

*их технической оснащенности и рассмотрено основные проблемы эффективного использования агрегатов на базе малогабаритных МЭС с колесной формулой 2К2.*

**Ключевые слова:** валовая продукция сельского хозяйства, мобильное энергетическое средство, оснащенность, МЭС с колесной формулой 2К2, агрегат, кинематический анализ.

#### **FOR THE EFFICIENT USE OF SMALL-SIZED POWER MEANS WITH WHEEL 2W2**

*The analysis of the content market for agricultural Products of Ukraine before the crisis on the existing forms of business, their equipment and the basic problems of the effective use of small units based MPM with wheel 2K2.*

**Key words:** the gross output of agriculture, mobile power equipment fitted, MPM with wheel 2W2, aggregate, kinematic analysis.

УДК 629.114 : 631.3.06

### **ОБГРУНТУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РУХУ ГРУНТООБРОБНОГО МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТУ З ДОДАТКОВИМ МЕХАНІЧНИМ НАКОПИЧУВАЧЕМ ЕНЕРГІЇ**

**Р.В. Оляднічук, викладач**

*Уманський національний університет садівництва*

---

*Розроблено математичну модель руху ґрунтообробного МТА з додатковим механічним накопичувачем енергії з врахуванням факторів, які впливають на техніко-економічні показники роботи МТА.*

**Ключові слова:** ґрунтообробний машинно-тракторний агрегат (МТА), механічний накопичувач енергії (МНЕ), динамічна еквівалентна модель.

---

**Проблема.** В сучасних економічних умовах перед виробниками сільськогосподарської продукції постають завдання виробництва високоякісної продукції та зниження її собівартості. При цьому в структурі виробничих витрат найбільшу частину (25...30%) займають витрати на паливе, зниження яких дасть можливість зменшити собівартість продукції, що виробляється.

---

© Р.В. Оляднічук.

Механізація та електрифікація сільського господарства. Вип. 97. 2013.

Специфіка виконання технологічних операцій ґрунтообробними МТА характеризується тим, що до 90 % часу енергозасоби цих МТА працюють на неусталених режимах. Коливання навантаження, що викликані постійною варіацією тягового та загального опорів МТА, призводить до погіршення енергетичних і техніко-економічних показників роботи.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Основним положенням розробки математичних моделей руху МТА присвячено науковій праці провідних вчених Гуськова В.В. [1], Ксєневича І.П. [2], Кутькова Г.М. [3, 4] та інших. З точки зору динаміки трактор представляє собою складну динамічну систему з багатьма масами, що з'єднані між собою голономними та неголономними зв'язками. В загальному випадку така система нелінійна і її окремі параметри змінюються в часі.

Внаслідок дії багатьох факторів, що впливають на роботу агрегату, описати реальну систему математично досить проблематично. Тому при дослідженні машинно-тракторні агрегати представляють у вигляді динамічної еквівалентної моделі, в деякій мірі спрощеній, яка з достатньою точністю відтворює процеси дослідження. Головними параметрами моделі є зосереджені приведені маси, жорсткості валів та коефіцієнти демпфування.

Важливим питанням при розробці динамічної еквівалентної моделі є вибір числа мас моделі. Аналіз публікацій [1, 6] з даного питання показав, що при дослідженні техніко-економічних показників МТА достатньо представити агрегат у вигляді тримасової моделі. При моделюванні ґрунтообробного МТА з додатковим МНЕ безпосередньо сам накопичувач та механізм приводу накопичувача вивели в окремі елементи моделі. Отже, динамічну еквівалентну модель МТА з додатковим МНЕ можна представити у вигляді п'ятимасової моделі, що зображено на рисунку 1.

**Мета досліджень:** розробити математичну модель руху ґрунтообробного МТА з додатковим МНЕ з врахуванням факторів, які впливають на енергетичні та техніко-економічні показники роботи МТА.

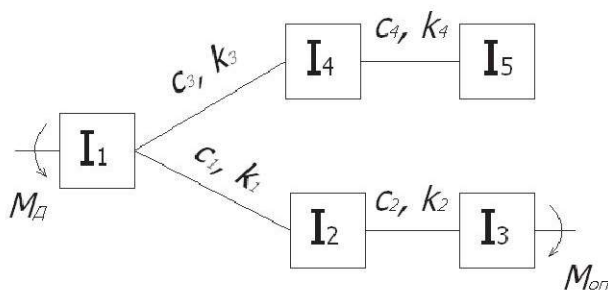
**Методика досліджень.** Для аналізу функціонування МТА використовуємо математичне моделювання, яке дає можливість достатньо просто враховувати такі фактори, як наявність дискретних та неперервних елементів, нелінійні характеристики системи, багаточисельні випадкові дії.

Процес функціонування МТА за допомогою динамічної еквівалентної моделі відтворюємо в часі із збереженням логічної структури

та послідовності протікання, що дає можливість за вихідними даними отримати відомості про стан процесу його складових у певні моменти часу та їх оцінки за різними критеріями.

Критеріями оцінки експлуатаційних властивостей МТА прийняті наступні показники: амплітуда коливань та середнє значення частоти обертання колінчастого вала двигуна, мінімальна витрата пального та максимальна продуктивність агрегату.

Для дослідження динамічних процесів ґрунтообробного МТА розглянемо його спрощену динамічну еквівалентну модель, основні параметри якої – зосереджені приведені маси, жорсткості валів та коефіцієнти демпфування.



**Рис. 1.** Динамічна еквівалентна модель руху ґрунтообробного МТА

До складу динамічної моделі входять:  $I_1$  – приведений до колінчастого вала момент інерції частин двигуна, що обертаються та рухаються зворотно-поступально, а також ведучих частин головного зчеплення;  $I_2$  – приведений до колінчастого вала момент інерції обертювих частин трансмісії на даній передачі;  $I_3$  – приведений до колінчастого вала момент інерції мас трактора та сільськогосподарської машини, які рухаються поступально;  $I_4$  – приведений до колінчастого вала момент інерції обертювих частин приводу вала відбору потужності (ВВП) трактора;  $I_5$  – приведений до колінчастого вала момент інерції обертювих частин додаткового механічного накопичувача енергії;  $c_1, k_1$  – еквівалентні жорсткість та демпфування деталей між маховиком ДВЗ та рушіями трактора;  $c_2, k_2$  – еквівалентні жорсткість та демпфування рушіїв;  $c_3, k_3$  – еквівалентні жорсткість та демпфування деталей приводу редуктора ВВП;  $c_4, k_4$  – еквівалентні жорсткість та демпфування деталей приводу механічного накопичувача енергії;  $M_D$  – крутний момент двигуна;  $M_{оп}$  – сумарний приведений момент опору руху МТА.

Для дотримання динамічної подібності еквівалентної моделі реальному МТА приведення всіх вказаних мас до колінчастого вала двигуна проводили на основі рівності кінетичної енергії приведеної маси сумі кінетичної енергії елемента, що приводиться [5]:

$$\frac{I_x \cdot \omega_0^2}{2} = \sum \frac{I_i \cdot \omega_i^2}{2}, \quad (1)$$

де  $I_x$  – шуканий приведений до колінчастого вала двигуна момент інерції мас обертових деталей, що встановлені на валах;  $\omega_0$  – кутова швидкість колінчастого вала двигуна;  $I_i$  – момент інерції маси  $i$ -тої обертової деталі, яка кінетично зв'язана з колінчастим валом;  $\omega_i$  – кутова швидкість вказаної деталі.

Тоді

$$I_x = \sum I_i \cdot \frac{\omega_i^2}{\omega_0^2} = \sum I_i \cdot i^2, \quad (2)$$

де  $i$  – передаточне число.

На інерційну масу  $I_1$  діє крутний момент  $M_0$ , що розвивається двигуном, а до інерційної маси  $I_3$  підведений сумарний приведений момент опору руху агрегату  $M_{on}$ .

Приведений момент інерції  $I_3$  мас трактора та сільськогосподарської машини, що рухаються поступально визначали за формулою (3) [3]:

$$I_3 = I_{mp} + I_{zu} = \frac{m_{mp} \cdot r_k^2}{i_{mp}^2 \cdot \eta} + \frac{m_{zu} \cdot r_k^2}{i_{mp}^2 \cdot \eta}, \quad (3)$$

де  $m_{mp}$ ,  $m_{zu}$  – маса трактора та знаряддя;  $r_k$  – радіус кочення ведучих коліс;  $i_{mp}$  – передаточне число трансмісії;  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії трансмісії.

Сумарний момент опору руху агрегату  $M_{on}$  задавали, враховуючи момент опору коченню трактора та момент опору ґрунтообробного знаряддя з додаванням псевдовипадкового процесу, який описано п'ятьма синусоїдами [3]:

$$M_{on} = \frac{r}{i \cdot \eta} (G_{mp} \cdot f + P_{зк.сеп} + 790 \cdot (\frac{r}{i} \cdot \dot{\phi}_3)^2 + 2750 \cdot \sin(0,9 \cdot t) + 4800 \cdot \sin(1,25 \cdot t) + 4900 \cdot \sin(2,75 \cdot t) + 2300 \cdot \sin(0,16 \cdot t) + 500 \cdot \sin(11 \cdot t)) \quad (4)$$

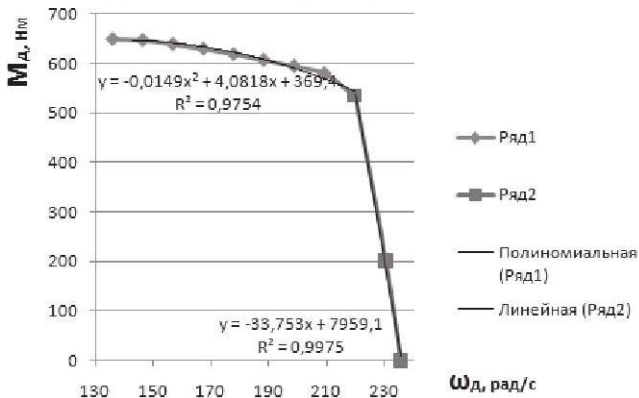
де  $G_{mp}$  – вага трактора;  $f$  – коефіцієнт опору коченню трактора;  $P_{зк.сеп}$  –

постійний опір для конкретних умов роботи;  $r$  – радіус кочення ведучих коліс;  $i$  – передаточне число трансмісії;  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії трактора.

Зміни моменту опору  $M_{on}$  обумовлені безперервними змінами його складових.

Враховуючи режими роботи ДВЗ, створений крутний момент двигуна  $M_{\delta}$  задавали згідно його статичної зовнішньої швидкісної характеристики. При апроксимації регуляторної ділянки характеристики використали лінійну залежність крутного моменту двигуна від кутової швидкості колінчастого вала двигуна.

В загальному випадку коректорна гілка регуляторної характеристики біля точки поєднання з регуляторною гілкою носить нелінійний характер. Нелінійність даної ділянки ускладнює апроксимацію детермінованої функціональної залежності  $M_{\delta}=f(\omega_{\delta})$ , що описує статичну регуляторну характеристику. Для опису коректорної гілки скористались поліномом другого ступеня (рис.2).



**Рис. 2.** Апроксимація коректорної та регуляторної гілок характеристики ДВЗ

Функціональну залежність  $M_{\delta}=f(\omega_{\delta})$  можна описати системою рівнянь:

$$M_{\delta} = \begin{cases} -33,753 \cdot \omega_{\delta} + 7959,1 & \text{при } \omega_n \leq \omega_{\delta} \leq \omega_{хх} \\ -0,0149 \cdot \omega_{\delta}^2 + 4,0818 \cdot \omega_{\delta} + 369,4 & \text{при } \omega_0 \leq \omega_{\delta} \leq \omega_n \end{cases} \quad (5)$$

де  $\omega_n$  – номінальна кутова швидкість вала двигуна;  $\omega_0$  – дійсна кутова

швидкість вала двигуна;  $\omega_{xx}$  - максимальна кутова швидкість холостого ходу двигуна;  $\omega_o$  - кутова швидкість вала двигуна при максимальному крутному моменті.

Для спрощення попередніх математичних викладок припустимо, що:

- рух відбувається по горизонтальній поверхні при відсутності вертикальних переміщень;
- зв'язок між частинами ґрунтообробного МТА голономний;
- буксування ведучих коліс з ґрунтом відсутнє, тобто система голономна.

Дослідження динаміки руху МТА можливе на основі використання варіаційних принципів механіки. Побудуємо для динамічної еквівалентної моделі ґрунтообробного МТА з додатковим МНЕ рівняння Лагранжа другого роду. Положення всіх елементів математичної моделі даного МТА визначають кутами повороту зосереджених мас, тому в якості узагальнених координат вибираємо кути повороту цих мас.

Загальний вигляд рівнянь для ґрунтообробного МТА з додатковим МНЕ з урахуванням голономності зв'язків представляємо у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_1} &= Q_{\phi_1} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_2} &= Q_{\phi_2} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_3} &= Q_{\phi_3} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_4} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_4} &= Q_{\phi_4} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_5} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_5} &= Q_{\phi_5} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$  – узагальнені координати;  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, \dot{\phi}_4, \dot{\phi}_5$  – узагальнені швидкості;  $Q_{\phi_1}, Q_{\phi_2}, Q_{\phi_3}, Q_{\phi_4}, Q_{\phi_5}$  – узагальнені моменти, що відповідають прийнятним узагальненим координатам.

Кінетична енергія  $T$  п'ятимасової системи в обертовому русі визначається за виразом

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\phi}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\phi}_4^2 + \frac{1}{2} J_5 \dot{\phi}_5^2 \quad (7)$$

Оскільки кінетична енергія залежить від узагальнених швидкостей  $\dot{\phi}_i$ , то при диференціюванні перших членів рівнянь (6) за часом в лівих частинах цих рівнянь з'являться другі похідні за часом  $\ddot{\phi}_i$  від шуканих координат.

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_i} = J_i \dot{\phi}_i \quad (8)$$

та

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_i} \right) = J_i \ddot{\phi}_i \quad (9)$$

Оскільки кінетична енергія не залежить від кута повороту  $\phi_i$ , то  $\frac{\partial T}{\partial \phi_i} = 0_i$ .

Обрахунок узагальнених моментів зводиться до визначення елементарної роботи  $i$ -тих моментів при можливому обертанні динамічної системи.

$$\begin{cases} Q_{\phi_1} = M_d - c_1 \cdot (\phi_1 - \phi_2) - \kappa_1 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - c_3 \cdot (\phi_1 - \phi_4) - \kappa_3 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_4) \\ Q_{\phi_2} = c_1 \cdot (\phi_1 - \phi_2) + \kappa_1 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - c_2 \cdot (\phi_2 - \phi_3) - \kappa_2 \cdot (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) \\ Q_{\phi_3} = c_2 \cdot (\phi_2 - \phi_3) + \kappa_2 \cdot (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) - M_{on} \\ Q_{\phi_4} = c_3 \cdot (\phi_1 - \phi_4) - \kappa_3 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_4) - c_4 \cdot (\phi_4 - \phi_5) - \kappa_4 \cdot (\dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_5) \\ Q_{\phi_5} = c_4 \cdot (\phi_4 - \phi_5) - \kappa_4 \cdot (\dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_5) \end{cases}, (10)$$

де  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$  – кути повороту зосереджених мас двигуна та ведучих частин головного зчеплення, трансмісії на даній передачі, маси МТА, що рухаються поступально, приводу ВВП трактора, додаткового механічного накопичувача енергії;  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, \dot{\phi}_4, \dot{\phi}_5$  – кутові швидкості відповідних мас, приведені до вала двигуна.

Враховуючи рівняння для визначення узагальнених моментів, рів-

няння Лагранжа представляють собою звичайні диференційні рівняння другого порядку відносно узагальнених координат  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$ .

Нелінійну систему диференційних рівнянь (11) вирішували інтегруванням в середовищі MathCad 13, використовуючи алгоритм Рунге-Кутта четвертого порядку.

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\phi}_1 = M_d - c_1 \cdot (\phi_1 - \phi_2) - \kappa_1 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - c_3 \cdot (\phi_1 - \phi_4) - \kappa_3 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_4) \\ I_2 \cdot \ddot{\phi}_2 = c_1 \cdot (\phi_1 - \phi_2) + \kappa_1 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - c_2 \cdot (\phi_2 - \phi_3) - \kappa_2 \cdot (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) \\ I_3 \cdot \ddot{\phi}_3 = c_2 \cdot (\phi_2 - \phi_3) + \kappa_2 \cdot (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) - M_{on} \\ I_4 \cdot \ddot{\phi}_4 = c_3 \cdot (\phi_1 - \phi_4) - \kappa_3 \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_4) - c_4 \cdot (\phi_4 - \phi_5) - \kappa_4 \cdot (\dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_5) \\ I_5 \cdot \ddot{\phi}_5 = c_4 \cdot (\phi_4 - \phi_5) - \kappa_4 \cdot (\dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_5) \end{cases} \quad (11)$$

де  $\ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2, \ddot{\phi}_3, \ddot{\phi}_4, \ddot{\phi}_5$  - кутові прискорення відповідних мас, приведених до вала двигуна

Для оцінки енергетичних та техніко-економічних показників роботи МТА визначали теоретичну швидкість руху МТА, продуктивність за годину чистого часу, тягову і ефективну потужність та тяговий коефіцієнт корисної дії трактора, а також годинну та погектарну витрату пального за відомими методиками.

### Висновки

1. На підставі існуючих теоретичних положень з теорії трактора та теоретичної механіки розроблено математичну модель руху, яка дає можливість досліджувати динамічні процеси впливу додаткового накопичувача кінетичної енергії на експлуатаційні показники ґрунтообробного МТА.

2. Запропонована математична модель дає можливість здійснювати оцінювання величини кількості додаткової кінематичної енергії на стабільність роботи систем МТА при несталому навантаженні.

### БІБЛІОГРАФІЯ

1. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: Теория. Под ред. В.В. Гуськова. – М.: Машиностроение, 1988. – 376 с.
2. Ксенович И.П., Гуськов В.В., Бочаров Н.Ф. и др. Тракторы. Проектирование, конструирование и расчет. Под ред. И.П. Ксеновича. – М.: Машиностроение, 1991, 544 с.
3. Кутьков Г.М. Основы теории трактора и автомобиля. Учебное пособие. М.: МГАУ, 1995, 274 с.



4. Кутьков Г.М., Сидоров В.Н. Методика расчета теоретической тягово-динамической характеристики трактора. Тракторы и сельскохозяйственные машины, – 2006. –№9. –С. 20-23.
5. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов. Справочное пособие. М.: Машиностроение, 1968. – 350с.
6. Жутов А.Г., Аврамов В.И., Карсаков А.А. Математическая модель МТА. Тракторы и сельскохозяйственные машины, –2010, –№2, –С. 24-25.

**ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ  
ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕГО МАШИННО-ТРАКТОРНОГО  
АГРЕГАТА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ МЕХАНИЧЕСКИМ  
НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ**

*Разработано математическую модель движения почвообрабатывающего МТА с дополнительным механическим накопителем энергии с учетом факторов, которые влияют на технико-экономические показатели работы.*

**Ключевые слова:** почвообрабатывающий МТА, механический накопитель энергии, динамическая эквивалентная модель.

**DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE MOTION  
OF TILLAGE MACHINES AND TRACTOR UNITS WITH ADDITIONAL  
MECHANICAL ENERGY STORAGE DEVICES**

*Developed a mathematical model of the motion tillage machines and tractor units with additional mechanical energy storage devices with regard to the factors which influence the technical and economic performance.*

**Key words:** tillage machines and tractor units, mechanical energy storage, dynamic equivalent model.