними для використання ПЕОМ.

Найхарактернішою якісною властивістю цієї теорії є її геометричність, яка міститься в тому, що точки, прямі і площини є взаємно незалежними, тобто пряма і площина не розглядаються як множини точок.

Рівняння поверхні n-го порядку називається геометричним, якщо воно інтерпретується не тільки як множина точок, але й як множина ліній, і як множина площин, і як множина поверхонь 2-го, 3-го, ... і т. д. до $(n-1)$-го порядку включно.

Наприклад, рівняння К2П — напрямних для вказаної вище ЛП, мають вид:

$$r=\frac{\alpha_0 r_0+\alpha_1 r_1 t+\alpha_2 r_2 t^2}{\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 t^2};\;\; r^0=\frac{\alpha_0{}^0 r_0{}^0+\alpha_1{}^0 r_1{}^0 t+\alpha_2{}^0 r_2{}^0 t^2}{\alpha_0{}^0+\alpha_1{}^0 t+\alpha_2{}^0 t^2}.$$

У класичній математиці теж звертається увага на актуальність геометричної задачі знаходження степеня розгортності ЛП: “найкоротша відстань між суміжними твірними $l(v)$ і $l(v+dv)$ ЛП представляє собою нескінченну малу першого порядку відносно dv у випадку нерозгортної ЛП і нескінченно малу більш високого порядку у випадку торсової поверхні” [6].

Серед закордонних досліджень, які вивчають питання використання ПЕОМ для опису КіП, і отже, так або інакше торкаються природи форми запису їхніх рівнянь для математичного представлення, можна відзначити [7].Тут вводиться спеціальний розділ “Комп’ютерна геометрія”, де окремо виділяється поняття чотиривимірного представлення даних тривимірної геометрії, яке є досить поширеним у прикладеннях. Значна увага приділяється також різниці між властивостями геометричних і топологічних даних, при цьому теорія графів розглядається як частина топології. Разом з тим, вказана теорія проективних раціональних поверхонь дає можливість взагалі обійтись без використання теорії графів, що і забезпечує значне спрощення описів КіП.

Мета дослідження. Виконати дослідження степеня розгортності класу лінійчастих поверхонь на основі рівнянь раціональних ЛП, ввести доповнений ряд розгортності цих поверхонь і на цій основі розробити інженерні способи геометричного конструювання ЛП заданого степеня розгортності з використанням ПЕОМ на прикладах ГДП ЗРМ.

Результати досліджень. Основу МА для ЗРМ може складати математична теорія, інтерпретована на сукупності відповідних об’єктів, якими можуть слугувати, наприклад, відібрані багаторічною практикою чотири форми лемішно-полицевих поверхонь (ЛПП) плугів (циліндрична, циліндроїдальна, напівгвинтова і гвинтова). Ці форми можна задати системою перерізів — криволінійних шаблонів, що розглядаються як першопочатковий ДК, за яким може бути визначено рівняння раціональної ЛП, як розв'язок модельної задачі при застосуванні геометричної теорії проективних раціональних поверхонь.

Отже, для геометричного конструювання форми ЛПП з використанням ПЕОМ будемо використовувати вказану теорію проективних раціональних поверхонь та її апарат. При цьому, використання ПЕОМ в конструюванні складних поверхонь (в класі модельних задач) ґрунтується на представленні їх як поверхонь технічної форми (ПТФ) у виді деякої сукупності скінченої, або такої, що рахується, множини простих кусків поверхонь (ПКП) з заданими правилами стикування їх між собою. Під ПКП мають на увазі множину точок, топологічно еквівалентну множині точок круга або квадрата. ГДП землеробної механіки можуть конструюватись як один, єдиний ПКП, оскільки мають невелику протяжність. В самому понятті ПКП закладені принципи конструювання складної поверхні за допомогою ПЕОМ, оскільки рівняння поверхні може бути визначено за першопочатковим ДК і записується у векторному параметричному виді $r=r(u, v)$. В якості ПКП приймаються узагальнені ПКП, які мають ще одну координатну лінію. При цьому координатними лініями узагальненого ПКП є раціональні криві, які мають три координатні точки зі значеннями параметра $u=\infty$, 1,0 і на кінцях простої дуги дотичні прямі при значеннях параметра ∞, 0. Раціональною кривою називається крива бираціонально ізоморфна (а значить і топологічно еквівалентна) прямій лінії, а проста дуга — це множина точок, топологічно еквівалентна відрізку прямої лінії. Рівняння простої дуги записується у векторному параметричному виді $r=r(u)$, або $r=r(t)$.

Головним результатом виконаних досліджень можна вважати положення про те, що напрям переходу від розв'язку модельних задач до розв'язку реальних інженерних задач вказує використання системного підходу, а їхня оптимізація може ґрунтуватись на застосуванні синергетичного підходу. Фактично використання системного підходу означає перехід до класу моделей, які представляють різні аспекти (риси, властивості) реальних об'єктів, зокрема, математичні і нематематичні, наприклад, фізичні.

Так, в інженерній практиці ЗРМ вихідною є складна фізична система взаємодії, при описі і проектуванні якої треба знайти і використовувати адекватну математичну теорію (тобто теорію, що найбільш підходить у даному випадку). Такою теорією для опису системи агротехнічної взаємодії ґрунту з РП в сучасних умовах є теорія сумісної дії або теорія самоорганізації (синергетика), яка займається вивченням нелінійних явищ (до яких і відноситься обробіток ґрунту) та розробкою синергетичних моделей систем живої природи, які використовуються як функціонально поріднені в технічних системах, що розробляються і слугують основою їхньої оптимізації. Основні результати виконаного дослідження реальних задач наведені в [8–12].

Синергетичний підхід можна застосовувати не тільки до фізичних, але і до математичних задач (наприклад, до розглянутих вище модельних задач), оскільки синергетика зробила ряд важливих кроків в напряму пошуку методу підходу до якісного аналізу змісту рівнянь. Проблематика досліджень найближчого майбутнього, як зауважив відомий математик сучасності Р. Фейнман, буде зосереджена саме в цьому напрямі.

Прикладами таких досліджень може бути сумісне використання звичайної евклідової геометрії (як окремого випадку афінної геометрії) і нових геометрій — проективної та раціональної або алгебричної. Тут, у результаті сумісної дії цих геометрій, на макрорівні виникає нова структура і відповідне функціонування, наприклад в [13–15] — це проективна площина (проективна поверхня), що розміщується в тривимірному афінному просторі (A^3). Це функціонування відповідає загальним принципам щодо управління системою, здатною до самоорганізації.

Отже, в разі сумісного розв'язку нелінійної фізичної і математичної задач при використанні синергетичного підходу, можна сподіватись на отримання інтеграційного ефекту від форми запису відповідних рівнянь КіП. Такий ефект проявляється, насамперед, у зменшенні витрат машинного часу при використанні ПЕОМ у описі і дослідженні раціонально поставлених задач системного змісту на основі застосування композиції морфізмів.

У землеробній механіці, наприклад, при конструюванні ЛП досить часто виникає задача покращити розгортність поверхні. А для цього інженеру треба знати ряд степенів розгортності ЛП як деякого класу, тобто виникає задача класифікації ЛП за степенем розгортності. Задачу можна розв'язати на основі досліджень степеня розгортності раціональних ЛП (точніше, узагальнених ПКП), які мають рівняння у векторному параметричному виді і розміщуються в (A^3).

Твірною раціональної ЛП слугує проективна пряма, яка в просторі А3 має рівняння у векторному параметричному виді

$$r = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t}{\alpha_0 + \alpha_1 t},$$

де t — неоднорідний змінний параметр, який визначає просту дугу при значенні $0 \leq t \leq \infty$; $r_0(t=0)$, $r_1(t=\infty)$ — каркасні (координатні) точки прямої; α_0, α_1 — коефіцієнти.

Визначаємо коефіцієнти α_0, α_1 за третьою точкою, в якій беремо $t=1$. Коли третю точку не задано, то беремо $\alpha_0=\alpha_1$. Тоді рівняння прямої має вид

$$r = \frac{r_0 + r_1 t}{1+t}.$$

Раціональні криві (РК) в просторі A^3 мають подібне рівняння степеня n

$$r = \frac{\sum_{i=0}^{n} \alpha_i r_i t^i}{\sum_{i=0}^{n} \alpha_i t^i} = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t + \ldots + \alpha_n r_n t^n}{\alpha_0 + \alpha_1 t + \ldots + \alpha_n t^n}.$$

ЛП, утворені з використанням РК, будуть раціональними (за теоремою Люрота).Покажемо на прикладах (задачах), що раціональні ЛП (точніше ПКП) мають різні степені розгортності і на цій основі дамо класифікацію ЛП за степенем розгортності.

Задача 1. Нехай задані дві проективні прямі (в їхньому рівнянні маємо один змінний параметр t). З'єднаємо їх відповідні точки прямими (рис. 1), отримаємо раціональну ЛП другого порядку

$$r = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t + s\left(b_0 r_{0'} + b_1 r_{1'} t\right)}{\alpha_0 + \alpha_1 t + s\left(b_0 + b_1 t\right)},$$

де t, s — неоднорідні змінні параметри (у всіх наступних задачах аналогічно).

Визначники (детермінанти) будемо записувати у наступному виді

$$\begin{bmatrix} x_A y_A z_A 1 \\ x_B y_B z_B 1 \\ x_C y_C z_C 1 \\ x_D y_D z_D 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_A \\ r_B \\ r_C \\ r_D \end{bmatrix} = V_{ABCD}.$$

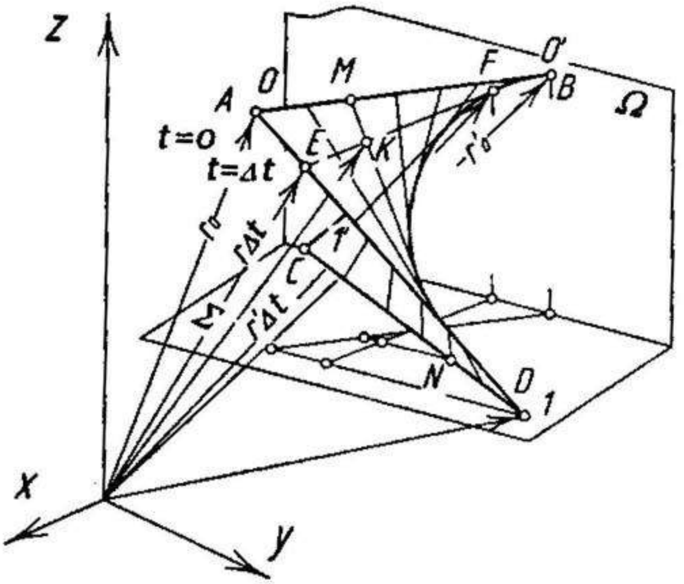

Рис. 1. Раціональна лінійчаста поверхня другого порядку в афінній системі координат, що задана двома проективними прямими

Візьмемо у ЛП дві твірні з t=0 і t=Δt (Δt значно менша 1). При t=0 отримаємо твірну з точками r_0 і $r_{0'}$, при t=Δt — з точками

$$r_{\Delta t} = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 \Delta t}{\alpha_0 + \alpha_1 \Delta t};\ \ r'_{\Delta t} = \frac{b_0 r_{0'} + b_1 r_{1'} \Delta t}{b_0 + b_1 \Delta t}.$$

Знайдемо визначник

$$\begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ r_{\Delta t} \\ r'_{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ \dfrac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 \Delta t}{\alpha_0 + \alpha_1 \Delta t} \\ \dfrac{b_0 r_{0'} + b_1 r_{1'} \Delta t}{b_0 + b_1 \Delta t} \end{bmatrix} = \frac{1}{A \cdot B} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ \alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 \Delta t \\ b_0 r_0 + b_1 r_{1'} \Delta t \end{bmatrix} = \frac{\Delta t^2}{A \cdot B} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ r_1 \\ r_{1'} \end{bmatrix} \alpha_1 b_1 = \frac{\Delta t^2 \alpha_1 b_1}{A \cdot B} V_{00''11'}.$$

Коефіцієнти α_0, α_1 і b_0, b_1 входять до рівняння однорідно, а тому приймаємо α_0=1, b_0=1 (аналогічно і в інших задачах).

Величини A=1+$\alpha_1 \Delta t$, B=1+$b_1 \Delta t$ близькі до 1, а тому приймаємо A=1 і B=1 (коли будуть особливі зауваження, то беремо $A \neq 1$ і $B \neq 1$). В кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 2_1 \cdot V_{00'11'}.$$

Задача 2. Задана ЛП (рис. 2) з напрямною проективною прямою (0^1–1^1) і раціональною кривою другого порядку (К2П). Запишемо її рівняння

$$r = \left[r_0 + \alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2 + \right.$$
$$\left. + s\left(r_{0'} + b_1 r_{1'} t\right)\right] / \left[1 + \alpha_1 t + \right.$$
$$\left. + \alpha_2 t^2 + s\left(1 + b_1 t\right)\right].$$

Візьмемо на поверхні дві твірні прямі з t=0 і t=Δt. Аналогічно до попередньої задачі знаходимо визначник $V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}}$ і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 b_1 \cdot V_{00'11'} +$$
$$+ \Delta t^3 \cdot \alpha_2 b_1 V_{00'1'2}.$$

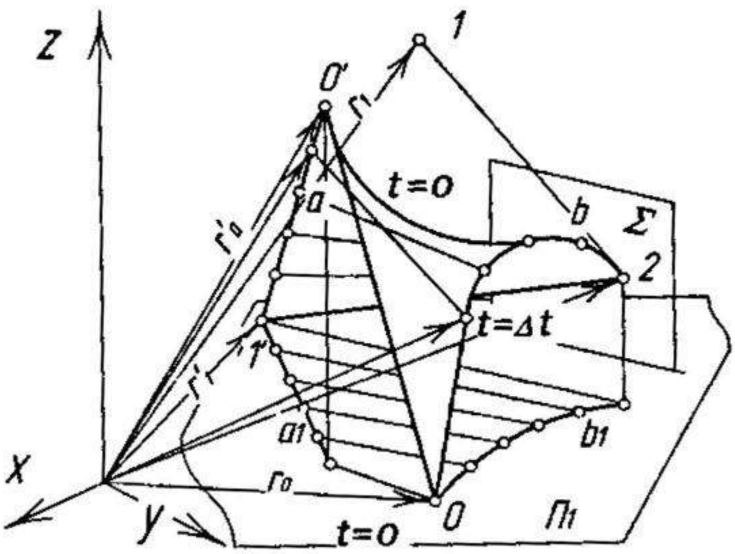

Рис. 2. Раціональна лінійчаста поверхня, що задана проективною прямою і кривою другого порядку

Коли дотична пряма (0–1) К2П буде паралельна прямій (0^1–1^1), то отримаємо $V_{00'11'}=0$, а

$$V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}} = \Delta t^3 \cdot \alpha_2 b_1 V_{00'1'2}.$$

Задача 3. Задана ЛП з напрямними К2П (рис. 3). З'єднаємо твірними прямими відповідні точки кривих і отримаємо рівняння поверхні 2П

$$r = \frac{r_0 + \alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2 + s\left(r_{0'} + b_1 r_{1'} t + b_2 r_{2'} t^2\right)}{1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + s\left(1 + b_1 t + b_2 t^2\right)}.$$

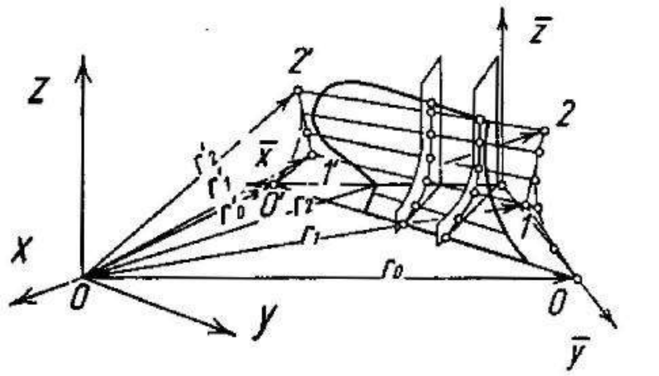

Рис. 3. Раціональна лінійчаста поверхня, що задана двома кривими другого порядку

Візьмемо на поверхні дві твірні прямі з t=0 і $t=\Delta t$. Аналогічно до попередніх задач знаходимо визначник $V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}}$ і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 b_1 \cdot V_{00'11'} +$$
$$+\Delta t^3 \left(\alpha_1 b_2 \cdot V_{00'12'} + \alpha_2 b_1 V_{00'21'}\right) +$$
$$+\Delta t^4 \alpha_2 b_2 V_{00'22'}.$$

Задача 4. Задана поверхня торса (рис. 4) третього порядку рівнянням

$$r = \left[r_0 + 2\alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2 +\right.$$
$$\left.+s\left(\alpha_1 r_1 + 2\alpha_2 r_2 t + \alpha_3 r_3 t^2\right)\right] /$$
$$\left[1 + 2\alpha_1 t + \alpha_2 t^2 +\right.$$
$$\left.+s\left(\alpha_1 + 2\alpha_2 t + \alpha_3 t^2\right)\right].$$

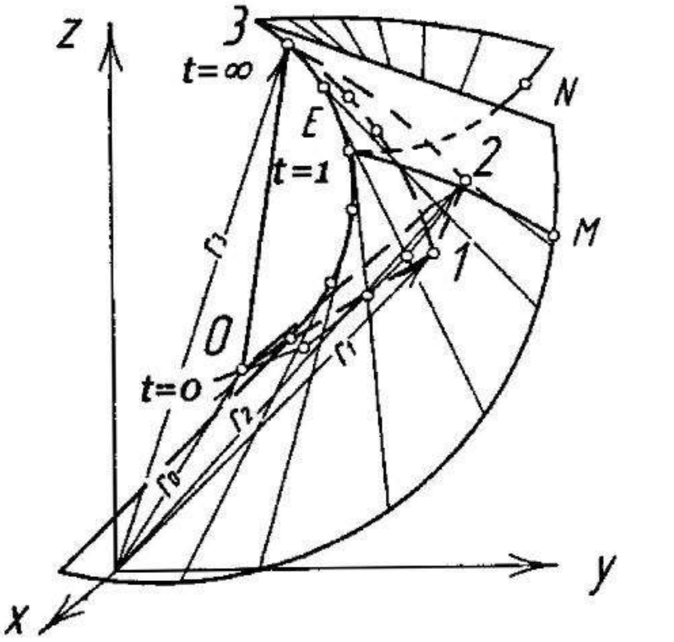

Рис. 4. Торс 3П в просторі раціональних поверхонь $\langle A^3(E^3) \supset P^3(0\text{-}1\text{-}2\text{-}3)\rangle$, де (0-1-2-3) — координатний тетраедр

Твірні торса з'єднують відповідні точки К2П k і k^1. Візьмемо твірні з t=0 і $t=\Delta t$ (Δt значно менша 1). Аналогічно попереднім задачам знаходимо визначник $V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}}$ і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}} = \Delta t^4 \cdot 2\alpha_2\alpha_3 V_{0123}.$$

Задача 5. Задана поверхня торса (рис. 5) четвертого порядку рівнянням

$$r = \frac{r_0 + 3\alpha_1 r_1 t + 3\alpha_2 r_2 t^2 + \alpha_3 r_3 t^3 + s\left(\alpha_1 r_1 + 3\alpha_2 r_2 t + 3\alpha_3 r_3 t^2 + \alpha_4 r_4 t^3\right)}{1 + 3\alpha_1 t + 3\alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + s\left(\alpha_1 + 3\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2 + \alpha_4 t^3\right)}.$$

Твірні торса з'єднують відповідні точки кривих третього порядку k і k^1. Візьмемо твірні з t=0 і t=Δt (Δt значно менша 1). Аналогічно до попередніх задач знаходимо визначник і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}} = \Delta t^{4} \cdot 6\alpha_2\alpha_3 V_{0123} + \Delta t^5 \cdot 3\alpha_2\alpha_4 V_{0124} + \Delta t^6 \cdot \alpha_3\alpha_4 V_{0134}.$$

Висновки. Розгортність ЛП при конструюванні на їх основі, наприклад ГДП землеробної механіки, має певне значення. Для використання розгортних ЛП в практиці ґрунтообробітку у більшості випадків конструктора не задовільняють геометричні параметри поверхні, які спричиняють до зниження ефективності агротехнологічної взаємодії з ґрунтом, а використання ж нерозгортних ЛП було б більш ефективним при відомих степенях розгортності поверхонь. На основі рівнянь раціональних ЛП у векторному параметричному виді був розроблений інженерний спосіб конструювання, який дає можливість дві близькі твірні прямі ЛП порівняти з площиною і визначити степінь її розгорнності (точніше ПКП). У виконаному дослідженні класу ЛП на прикладах показано як зробити ПКП краще розгортним, а також наведено ряд степеней розгорності:

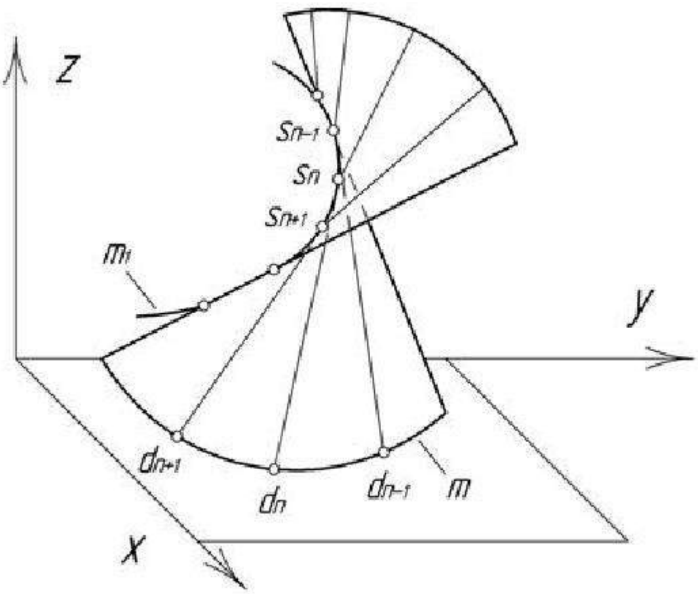

Рис. 5. Раціональна поверхня торса з ребром звороту (загальний вид)

1. Поверхні конуса і циліндра абсолютно розгортні (для них визначник ($V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}}$=0).

2. Поверхні торсів майже розгортні (точніше локально-розгортні, оскільки перетинаються тільки дві сусідні твірні (t і t+Δt), а вже через

одну твірні є мимобіжними, причому торс четвертого порядку є краще розгортним, ніж торс третього порядку).

3. Всі інші раціональні ЛП є менш розгортними, проте шляхом геометричного конструювання степінь розгортності їх може бути поліпшений. Наприклад, візьмемо результат задачі 3 (раціональна ЛП з напрямними К2П):

$$V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 2_1 \cdot V_{00'11'} + \Delta t^3 \left(\alpha_1 2_2 \cdot V_{00'12'} + \cdot \alpha_2 2_1 V_{00'21'}\right) + \Delta t^4 \alpha_2 2_2 V_{00'22'} .$$

Позначимо через Π_k раціональну ЛП, у якої за степенем розгортності визначник $V=\Delta t^k \cdot C_k + \Delta t^{k+1} \cdot C_{k+1} + ...$, тоді, в задачі 3 поверхня має бути позначена як поверхня зі степенем розгортності Π_2 (якщо не маємо можливості покращити степінь її розгортності). Якщо ж є така можливість, то можна в заданому допуску змінювати так постійні параметри, щоб степінь розгортності ЛП був поліпшений.

Коли величина $\alpha_1 b_1 \cdot V_{00'11'}$ змінюється майже до нуля, то тоді ЛП буде позначена як поверхня зі степенем розгортності Π_3.

Коли, крім цього, ще і ($\alpha_1 b_2 \cdot V_{00'12'}\ \alpha_2 b_1 \cdot V_{00'21'}$) змінити майже до нуля, то поверхню позначимо як Π_4, тоді ряд раціональних ЛП за степенем їх розгортності можна записати:

$$\Pi_2,\ \Pi_3,\ \Pi_4,\ ...$$

Цей запис означає, що поверхня Π_3 краще розгортається ніж Π_2, а поверхня Π_4 краще розгортається ніж Π_2 і Π_3.

Основний результат досліджень: а) вводиться вперше повний ряд розгортності лінійчастих поверхонь — Π_2, Π_3, Π_4, ...; б) на основі введеного ряду будь-які ЛП можна конструювати краще розгортними за безпосередніми запитами практики сільгоспвиробництва.

Таким чином, наведений МА дасть можливість інженеру-проектувальнику конструювати лінійчасті ГДП заданого степеня розгортності з використанням ПЕОМ, що дозволяє усунути розрив, який утворився між потребами сучасного розв'язку задач конструювання і дослідження в ЗРМ та існуючим в ній зараз МА.

Наведена теорія не є достатньо строгою з математичних позицій, а розглядається скоріше як "загальна рамка" і принципова настанова до вивчення і опису системних властивостей форми ГДП цілеорієнтованих систем ЗРМ.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. *Сигорский В.П.* Математический аппарат инженера. — К.: Техніка, 1975. — 768 с.

2. *Павлоцкий А.С.* Математическая модель функциональной поверхности знакопеременного воздействия // Прикладная геометрия и инженерная графика. — К.: КНУБА, 1992. — Вып. 53. — С. 99–101.
3. *Павлоцкий А.С.* Конструирование поверхностей рабочих органов почвообрабатывающих орудий по наперед заданным условиям деформации почвенного пласта / Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — К., 1974. — 18 с.
4. *Надолинный В.А.* Аналитические методы в конструировании поверхностей. — К.: КПИ, 1981. — 43 с.
5. *Надолинный В.А.* Основы теории проективных рациональных поверхностей / Автореф. дис. ... докт. техн. наук. — М., 1989. — 32 с.
6. *Каган В.Ф.* Основы теории поверхностей в тензорном изложении. — М., Л.: ОГИЗ, 1947. — Ч. I. — 512 с.
7. *Кук Д., Бейз Г.* Компьютерная математика: Пер. с англ. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1990. — 384 с.
8. *Павлоцький А.С., Савченко І.Ф.* Використання ґрунтодеформуючої поверхні у проектуванні робочих органів // Вісник аграрної науки. — 2000. — № 8. — С. 51–53.
9. *Павлоцький А.С.* Інтеграція геометричного моделювання і технічної естетики функціональних поверхонь// Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2001. — Вип. 69. — С. 94–98.
10. *Вознюк В.А., Павлоцький А.С., Савченко І.Ф.* Метод проектування і моделювання з визначенням рівнянь робочих поверхонь ґрунтообробних знарядь мінімальної енергодостатності // Механізація та електрифікація сільського господарства. — Глеваха, 2005. — Вип. 89. — С. 220–226.
11. *Павлоцький А.С., Савченко І.Ф. Вознюк В.А.* Методи чисельного моделювання робочих поверхонь ґрунтообробних знарядь // Вісник аграрної науки. — 2007. — № 2. — С. 58–61.
12. *Павлоцький А.С., Вознюк В.А., Савченко І.Ф.* Робоча гіпотеза теорії ґрунтодеформуючої поверхні нового покоління // Механізація та електрифікація сільського господарства. — Глеваха, 2009. — Вип. 93. — С. 106–120.
13. *Павлоцька В.А.* Утворення раціональної поверхні торса третього порядку за трьома точками і дотичними в них // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2003. — Вип. 73. — С. 282–287.
14. *Надолинный В.О., Павлоцький А.С.* Два способи визначення рівняння торса // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2004. — Вип. 74. — С. 72–77.
15. *Надолинный В.О., Павлоцький А.С.* Розгортні прості куски поверхонь з мінімальною кількістю сторін // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2005. — Вип. 75. — С. 35–39.

СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЗВОРАЧИВАЮЩИХСЯ ПОЧВОДЕФОРМИРУЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ: ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Освещен вопрос геометрии развертки рациональных линейчастых поверхностей на основе исследования степени их развертываемости, установления полного ряда разворачиваемости таких поверхностей и разработка на этой основе инженерного способа конструирования почводеформирующих поверхностей заданной степени разворачиваемости, в котором достигается значительное упрощение взаимодействия человека с ПЕОМ путем использования положений проективной и рациональной геометрии для описания кривых и поверхностей в векторной параметрической форме, которая есть наиболее удобной для использования ПЕОМ.

SUBSTANTIAL GEOMETRICAL THEORY OF DEVELOPABLE SURFACES FOR SOIL DEFORMATION: MAIN POINTS AND DEFINITIONS

Elucidated are the questions of the geometry of development of rational linear surfaces on the basis of investigation of the degree of their developability, the introduction of a full row of this developability of surfaces of this kind, and the development on this basis of an engineering method for designing surfaces for soil deformation of the specified degree of developability. The method allows considerable simplification of the computer-man interaction through the use of projective and rational geometry for description of curves and surfaces in vectorial parametric form that is the prime form when using a computer.

УДК 633.43+633.63:631.5

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО МЕХАНІЗОВАНОГО ВИРОЩУВАННЯ СТОЛОВОЇ МОРКВИ

О.В. Сидорчук, докт. техн. наук, проф.,
чл.-кор. НААН України,
І.Ф. Савченко, канд. техн. наук,
Л.І. Кузьменко, канд. с.-г. наук

ННЦ "ІМЕСГ"

Розроблено концептуальну модель системи вирощування столової моркви в умовах різних ґрунтово — кліматичних зон України на основі системотехнічних засад керованого вирощування екологічно чистої столової моркви. Розкрито функціональну залежність ефективності росту і розвитку рослин столової моркви, з урахуванням особливостей агротехніки її вирощування в залежності від біологічного стану рослин у різних фазах їх розвитку.

Проблема. Питаннями вирощуванням столової моркви займались багато вчених[1, 2]. Однак, використання регіональних узагальнених рекомендацій вже не відповідають вимогам сучасного виробництва. Основна проблема у вирощуванні високих стабільних врожаїв столової моркви полягає у встановленні залежностей біологічного стану рослин на різних фазах її розвитку від чинників, які впливають на її продуктивне середовище.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Урожайність сільськогосподарських культур, в т.ч. столової моркви — результат взаємодії

Механізація та електрифікація сільського господарства. Вип. 94. 2010.