

УДК 631.354.2:633.85

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІННИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ СТЕБЕЛ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ КУЛЬТУР З ВРАХУВАННЯМ ЗГИНАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ У ПРОЦЕСІ ПЕРЕРІЗАННЯ

М.К. Лінник, д.с.-г.н, проф., академік НААН
ННЦ „ІМЕСГ”;

В.Ф. Сіренко, канд. техн. наук., А.І. Жабко, асист.
Сумський НАУ

В статті наведено методи визначення змінних геометричних характеристик поперечних перерізів стебел сільськогосподарських культур: довжини різання матеріалу, глибини занурення леза в матеріал, площі різання матеріалу, моменту інерції та моменту опору як для суцільного, так і для кільцевого перерізу стебла.

Ключові слова: стебла сільськогосподарських культур, геометричні характеристики, руйнуюче напруження, суцільний та кільцевий поперечний переріз стеблової маси, згинальні напруження.

Проблема. В сільськогосподарському виробництві в якості технологічних об'єктів найчастіше використовуються стеблові сільськогосподарські матеріали як в процесі збирання, так і в процесі переробки сільськогосподарської продукції.

З точки зору теорії сільськогосподарської механіки значна кількість процесів включає в себе руйнування стебел сільськогосподарських культур як в процесі перерізування, так і в процесі плющення [1].

В процесі безпідпiрного перерізування на стебло діє поперечна сила, що визначається опором рослинного матеріалу зануренню леза. Внаслідок цього відбувається зменшення площі поперечного перерізу стеблової маси і, врешті-решт, стеблова маса руйнується від згинальних напружень у вцілілій частині, що перевищують допустиму межу міцності.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Основи наукової теорії різання вперше були розроблені видатним російським академіком

© М.К. Лінник, В.Ф. Сіренко, А.І. Жабко.

Механізація та електрифікація сільського господарства. Вип. 96. 2012.

В.П. Горячкіним [2] і послужили підставою для подальших досліджень цілого ряду вчених, таких як: Є.М. Гутьяр, Є.С Босой, В.А. Желіговський, Н.Ю. Резнік та багато інших. У процесі перерізання стеблових матеріалів велике значення для визначення силових та напружених характеристик мають так звані геометричні характеристики плоских перерізів. Основні властивості геометричних характеристик розглянуто в [3, 4, 5]. Також встановлено, що в процесі перерізання лезом злам стебла відбувається від зростаючих згинальних напружень в залишковій незруйнованій частині перерізу [6].

Мета досліджень – визначення впливу зміни в часі геометричних характеристик плоских перерізів на опір згину при переміщенні ріжучого леза в стебловій масі сільськогосподарських рослин.

Результати досліджень. Поперечна сила, що діє на стеблову масу при статичному зануренні леза визначається, насамперед, величиною руйнуючих контактних напружень і величиною площі кромки леза, яка в загальному випадку може змінюватись від 0 до ∞ . Критичним зусиллям при цьому є його мінімальне значення, коли в повному (початковому) перерізі і матеріалі виникає максимальний згинальний момент, що спричиняє злам стебла без перерізання.

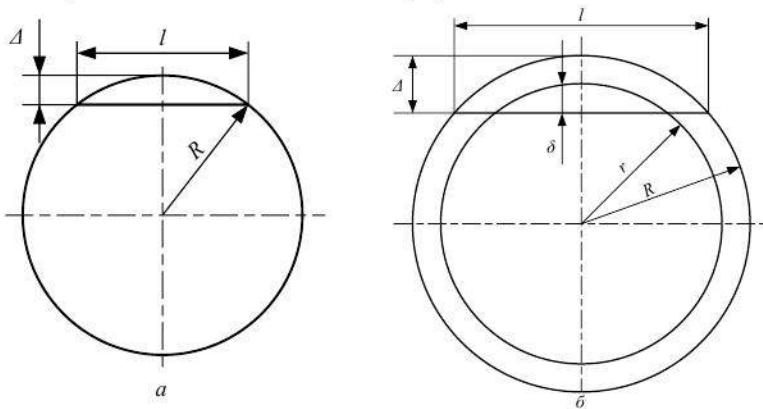


Рис. 1. Схема занурення леза в рослинну масу при суцільному (а) і кільцевому (б) перерізах стебла

Зважаючи на припущення про лінійну швидкість переміщення леза в матеріалі за незалежну змінну величину, приймаємо глибину занурення леза Δ в рослинну масу.

1. Довжина різ.

Визначимо геометричні характеристики перерізу стеблової маси з радіусом R та глибиною занурення леза в матеріал Δ і довжиною різання l (рис. 1).

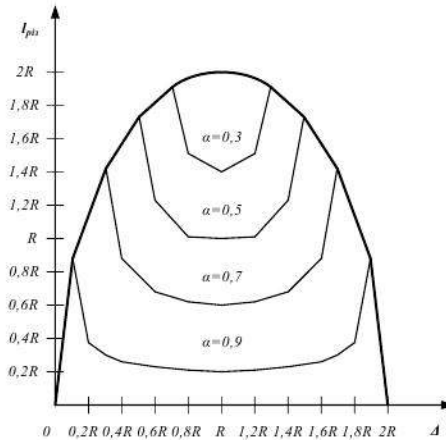


Рис. 2. Графік залежності довжини різання від глибини занурення леза в рослинну масу сільськогосподарських культур

За теоремою Піфагора

$$l = 2\sqrt{2R\Delta - \Delta^2} \quad (1)$$

де R – радіус стебла рослинної маси, м; Δ – глибина занурення леза в матеріал, м.

При кільцевому перерізі стебла рослинної маси довжина різання l визначається як різниця довжини різання для зовнішнього R і внутрішнього r діаметра стебла

$$l = l(R) - l(r) \quad (2)$$

Зважаючи на те, що

$$\begin{cases} l(R) = 2\sqrt{2R\Delta - \Delta^2} \\ l(r) = 2\sqrt{2R\delta - \delta^2} \end{cases} \quad (3)$$

а переміщення ножа в порожнині δ складає

$$\delta = \Delta - (R - r), \quad (4)$$

отримуємо

$$l = 2\left(\sqrt{2R\Delta - \Delta^2} - \sqrt{2r(\Delta - (R - r))^2 - (\Delta - (R - r))^2}\right) \quad (5)$$

Вираз (5) спрощенню не підлягає.

Задаючись співвідношеннями радіусів $\alpha = \frac{r}{R}$, що лежить у межах

$\alpha = (0 \div 1)$ і, змінюючи співвідношення з кроком $\alpha = 0,2$, будемо графік зміни довжини контакту леза l з матеріалом у залежності від глибини занурення леза в рослинний матеріал (рис. 2).

З рис. 2. можна зробити висновок про те, що в першому наближенні довжину різі l кільцевого перерізу для більшості стеблових матеріалів при $\alpha = 0,8 - 0,95$ і для значення Δ в межах $\Delta = (0,1 \div 1,9)R$ можна прийняти незмінною. Для суцільного перерізу стебла в наближенні можна прийняти $l \approx 1,4R$ для Δ в межах $\Delta = (0,2 - 1,8)R$.

2. Площа різання поперечного перерізу стебла.

Площу поперечного перерізу стебла можна визначити за допомогою рис. 3.

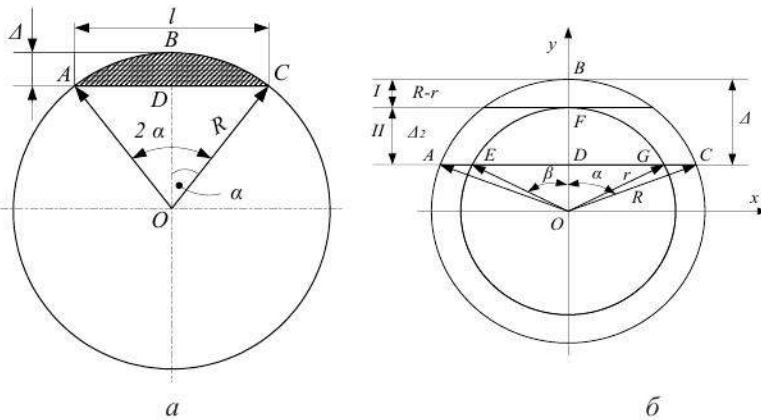


Рис. 3. Схема для визначення площі різання при суцільному (а) та кільцевому (б) перерізі стебла

Площа півсегмента BCD рис. 3а дорівнює різниці площ сектора OBC з кутом α та площі трикутника ODC .

$$\frac{1}{2} S_{\text{сегм}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} - \frac{(R - \Delta) \left(\sqrt{R^2 - (R - \Delta)^2} \right)}{2}, \quad (6)$$

де 2α – кут сектора, рад.

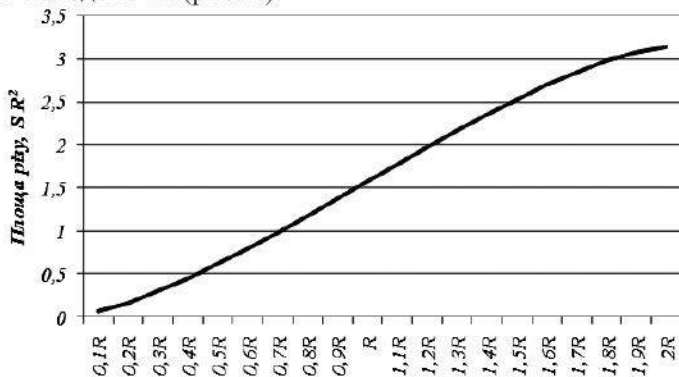
$$\cos \alpha = \frac{R - \Delta}{R} = \left(1 - \frac{\Delta}{R} \right), \quad (7)$$

$$\alpha = \arccos\left(1 - \frac{\Delta}{R}\right). \quad (8)$$

Тоді отримаємо

$$S_{\text{сезм}} = \frac{\pi R^2}{180} \cdot \arccos\left(1 - \frac{\Delta}{R}\right) - (R - \Delta) \cdot \sqrt{R^2 - (R - \Delta)^2}. \quad (9)$$

Графік залежності площі різання від глибини занурення леза Δ в рослинну масу та при зовнішньому радіусі стебла $R=1$ з кроком $\Delta = 0,1R$ наведено на (рис. 4).



Глибина занурення леза в рослинний матеріал, $\Delta(R)$

Рис. 4. Графік зміни площі різання $S(R^2)$ суцільного поперечного перерізу від глибини занурення леза Δ в рослинну масу

Площа кільцевого сегмента (рис. 36) (*II* зона) дорівнює різниці площ сегментів

$$S_{ABCGFE} = S_{ABCD} - S_{EFGD}. \quad (10)$$

Площа S_{ABCD} визначається за формулою (9), а площу внутрішнього сегмента S_{EFGD} можна визначити за формулою, в якій висота сегмента FD буде дорівнювати

$$\Delta_2 = \Delta - (R - r), \quad (11)$$

на відміну від попереднього $\Delta = BD$.

При цьому

$$\cos \beta = \frac{R - \Delta_2}{r}, \quad (12)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{R - \Delta_2}{r}\right). \quad (13)$$

Отже, площа внутрішнього сегмента

$$S_{EFGD} = 2 \left[\frac{\pi r^2 \arccos\left(\frac{R - \Delta_2}{r}\right)}{360} - \frac{(R - \Delta) \sqrt{r^2 - (R - \Delta)^2}}{2} \right]. \quad (14)$$

Після підстановки в (10) площа кільця буде дорівнювати

$$S_{ABCGFE} = \frac{\pi}{180} \cdot \left(R^2 \arccos \frac{R - \Delta}{R} - r^2 \arccos \frac{R - \Delta_2}{r} \right) - (R - \Delta) \cdot \left(\sqrt{R^2 - (R - \Delta)^2} - \sqrt{r^2 - (R - \Delta)^2} \right). \quad (15)$$

Оскільки більшість сільськогосподарських культур мають співвідношення товщини механічного кільця $R - r \leq 0,5R$, то, в даному випадку, доцільно вести розрахунки так, як для кільцевого поперечного перерізу стеблової маси, а у випадку, якщо $R - r \geq 0,5R$, тоді можна вважати, що поперечний переріз рослинного матеріалу має властивості суцільного поперечного перерізу.



Рис. 5. Графік зміни площі різання $S(R^2)$ кільцевого поперечного перерізу від глибини занурення леза Δ в рослинну масу

Задаючись величиною товщини кільця $R - r$, в межах від $R - r = 0,1$ до $R - r = 0,5$ з кроком $R(r) = 0,1$, підраховуємо як змінюється площа різі для кільцевого перерізу рослинної маси при глибині занурення

леза з таким же кроком $\Delta = 0,1R$ (рис. 5).

При цьому формула (15) працює, коли $\Delta \geq (R - r)$, в іншому випадку користуємось формулою (9).

Як видно з рис. 4, зміна площі різання $S(R)$ при суцільному перерізі інтерпретується майже лінійною залежністю по відношенню до глибини занурення лева $\Delta(R)$ в рослинний матеріал.

Вирази знайдемо для поперечних перерізів від стану повного відділення рослинної маси до цілісного перерізу, тобто від $\Delta = 2R$ до $\Delta = 0R$ (рис. 6) для суцільного і для кільцевого перерізів рослинних матеріалів.

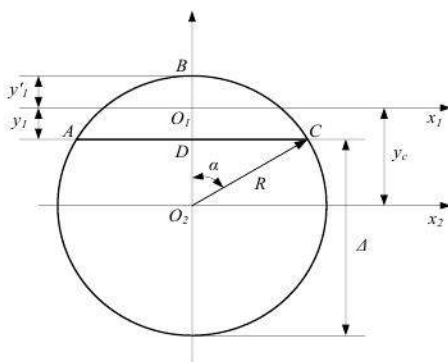


Рис. 6. Схема до визначення тригонометричних функцій кута α

3. Найважливішими геометричними характеристиками при визначенні напруженого стану є моменти інерції I_x та моменти опору W_x .

В довідковій літературі моменти інерції I_x та моменти опору W_x мають залежність від кута α , тому знаходимо залежність цих величин від глибини занурення лева Δ в рослинний матеріал.

Виразимо тригонометричні функції кута α через радіус стебла R та глибину занурення лева Δ (рис. 6).

Отже, відрізок $DO_2 = \Delta - R$, тоді

$$\cos \alpha = \frac{DO_2}{R} = \frac{\Delta - R}{R}. \quad (16)$$

Відрізок $DC = \sqrt{R^2 - (\Delta - R)^2}$, при цьому

$$\sin \alpha = \frac{DC}{R} = \frac{\sqrt{R^2 - (\Delta - R)^2}}{R}. \quad (17)$$

У відповідності з [7] момент інерції суцільного поперечного перерізу дорівнює

$$I_x = \frac{R^4}{8} (2\alpha - \sin 2\alpha + 4 \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha). \quad (18)$$

Після нескладних перетворень формула (18) набуває вигляду

$$I_x = \frac{R^4}{8} \left(2\alpha - \frac{\sin 4\alpha}{2} \right), \quad (19)$$

що вказує на періодичність зміни величини моменту інерції при перерізанні суцільного поперечного перерізу стеблової маси від $0R$ до $2R$ (рис. 7).

За умов однакового опору розтягу стиску менший момент опору буде

$$W_x = \frac{I_x}{O_1D} = \frac{R^3 \cdot (2\alpha - \sin 2\alpha + 4 \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha)}{8 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha} - \cos \alpha \right)}, \quad (20)$$

де $O_1D = y_1$ [7].

При цьому

$$\alpha = \frac{\pi \alpha^\circ}{180^\circ}. \quad (21)$$

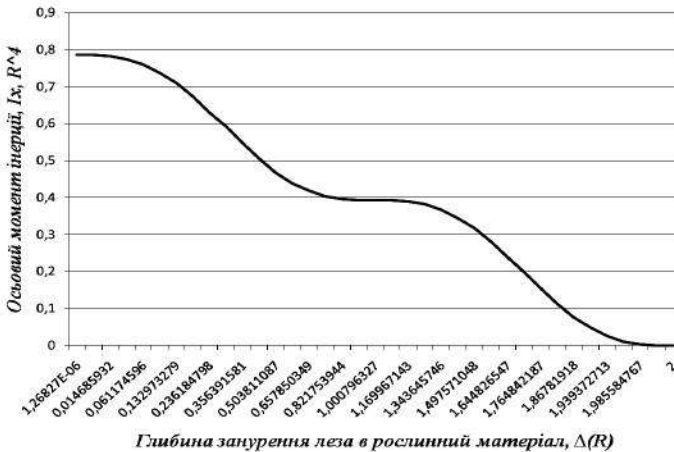


Рис. 7. Графік зміни осевого моменту інерції I_x суцільного поперечного перерізу стебла від глибини занурення леза Δ в рослинний матеріал

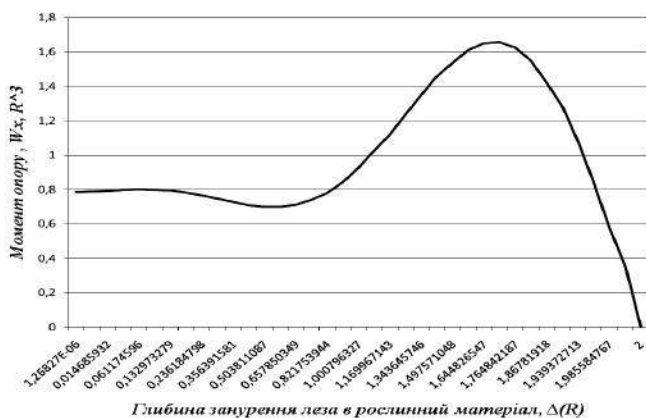


Рис. 8. Графік зміни моменту опору W_x суцільного поперечного перерізу стебла від глибини занурення леза Δ в рослинний матеріал

Графік зміни моменту опору W_x суцільного поперечного перерізу стебла від глибини занурення леза Δ в рослинний матеріал наведено на рис. 8

Для кільцевого перерізу стебел сільськогосподарських культур товщина механічного кільця δ становить незначну частину від зовнішнього діаметра стебла, $\delta \approx (0,1 \div 0,15)D$, тоді момент інерції кільцевого сегмента можна підрахувати як момент інерції сектора тонкостінного кільця (рис. 9) [7].

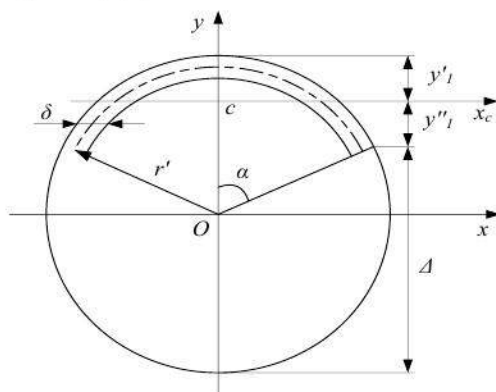


Рис. 9. Схема до визначення тригонометричних функцій кута α для сектора тонкостінного кільця

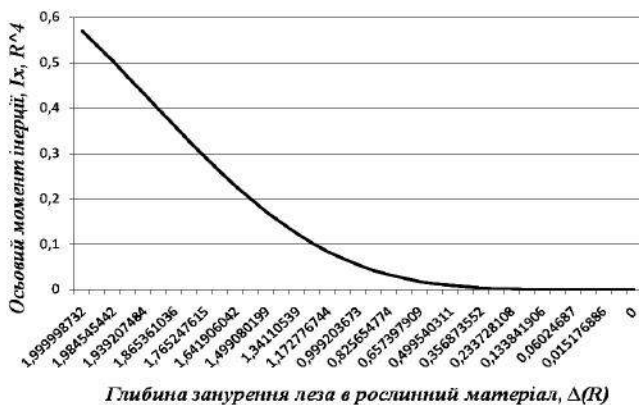


Рис. 10. Графік зміни осьового моменту інерції I_x кільцевого поперечного перерізу стебла від глибини занурення леза Δ в рослинний матеріал

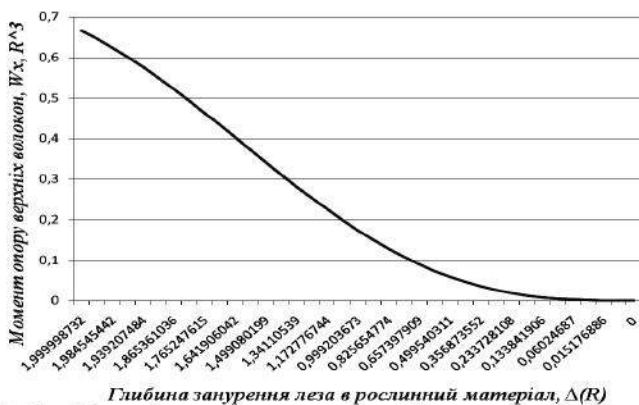


Рис. 11. Графік зміни моменту опору W_x' для верхніх волокон кільцевого поперечного перерізу стебла від глибини занурення леза Δ в рослинний матеріал

Момент інерції кільцевого сегмента

$$I_x = \frac{\delta (r')^3}{2} \left(2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{4 \sin^2 \alpha}{\alpha} \right), \quad (22)$$

де δ – товщина механічного кільця стебла, м; $\delta = R - r$; r' – середній радіус стебла, м;

$$r' = \frac{R+r}{2}. \quad (23)$$

Момент опору за умови однакової міцності на розтяг та стиск можна визначити для меншого значення радіуса інерції за допомогою виразів

$$y_1' = (r') \cdot \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right), \quad (24)$$

$$y_1'' = (r') \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha\right), \quad (25)$$

при цьому момент опору для верхніх волокон буде дорівнювати

$$W_x' = \frac{\delta \cdot (r')^2}{2} \cdot \frac{\left(2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{4\sin^2 \alpha}{\alpha}\right)}{\left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)}, \quad (26)$$

а для нижніх волокон

$$W_x' = \frac{\delta \cdot (r')^2}{2} \cdot \frac{\left(2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{4\sin^2 \alpha}{\alpha}\right)}{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha\right)}. \quad (27)$$

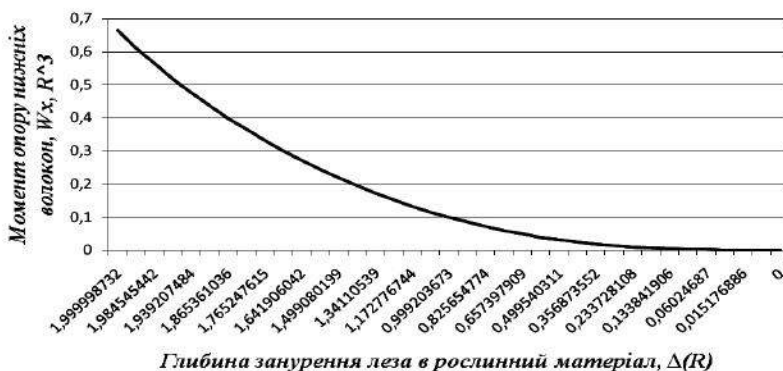


Рис. 12. Графік зміни моменту опору W_x' для нижніх волокон кільцевого поперечного перерізу стебла від глибини занурення леза Δ в рослинний матеріал

Тригонометричні функції кута α визначаються по аналогії з (16), (17)

$$\cos \alpha = \frac{\Delta - r}{r}, \quad (28)$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{r^2 - (\Delta - r)^2}}{r}. \quad (29)$$

Задаючись значеннями Δ в частках від r з кроком $\alpha = 10^\circ$, будуємо графік залежності $W'_x = f(\Delta)$ (рис. 11) та (рис. 12).

Висновки. 1. Отримані математичні вирази змінних в часі геометричних характеристик необхідні для визначення силових та напружених характеристик під час безпідпiрного перерізаннн стеблових матеріалів.

2. Встановлені межі лінійної залежності довжини різання та зміни площ круглих поперечних перерізів в першому наближенні дають можливість застосовувати спрощену модель (квадратну форму поперечних перерізів), а також ввести припущення про приблизно постійне значення сили різання.

3. Виявлено періодичний закон зміни моментів інерції суцільного та кільцевого поперечних перерізів стеблових матеріалів.

4. Встановлено аномальне зростання моменту опору наприкінці процесу перерізаннн стебел сільськогосподарських культур, що пов'язано з різною швидкістю зміни моментів інерції та радіусів інерції.

5. Отримані результати дають можливість скласти уточнену модель руйнування рослинних матеріалів як при статичному, так і динамічно-му перерізанні з врахуванням згинальних напружень.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. *Соболевський І.В.* Обґрунтування параметрів робочих органів подрібнювача виноградної лози: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.05.11 „Машини і засоби механізації сільськогосподарського виробництва” / І.В. Соболевський; Південний філіал „Кримський агротехнологічний університет” Національного аграрного університету. – Сімферополь, 2008. – 19 с.
2. *Горячкин В.П.* Собрание сочинений. Под ред. Н.Д. Лучинского., 2-е изд. – М.: Колос, 1968. – Т.3. – 384 с.
3. *Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С.* Опір матеріалів:

- Підручник. – К.: Вища школа, 1993. – 655 с.: іл.
4. Ковтун В.В., Павлов В.С., Дорофеев О.А. Опір матеріалів. Розрахункові роботи. Навчальний посібник. – Львів: Афіша, 2002. – 280 с.
 5. Цурпал І.А. Механіка матеріалів і конструкцій: Навч. посібник. – К.: Вища школа, 2005. – 367 с.: іл.
 6. Сіренко В.Ф., Жабко А.І. Теоретичне обґрунтування процесу перерізання стебел сільськогосподарських культур з врахуванням згинальних напружень. Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 21. – Т. II. – Луцьк: Ред. – вид. відділ ЛНТУ, 2011. – С. 90 – 101.
 7. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. К.: Наукова думка, 1988. – 734 с.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ
ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СТЕБЛЕЙ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР С УЧЕТОМ
ИЗГИБАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕРЕЗАНИЯ**

В статье приведены методы определения переменных геометрических характеристик поперечных сечений стеблей сельскохозяйственных культур: длины реза материала, глубины погружения лезвия в материал, площади реза материала, момента инерции и момента сопротивления как для сплошного, так и для кольцевого сечения стебля.

Ключевые слова: *стебли сельскохозяйственных культур, геометрические характеристики, разрушающее напряжение, сплошное и кольцевое поперечное сечение стеблевой массы, изгибающие напряжения.*

**DETERMINATION OF VARIABLE GEOMETRIC CHARACTERISTICS
OF CROSS SECTION STEMS AGRICULTURAL CROPS WITH TAKING
INTO ACCOUNT BENDING STRESSES DURING CUTTING**

In the article presented methods for determining of variable geometric characteristics of cross sections stems agricultural crops: the cut length of material, the depth of blade immersion in the material, the cut area of material, inertia moment and moment of resistance for solid and circular cross-section of the stem.

Key words: *stems of agricultural crops, geometric characteristics, breaking stress, solid and circular cross-section of stem mass, bending stress.*