

**PROCESSES OF MACHINING OF INTEGUMENTS OF ANIMALS
FROM THE POSITION OF BIOTECHNICAL SYSTEM»PERSON-
MACHIN-ANIMAL»**

The complex approach to consideration of a question of machining of an integument of animals as to difficult biotechnical system on the basis of operations researches.

Key words: *skin of an integument of animals, biotechnical system, cut of sheep.*

УДК 631.312

**ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ПЛОСКОСТИ ЛЕНТЫ
ТРАНСПОРТЕРА, С УЧЕТОМ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ СКОРОСТИ**

В.М. Швайко, канд. физ.-мат. наук, **Ю.А. Чурсинов**, докт. техн. наук, **Д.А. Захаров**, асп., **Я.И. Грицишин**, студент
Днепропетровский ГАУ

З урахуванням сил опору навколишнього середовища, пропорційних швидкості руху частинки, отримані кінематичні залежності, що дозволяють визначити параметри полотна транспортера при бічній подачі матеріалу.

Ключові слова: *транспортер, рух частинки, опір середовища.*

Постановка проблеми, актуальность и анализ последних исследований достаточно полно приведены в работе [1].

В точке O попадания материальной частицы на транспортер (рис. 1) располагаем в плоскости ленты систему координат Ox , ориентированную таким образом, что ее ось Ox направлена по прямой наибольшего наклона (составляет угол ε с горизонтом).

Попадая на полотно транспортера с начальной скоростью \overline{V}_0 , движение частицы будет состоять из относительного (скольжения по полотну) и переносного (прямолинейного движения самого полотна) перемещения.

Определим кинематику относительного движения при боковой подаче материала [2]. При этом будем учитывать не только силу трения $f \cdot m \cdot g \cdot \cos \varepsilon$ (f – коэффициент трения), но и сопротивление возду-

© В.М. Швайко, Ю.А. Чурсинов, Д.А. Захаров, Я.И. Грицишин.
Механізація та електрифікація сільського господарства. Вип. 96. 2012.

ха, пропорциональное абсолютной скорости частицы

$$\vec{F} = -f_1 \cdot m \cdot g \cdot \vec{V}_a = -f_1 \cdot m \cdot g \cdot (\vec{V}_r + \vec{V}_e),$$

где \vec{V}_a , \vec{V}_r и \vec{V}_e – соответственно абсолютная, относительная и переносная (полотна транспортера) скорости частицы; $f_1 [c/m]$ – коэффициент сопротивления окружающей среды; $m [кг]$ – масса частицы; $g = 9,81 м/с^2$ – ускорение земного притяжения.

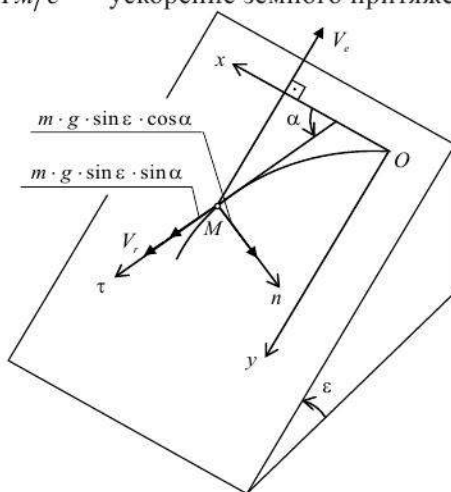


Рис. 1. Фрагментальная схема действующих на частицу сил

Систему дифференциальных уравнений движения материальной частицы рассмотрим в проекциях сопровождающего трехгранника Френе (Mnt). Его положение относительно системы координат Oxy определяется углом α , образуемым ортом τ (касательная к траектории движения) с осью Ox (рис. 1). Таким образом, имеем

$$m \cdot \frac{dV_r}{dt} = F_\tau; \quad m \cdot k \cdot V_r^2 = F_n, \quad (1)$$

где $k [м^{-1}]$ – кривизна траектории – величина, обратная радиусу кривизны; $k = 1/\rho$.

В правой части системы уравнений (1) обозначены суммы проекций сил, приложенных к частице. Такими силами являются: сила трения скольжения $f \cdot m \cdot g \cdot \cos \varepsilon$, направленная по касательной к относительной траектории в сторону, противоположную движению, сила сопротивления окружающей среды \vec{F} и движущая сила $m \cdot g \cdot \sin \varepsilon$, направленная по прямой наибольшего наклона. Их необходимо спро-

ектировать на орты трехгранника через угол α .

Перейдем в выражении ускорения от переменной времени t к дуговой координате s :

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{dV_r}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = V_r \cdot \frac{dV_r}{ds},$$

поскольку $ds/dt = V_r$. Произведем еще одну замену переменной, перейдя от дуговой координаты s к углу α :

$$\frac{dV_r}{ds} = \frac{dV_r}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds} = k \cdot \frac{dV_r}{d\alpha},$$

поскольку $d\alpha/ds = k$ по определению. Таким образом

$$\frac{dV_r}{dt} = k \cdot V_r \cdot \frac{dV_r}{d\alpha}.$$

С учетом всего вышесказанного система дифференциальных уравнений (1) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \frac{k}{g} \cdot V_r \cdot \frac{dV_r}{d\alpha} = A \cdot \sin \alpha - f \cdot \cos \varepsilon - f_1 \cdot V_r; \\ \frac{k}{g} \cdot V_r^2 = A \cdot \cos \alpha, \end{cases} \quad (2)$$

где $A = \sin \varepsilon + f_1 \cdot V_e$.

Из второго уравнения системы (2) найдем

$$\frac{k}{g} = \frac{A \cdot \cos \alpha}{V_r^2}.$$

С учетом последнего выражения первое уравнение системы (2) преобразуется к виду

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1}{V_r} \right) + \frac{\sin \alpha - k_1}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{V_r} = \frac{k_2}{\cos \alpha}, \quad (3)$$

где

$$k_1 = \frac{f \cdot \cos \varepsilon}{A}, \quad k_2 = \frac{f_1}{A}.$$

Используя [3], находим решение последнего дифференциального уравнения

$$V_r(\alpha) = \frac{1}{\frac{\cos \alpha}{C} \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} \right)^{k_1} - \frac{k_2}{k_1^2 - 1} \cdot (k_1 + \sin \alpha)}, \quad (4)$$

где C – постоянная интегрирования. Исходя из условия, что при $\alpha = \alpha_0$ $V_r = V_0$, находим выражение для постоянной C :

$$C = \cos \alpha_0 \cdot \left(\frac{\cos \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0} \right)^{k_1} \cdot \left[\frac{1}{V_0} + \frac{k_2}{k_1^2 - 1} \cdot (k_1 + \sin \alpha_0) \right]^{-1}.$$

В частности, если $V_r = V_0$ при $\alpha = 0^0$, постоянная интегрирования находится из выражения

$$C = \left(\frac{1}{V_0} + \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1^2 - 1} \right)^{-1}.$$

При $k_1 = 1$, получаем решение дифференциального уравнения (3) в виде

$$V_r(\alpha) = \frac{1}{\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} \cdot \left(\frac{1}{C} + \frac{k_2}{2} \cdot \ln \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} \right) - \frac{k_2}{2}} = \frac{1}{(1 + \sin \alpha) \cdot \left(\frac{1}{C} + \frac{k_2}{2} \cdot \ln \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} \right) - \frac{k_2}{2}}.$$

Найдем параметрические уравнения траектории относительно движения. Для этого воспользуемся известными зависимостями $dx/ds = \cos \alpha$, $dy/ds = \sin \alpha$ и перейдем к новой переменной:

$$\cos \alpha = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds} = k \cdot \frac{dx}{d\alpha} = \frac{A \cdot g \cdot \cos \alpha}{V_r^2(\alpha)} \cdot \frac{dx}{d\alpha};$$

$$\sin \alpha = \frac{dy}{ds} = \frac{dy}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds} = k \cdot \frac{dy}{d\alpha} = \frac{A \cdot g \cdot \cos \alpha}{V_r^2(\alpha)} \cdot \frac{dy}{d\alpha}.$$

На основании последних выражений получаем параметрические зависимости в квадратурах

$$x(\alpha) = \frac{1}{A \cdot g} \cdot \int_{\alpha_0}^{\alpha} V_r^2(\alpha) \cdot d\alpha; \quad y(\alpha) = \frac{1}{A \cdot g} \cdot \int_{\alpha_0}^{\alpha} V_r^2(\alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot d\alpha.$$

Аналогично получаем

$$\frac{1}{\rho} = k = \frac{d\alpha}{ds} = \frac{A \cdot g \cdot \cos \alpha}{V_r^2(\alpha)};$$

$$V_r(\alpha) = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{k} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \frac{V_r^2(\alpha)}{A \cdot g \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt}.$$

Из последних зависимостей получаем в квадратурах

$$s(\alpha) = \frac{1}{A \cdot g} \cdot \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{V_r^2(\alpha)}{\cos \alpha} \cdot d\alpha; \quad t(\alpha) = \frac{1}{A \cdot g} \cdot \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{V_r(\alpha)}{\cos \alpha} \cdot d\alpha.$$

В общем случае, диапазон изменения угла $\alpha \in (-\pi/2, \pi/2]$.

Раскрывая неопределенность, получаем выражение скорости $V_r(\alpha)$ при $\alpha = \pi/2$ (предельный случай)

$$V_r\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} \frac{1-k_1}{k_2}, & \text{при } k_1 < 1 \\ 0, & \text{при } f_1 \neq 0 \\ \frac{C}{2}, & \text{при } f_1 = 0 \\ 0, & \text{при } k_1 > 1 \end{cases} \quad \text{при } k_1 = 1$$

Полагая в системе уравнений (2) $f_1 = 0$ (отсутствует сопротивление окружающей среды), приходим к системе уравнений [1], которая позволяет получить аналитическое решение в явном виде

$$V_r(\alpha) = \frac{C}{\cos \alpha} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^{k_1}, \quad (5)$$

$$x(\alpha) = \frac{C^2}{A \cdot g} \cdot \frac{1}{1 - 4 \cdot k_1^2} \cdot \left[\frac{2 \cdot k_1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^{2k_1} - \frac{2 \cdot k_1 + \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0}\right)^{2k_1} \right];$$

$$y(\alpha) = \frac{C^2}{A \cdot g} \cdot \frac{1}{4 \cdot (1 - k_1^2)} \cdot \left[\frac{1 + 2 \cdot k_1 \cdot \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^{2k_1} - \frac{1 + 2 \cdot k_1 \cdot \sin \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0}{\cos^2 \alpha_0} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0}\right)^{2k_1} \right];$$

$$t(\alpha) = \frac{C}{A \cdot g} \cdot \frac{1}{1 - k_1^2} \cdot \left[\frac{k_1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^{k_1} - \frac{k_1 + \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} \cdot \left(\frac{1 - \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0}\right)^{k_1} \right].$$

где $C = V_r(\alpha_0) \cdot \cos \alpha_0 \cdot \left(\frac{\cos \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0}\right)^{k_1}$

$$V_r\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} \infty, & \text{при } k_1 < 1 \\ \frac{C}{2}, & \text{при } k_1 = 1 \\ 0, & \text{при } k_1 > 1 \end{cases}$$

Анализ выражение (5) скорости $V_r(\alpha)$ показывает, что частица остановится (в относительном движении) только в единственном случае при выполнении условия: $k_1 > 1$. При этом угол α обязательно достигнет своего предельного значения: $\alpha = \pi/2$.

Таким образом, получаем результаты работы [1] как частный случай.

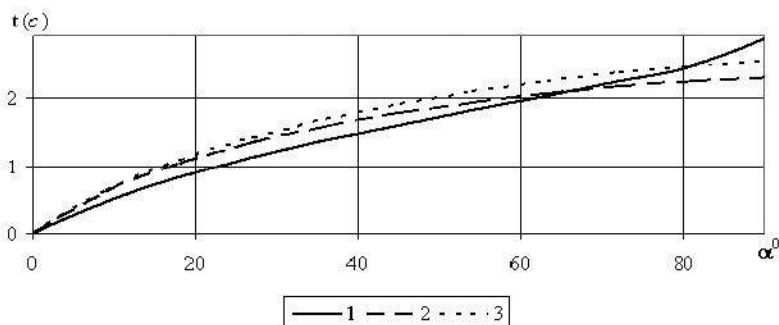


Рис. 2. Графическая иллюстрация времени от угла: $t(\alpha)$

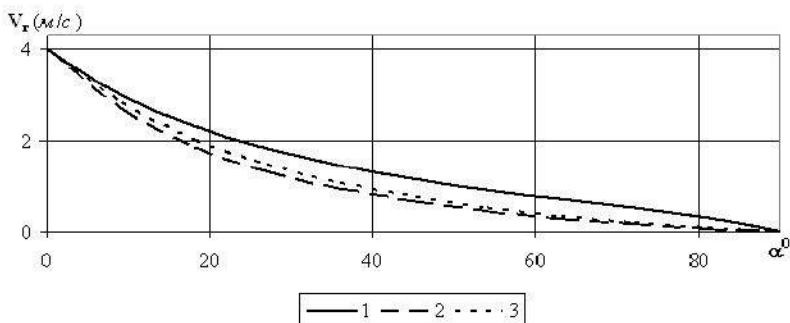


Рис. 3. Графическая зависимость относительной скорости от угла: $V_r(\alpha)$

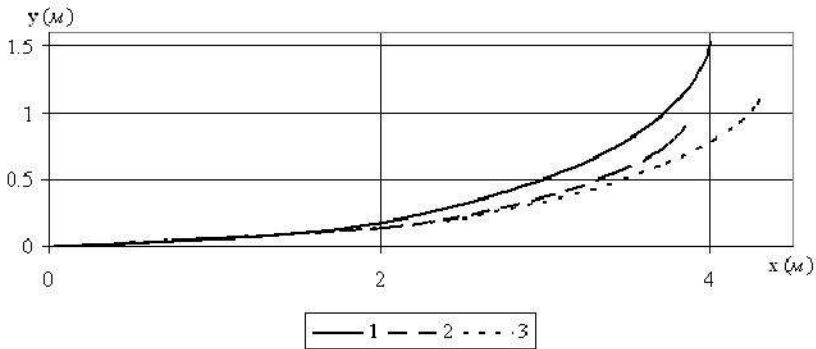


Рис. 4. Относительная траектория движения частицы: $y(x)$

Анализируя выражение (5) относительной скорости $V_r(\alpha)$, приходим к выводу: частица остановится только при $k_1 > 1$ и в тот момент времени, когда $\alpha = \pi/2$ (только в этом случае знаменатель для выражения $V_r(\alpha)$ обращается в бесконечность). Таким образом, получаем один и тот же результат (что с учетом сил сопротивления, пропорциональных скорости движения частицы, что без их учета): материальная точка со временем перестанет двигаться относительно полотна транспортера только при следующих условиях: $k_1 > 1$ и $\alpha = \pi/2$.

Отметим, что с технологической точки зрения, интересен только случай, когда $k_1 > 1$ (условие относительного покоя частицы).

На рис. 2 – 4 представлены зависимости, полученные с учетом (5) и приведенных выше квадратур (численное интегрирование производилось с привлечением программного пакета Maple), при следующих общих параметрах: $V_0 = 4 \text{ м/с}$; $\alpha_0 = 0^\circ$; $\varepsilon = 5^\circ$; $f = 0,2$.

Здесь индекс **1** соответствует графическим зависимостям, полученным при следующих значениях дополнительных параметров: скорость движения полотна $V_e = 4 \text{ м/с}$; коэффициент сопротивления воздуха $f_1 = 0,008257 \text{ с/м}$ – полный учет сопротивления окружающей среды;

2: $V_e = 0$, $f_1 = 0,008257 \text{ с/м}$ – частичный учет сопротивления окружающей среды (из рассмотрения исключается скорость движения полотна транспортера);

3: $f_1 = 0$ – полностью игнорируется сопротивления окружающей среды.

Анализ полученных графических зависимостей показывает, что влияние сопротивления окружающей среды может быть существенным.

Выводы

С учетом сил сопротивления окружающей среды, пропорциональных скорости движения частицы, получены кинематические зависимости, позволяющие просчитать параметры полотна транспортера при боковой подаче материала.

БИБЛІОГРАФІЯ

1. Булгаков В.М., Войтюк Д.Г., Пилипака С.Ф. Рух частинки по поверхні стрічки транспортера, довільно орієнтованої у просторі // Вісник ДДАУ: «Сучасні проблеми землеробської механіки» – Дніпропетровськ. – 2009. – Вип. № 2. – С. 40 - 49.
2. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин – К.: Изд-во УАСХН, 1960. – 283 с.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – Изд-во «Наука». Главная редакция физико-математической литературы. – М., 1976. – 576 с.

**ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ПЛОСКОСТИ ЛЕНТЫ
ТРАНСПОРТЕРА, С УЧЕТОМ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ СКОРОСТИ**

С учетом сил сопротивления окружающей среды, пропорциональных скорости движения частицы, получены кинематические зависимости, позволяющие просчитать параметры полотна транспортера при боковой подаче материала.

Ключевые слова: транспортер, движение частицы, сопротивление среды.

**PARTICLE MOTION IN A CLOTH ELEVATOR PLANE IN VIEW THE
RESISTANCE THAT IS PROPORTIONAL TO THE VELOCITY**

Obtained kinematics dependences make it possible to evaluate the parameters elevator cloth for side feed of the material in view the resistance of the environment that is proportional to the velocity of the particle.

Key words: elevator, particle motion, the resistance of the environment.