

УДК 530.18

ВИНИКНЕННЯ СТОХАСТИЧНИХ АТРАКТОРІВ ТА ПРОЯВ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДИНАМІЧНОГО ХАОСУ У МАНІПУЛЯЦІЙНИХ СИСТЕМАХ ТА РОБОТАХ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Д.Г. Войтюк, канд. техн. наук, проф.¹, Ю.В. Човнюк, канд. техн. наук¹,
М.Г. Діктерук, канд. техн. наук², Ю.О. Гуменюк, канд. техн. наук¹,
О.П. Гуцол, канд. техн. наук¹

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування
України;

² Київський національний університет будівництва і архітектури

Встановлені умови виникнення стохастичних атракторів та їх фрактальна розмірність для маніпуляційних систем та роботів з пасивним приводом, котрі знаходяться у стані динамічного хаосу.

Ключові слова: стохастичні атрактори, фрактальні розмірності, роботи.

Проблема. Постійне вдосконалення існуючих та створення нових вискоєфективних робототехнічних систем сільськогосподарського призначення ставить у ряд актуальних задачі оптимізації конструкцій та законів керування рухом вказаних маніпуляційних роботів. З метою зменшення енергозатрат на транспортні робочі операції необхідно дослідити проблеми доцільності використання пасивних приводів (пружин, демпферів і т.п.) у конструкціях маніпуляційних систем сільськогосподарського призначення, а також з'ясувати всі можливі режими їх функціонування (у тому числі динамічного хаосу). При цьому необхідно встановити умови виникнення стохастичних атракторів, їх фрактальну розмірність, оскільки саме ці фактори (їх характеристики) зумовлюють можливість існування некерованих режимів руху подібних систем.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Оптимізації руху (мінімізації енергозатрат цього руху) у напівпасивно-керованих однолан-

кових маніпуляторах присвячено багато робіт. [1 - 9]. Проте авторам даного дослідження невідомі публікації, у яких би досліджувались некеровані режими функціонування/руху подібних систем (типу динамічного хаосу), характеристики таких режимів (умови виникнення та існування стохастичних атракторів, їх фрактальних розмірностей).

Мета роботи полягає у встановленні умов виникнення стохастичних атракторів та їх фрактальної розмірності для сільськогосподарських маніпуляційних систем і роботів з пасивним приводом, котрі знаходяться у стані динамічного хаосу, на основі методів та підходів, розвинутих у [10].

Виклад основного змісту досліджень. Розглянемо рух одноланкового напівпасивно-керованого маніпулятора сільськогосподарського призначення у межах моделі, створеної у [6]. У подальшому використані позначення цієї роботи.

На рис.1 подана розрахункова модель/схема одноланкового напівпасивно-керованого маніпулятора сільськогосподарського призначення.

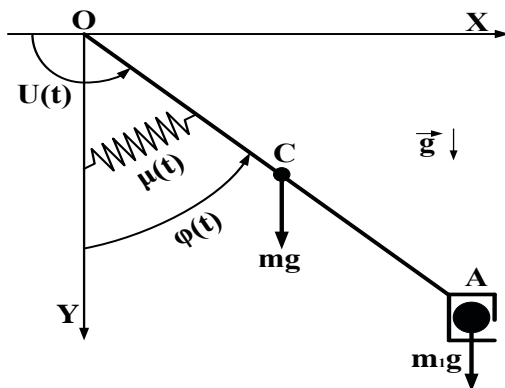


Рис. 1. Розрахункова схема одноланкового напівпасивно-керованого маніпулятора сільськогосподарського призначення

($\bar{g}_{C_{II}} = \frac{C_1 C_2 I_1}{C_1 I_1 + C_2 I_2}$ - прискорення земного тяжіння).

На рис.1. введені наступні позначення: φ - кут між ланкою маніпулятора OA та вертикальною віссю; t - час; a - довжина ланки OA ; m , m_1 - відповідно маси маніпулятора і вантажу, що містяться у захваті A (наприклад овоча); I - момент інерції ланки маніпулятора відносно

центра мас ланки C ; r - відстань від точки кріплення маніпулятора O до центра мас C .

Рух маніпулятора зумовлений дією наступних факторів :

а) сили тяжіння;

б) активного моменту курування $u(t)$;

в) моменту $\mu(t) \equiv \mu(\varphi, \dot{\varphi})$, створеного лінійним в'язко-пружним

приводом, $\dot{\varphi} \equiv \frac{d\varphi}{dt}$.

Обидва моменти $u(t)$ та $\mu(\varphi, \dot{\varphi})$ діють відносно осі, що проходить через точку O перпендикулярно до площини OXY . Вважаємо [6], що дані керуючі моменти генеруються відповідно активним і пасивним приводами маніпулятора.

Рівняння руху системи можна подати наступним чином [6]:

$$I\ddot{\varphi} + K_a \sin \varphi + \mu(\varphi, \dot{\varphi}) = u(t), \quad (1)$$

$$\mu(\varphi, \dot{\varphi}) = k(\varphi - \varphi^0) + c\dot{\varphi}; \ddot{\varphi} \equiv \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (2)$$

$$I = I + mr^2 + m_1a^2; K_a = g(mr + m_1a) \quad (3)$$

У (1) – (3) k - коефіцієнт пружності, $H\cdot m$; c - коефіцієнт в'язкості, $кг\cdot м^2/с$; φ^0 - кут, при якому пружина знаходиться в ненапруженому стані, $рад$. Для $u(t)$ використаємо наступну залежність:

$$u(t) = M_0 \sin \omega t \quad (4)$$

де M_0 - амплітуда, $H\cdot m$; ω - частота (кругова), $рад/с$ активного моменту керування маніпулятором.

Введемо наступні позначення:

$$\Omega^2 = (K_a + k) / I; \tau = \Omega t \quad (5)$$

тоді
$$\frac{d\varphi}{dt} \equiv \Omega \frac{d\varphi}{d\tau} = \Omega \varphi_\tau; \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \Omega^2 \varphi_{\tau\tau} \quad (6)$$

З урахуванням (5), (6) рівняння (1) можна подати наступним чином:

$$\varphi_{\tau\tau} + \frac{K_a \sin \varphi}{I\Omega^2} + \frac{k(\varphi - \varphi^0)}{I\Omega^2} + \frac{c}{I\Omega} \varphi_\tau = \frac{M_0}{I\Omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)\tau \quad (7)$$

або

$$\varphi_{\tau\tau} + \frac{c}{I\Omega} \varphi_{\tau} + \frac{k}{I\Omega^2} (\varphi - \varphi^0) + \frac{K_a}{I\Omega^2} \sin \varphi = \frac{M_0}{I\Omega^2} \sin \left(\frac{\omega}{\Omega} \right) \tau \quad (8)$$

Оскільки $\varphi^0 = const$, можна (8) записати у вигляді:

$$\varphi_{\tau\tau} + \frac{c}{I\Omega} \varphi_{\tau} + \frac{k}{I\Omega^2} \varphi + \frac{K_a}{I\Omega^2} \sin \varphi = \frac{k}{I\Omega^2} \varphi^0 + \frac{M_0}{I\Omega^2} \sin \left(\frac{\omega}{\Omega} \right) \tau \quad (9)$$

Чисельні розрахунки на ПЕОМ розв'язків рівняння (9) були здійснені для наступних значень масоінерційних параметрів маніпулятора [6]: $m=0,4$ кг; $a=0,75$ м; $I=0,515$ кг·м²; $r=0,3$ м; $m_1=m$; $c=10$ (кг·м²)/с; $k=50$ Н·м; $g=9,81$ м/с²; $\Omega \approx 8,53$ рад/с; $\varphi^0=0$

Для $N = \frac{\omega}{\Omega} = (0,1;1;10;100)$; $\frac{M_0}{I\Omega^2} = (1;2)$ у деяких варіантах розра-

хунків c зменшували у 10; 100; 1000 разів.

Результати розрахунків φ_{τ} , $\dot{\varphi}_{\tau}$, $\ddot{\varphi}_{\tau}$, а також фазових портретів (класичного) - $(\varphi; \dot{\varphi})$, $(\varphi; \ddot{\varphi})$, $(\dot{\varphi}; \ddot{\varphi})$ - подані нижче.

Використовуючи [10], розраховуємо фрактальну розмірність і подамо умови виникнення стохастичного атрактора та режиму динамічного хаосу у рівнянні (9).

$$\frac{k + K_a}{I\Omega^2} \cdot \frac{1 - e^{-\bar{\gamma}}}{\bar{\gamma}} \gg 1 \quad (10)$$

де
$$\bar{\gamma} = \frac{c}{I\Omega} \quad (11)$$

Введемо для зручності таке позначення:

$$K_0 = \frac{(k + K_a)}{I\Omega^2} \quad (12)$$

Хаос, який виникає з динамічних рівнянь типу (9), за своєю природою фрактальний. Його фрактальний характер обумовлений тією властивістю траєкторій, яка перетворює їх з регулярних або періодичних у стохастичні. Дійсно, регулярна траєкторія має $d_H = d_T = 1$, де d_H – розмірність Хаусдорфа; d_T – топологічна (звичайна) розмірність.

Однак локальна нестійкість ускладнює траєкторію, роблячи її все

більш заплутаною та непередбачуваною. Поява фрактальних властивостей у K – системах відбувається у різних місцях і у різноманітних їх властивостях [10 - 15]. Значне й сильне переродження динамічної системи, таке як її перетворення у K – систему, повинно супроводжуватись не менш сильними змінами її топологічних властивостей.

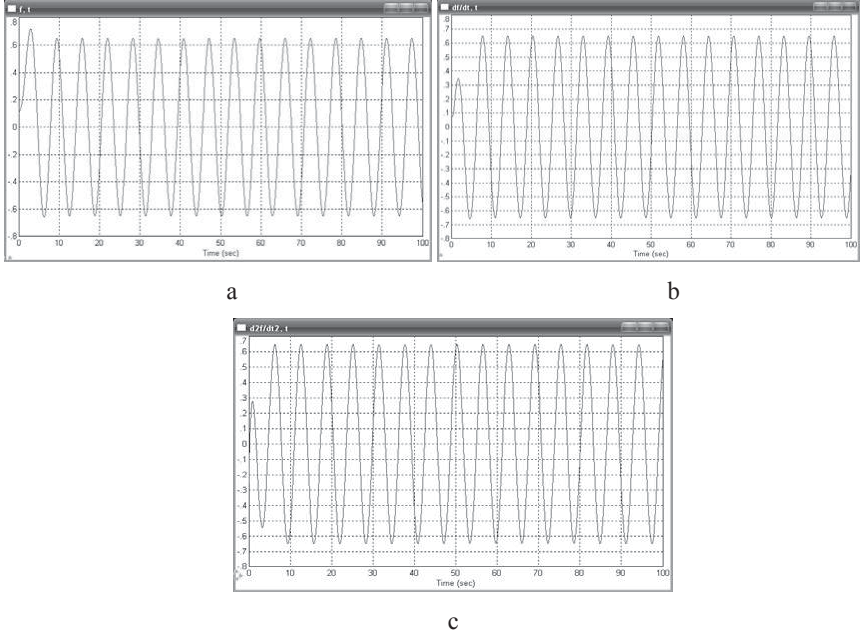


Рис.2.1. Залежність $\varphi(\tau)$ для $N = \frac{\omega}{\Omega} = 1; A = \frac{M_0}{I\Omega^2} = 1$; $a - \varphi(\tau)$, $b - \dot{\varphi}(\tau)$, $c - \ddot{\varphi}(\tau)$

Розмірність стохастичного атрактора є дробовою й може бути оцінена наступним чином:

$$d_H = 1 + \frac{\ln \left(K_0 \frac{(1 - e^{-\bar{\gamma}})}{\bar{\gamma}} \right)}{\ln \left(K_0 \frac{(1 - e^{-\bar{\gamma}})}{\bar{\gamma}} \right) + \bar{\gamma}} < 2 \quad (13)$$

Розглянемо два випадки:

а) $\bar{\gamma} \ll 1$, тоді маємо:

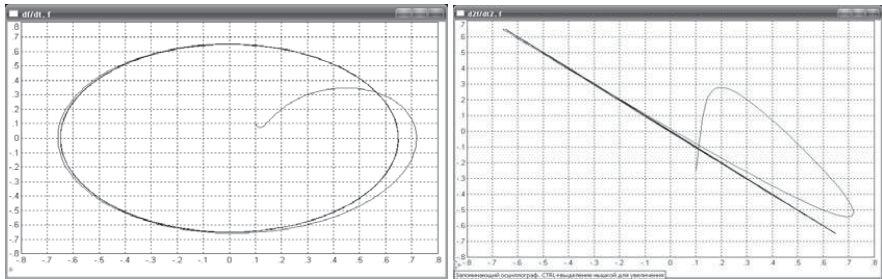
$$d_n = 1 + \frac{\ln K_0}{\ln K_0 + \bar{\gamma}} < 2 \quad (14)$$

б) $\bar{\gamma} \gg 1$ тоді маємо:

$$d_n = 1 + \frac{\ln K_0 - \ln \bar{\gamma}}{\ln K_0 - \ln \bar{\gamma} + \bar{\gamma}} < 2 \quad (15)$$

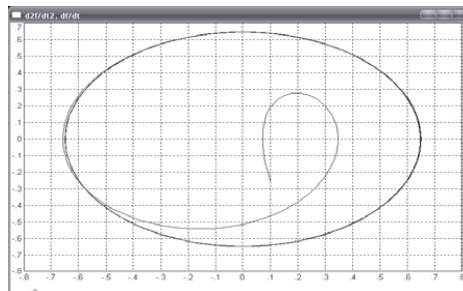
Для розглядуваної маніпуляторної системи: $K_a = 5,31 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $k=50 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $I=0,776 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $\Omega^2 = 69,74 \text{ с}^{-2}$; $K_0 = 1,022$.

У таблиці 1 подано значення d_n за різних значень $\bar{\gamma}$ при $K_0=1,022$.



d

e



f

Рис.2.2. Фазові портрети для $N = \frac{\omega}{\Omega} = 1$; $A = \frac{M_0}{I\Omega^2} = 1$; d - $(\varphi; \dot{\varphi})$; e - $(\varphi; \dot{\varphi})$; f - $(\dot{\varphi}; \ddot{\varphi})$

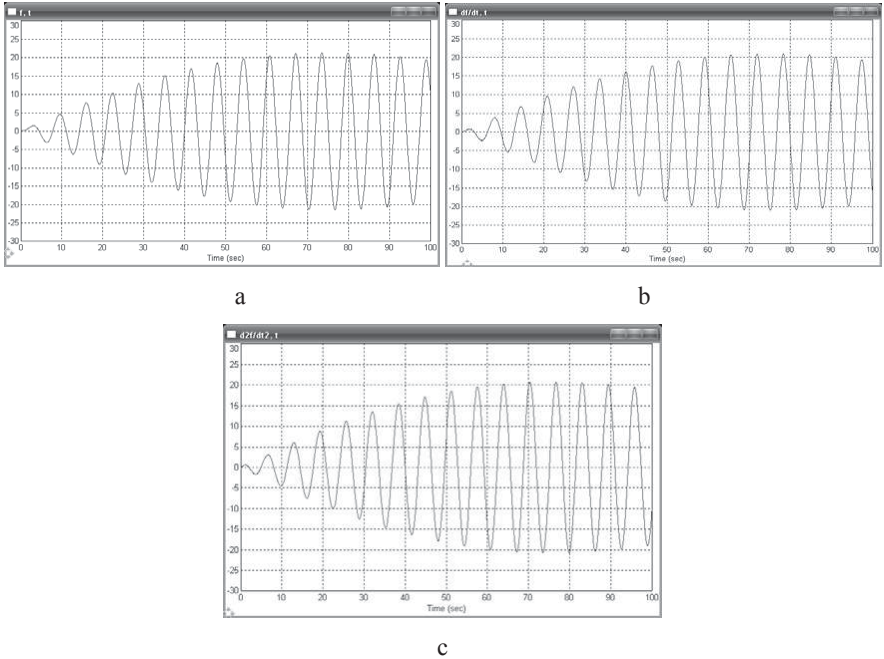


Рис.3.1. Залежність $\varphi(\tau)$ для $N = \frac{\omega}{\Omega} = 1; A = \frac{M_0}{I\Omega^2} = 1;$ (затухання 0,01 стандарту) *a* - $\varphi(\tau)$, *b* - $\dot{\varphi}(\tau)$, *c* - $\ddot{\varphi}(\tau)$

Таблиця 1. Значення d_H (розмірність Хаусдорфа) стохастичного атрактора для різних $\bar{\gamma}$, $K_0=1,022$.

$\bar{\gamma}$	d_H	$\bar{\gamma}$	d_H	$\bar{\gamma}$	d_H
0,001	1,956	0,05	1,303	5,0	0,532
0,002	1,916	0,1	1,179	10	0,705
0,003	1,879	0,5	0,227	100	0,952
0,005	1,813	0,9	0,218	1000	0,993
0,01	1,685	1,0	0,224	10000	0,999

Аналіз результатів, розміщених у таблиці 1 показує, що: при $\bar{\gamma} \rightarrow 0$, $d_H \rightarrow 2$; при $\bar{\gamma} \rightarrow \infty$, $d_H \rightarrow 1$.

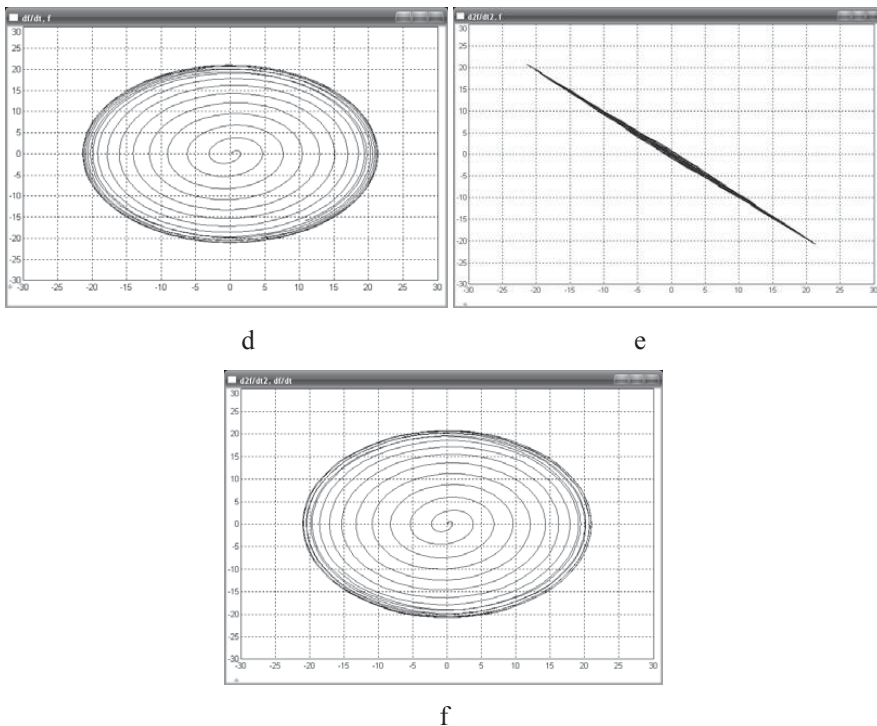


Рис.3.2. Фазові портрети для $N = \frac{\omega}{\Omega} = 1$; $A = \frac{M_0}{I\Omega^2} = 1$ (затухання 0,01 стандарту) $d - (\varphi; \dot{\varphi})$; $e - (\varphi; \ddot{\varphi})$; $f - (\dot{\varphi}; \ddot{\varphi})$

Якщо $K \gg 1$, де, $K = K_0 \frac{(1 - e^{-\bar{\gamma}})}{\bar{\gamma}}$ тобто при умові:

$$K_0 \frac{(1 - e^{-\bar{\gamma}})}{\bar{\gamma}} \gg 1 \quad (16)$$

для d_n можна отримати оцінку:

$$d_n \approx 2 - \frac{\bar{\gamma}}{\ln K} \quad (17)$$

У таблиці 2 для різних значень $\bar{\gamma}$ і K , які відповідають нерівності (16), наведені значення d_n , що обчислюються за формулою(17).

Таблиця 2. Значення d_n для різних K , $\bar{\gamma}$, які задовольняють (16).

K_0	$\bar{\gamma}$	d_n	K_0	$\bar{\gamma}$	d_n
10	0,1	1,956	20	1	1,606
30	0,2	1,939	32	3	0,705
50	0,3	1,920	51	3,5	0,678
100	0,4	1,909	10000	10	0,552

Остання формула (17), яка показує відхилення d_n від двійки, має доволі простий фізичний зміст. Дану обставину можна легко використати для якісних оцінок більш складних систем. Зменшення звичайної розмірності $d_T = 2$ відбувається на величину $\frac{\bar{\gamma}}{\ln K}$, яка є відношенням

коефіцієнтом дисипації $\bar{\gamma}$ або коефіцієнта стиснення траєкторії до коефіцієнта $\ln K$ розбіжності траєкторій (або до інкременту локальної нестійкості).

Висновки. 1. Створена адекватна модель, яка описує виникнення стохастичних атракторів у режимах керованого руху маніпуляційних систем та роботів сільськогосподарського призначення. 2. Встановлені умови виникнення динамічного хаосу у вказаних системах та хаусдорфова розмірність d_n стохастичного атрактора, який реалізується при певних значеннях кінематичних/динамічних параметрів маніпулятора/робота. 3. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для вдосконалення та уточнення існуючих інженерних методів розрахунку подібних керованих систем.

БІБЛОГРАФІЯ

1. Черноусько Ф.Л. Манипуляционные роботы: динамика, управления, оптимизация./ Ф.Л. Черноусько, Н.Н. Болотник, В.Г. Градецкий. – М.:Наука, 1988. – 387 с.
2. Formalsky A.M. On the problem of the time – Optimal Manipulator Arm Turning. / A.M. Formalsky, S.N. Osipov//IEEE Transactions on Automatic Control. – 1990. – Vol. 35, №6. – P.714 – 719.
3. Бербюк В.Е. Динамика и оптимизация робототехнических систем./ В.Е. Бербюк. – К.: Наукова думка, 1989. – 192 с.
4. Arai H. Nonholonomic Control of a Three DOF Planar Underactuated Manipulator. / H. Arai, R.Tanie, N. Shiroma// IEEE Transactions on Automatic Control. – 1998. – Vol. 14, №5. – P.681 – 695.

5. *Бербюк В.Є.* Энергетично-субоптимальне управління рухом плоскої маніпуляційної системи на множині робочих операцій./ В.Є. Бербюк, М.І. Кудин// Матеріали 5-ї конференції «Автоматика - 98», Київ, Україна. – Ч.1. – 1998. – С.170 – 178.
6. *Бербюк В.Є.* Энергетично-оптимальний рух напівпасивно-керованого./ одноланкового маніпулятора./В.Є. Бербюк, М.І. Кудин, A Boström, V.Peterson// Механіка та машинобудування. – 1999. - №1. – С.55 – 60.
7. *Понтрягин Л.С.* Математическая теория оптимальных процессов./ Л.С. Понтрягин Л.С., В.Л. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1983. – 560 с.
8. *Бербюк В.Є.* Моделювання та оптимізація руху руки людини у вертикальній площині./В.Є. Бербюк, М.І. Кудин// Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика. Вісник ДУ «Львівська політехніка» – 1998. - №327. – С.18 – 26.
9. *Barbyuk V.* Internal Torques of Human Upper Extremity During its Optimal Motion in Vertical Plane./ V. Barbyuk, V.Peterson, M. Kudyn// Biomechanics Seminar. – 1997. – Vol.10. – P.66 – 83.
10. *Заславский Г.М.* Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса./ Г.М. Заславский, Р.З. Сагдеев. – М.: Наука, 1988. – 368с.
11. *Заславский Г.М.* Статистическая необратимость в нелинейных системах./ Г.М. Заславский. – М.: Наука, 1970. – 240с.
12. *Заславский Г.М.* Стохастичность динамических систем./ Г.М. Заславский. – М.: Наука, 1984. – 320с.
13. *Лихтенберг А.* Регулярная и стохастическая динамика./ А. Лихтенберг, М. Либерман. – М.: Мир, 1984. –410с.
14. *Mandelbrot B.B* The Fractal Geometry of Natura./ B.B Mandelbrot. – N.Y.: Freeman, 1983. – 520р.
15. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики./ В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1974. – 310с.

**ВОЗНИКНОВЕННЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ АТТРАКТОРОВ
И ПРОЯВЛЕНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ
ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА В МАНИПУЛЯЦИОННОЙ СИСТЕМЫ
И РАБОТЫ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Установлены условия возникновения стохастических аттракторов и их фрактальная размерность для манипуляционных систем и роботов с пассивным приводом, которые находятся в состоянии динамического хаоса.

Ключевые слова: стохастические аттракторы, фрактальные размерности, роботы.

**EMERGENCE OF STOCHASTIC ATTRACTOR AND
MANIFESTATIONS OF FRACTAL PROPERTIES OF DYNAMICAL
CHAOS IN MANIPULATION SYSTEM AND WORK FOR
AGRICULTURAL PURPOSES**

This article identifies conditions of occurrence the stochastic attractors and their fractal dimensionality for the manipulation systems and robots with passive actuating device, which are in the condition of dynamic chaos.

Key words: stochastic attractors, fractal dimensionality ,robots.

УДК 631.312.544

**ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ ФРАКТАЛЬНОЇ
ГЕОМЕТРІЇ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ ОБРОБІТКУ
АГРОГРУНТІВ**

В. В. Смільський, здобувач
ННЦ «ІМЕСГ»

Описується методика застосування методу фрактальної параметризації ґрунтової структури для оперативного моніторингу якості роботи землеробських знарядь. Оцінним параметром структури ґрунту являється фрактальна розмірність, яка тісно пов'язана з топологією об'єкту. Отримано ґрунтовий код, який може служити критерієм структурної подібності агроґрунтів.

Ключові слова: методика, фрактал, обробіток, ґрунт, робочі органи, структура

Постановка проблеми. Структурний склад і щільність будови являються ключовими показниками агрофізичного стану агроґрунтів. Будь-який технологічний процес обробітку ґрунту супроводжується зміною структурних характеристик і кількісного співвідношення між його фазами. У зв'язку зі створенням нових аграрних технологій (наприклад, точного землеробства) зростає актуальність проблеми оцінювання характеристик властивостей структури, які б об'єктивно ві-

© В. В. Смільський.

Механізація та електрифікація сільського господарства. Вип. 97. 2013.