

УДК 662.763

РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ ВПЛИВУ ФАКТОРІВ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ГЕНЕРУВАННЯ БІОГАЗУ

О.В. Поліщук, здобувач*,

В.О. Дубровін, докт. техн. наук,

В.М. Поліщук, канд. техн. наук

Національний університет біоресурсів та природокористування України

Проведений регресійний аналіз впливу температури бродіння і вмісту гліцерину в субстраті на вихід біогазу при метановому зброджуванні гною ВРХ. Отримане рівняння апроксимації і встановлений коефіцієнт детермінації, які перевірені на значущість.

Ключові слова: *біогаз, метанове бродіння, косубстрат, гліцерин, гній ВРХ, апроксимація, критерій Фішера, коефіцієнт детермінації, рівняння регресії.*

Постановка проблеми. Вихід біогазу при метановому зброджуванні сировини в біореакторі є визначальним фактором, що впливає на рентабельність всього процесу. Чим більше біогазу отримується, тим ефективнішим є процес його виробництва. На ефективність генерування біогазу в метантенку впливає багато факторів. Це і створення кислотно-лужного балансу субстрату, і наявність необхідної мікрофлори, без яких неможливе метанове бродіння, вміст органічних речовин у субстраті, температура бродіння тощо. Тому дослідження ефективності виходу біогазу під час метанового зброджування субстратів є досить актуальним.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Ефективності виробництва біогазу в метантенках присвячено багато досліджень. Лідерами серед них є німецькі вчені. В. Баадер, Е. Доне, М. Бренндерфер в роботі [1] дослідили максимальний вихід біогазу при періодичному зародженні залежно від матеріалів, які завантажуються в метантенк і встановили, що субстрати, які містять багато білків, виділяють більше біогазу, тоді як матеріали, що містять багато целюлози і лігніну

* Науковий керівник, доктор технічних наук Дубровін В.О.

погано зброджуються. Барбара Едер і Хайнц Шульц в роботі [2] конкретизували залежність виходу біогазу від типу субстрату. Вони встановили, що гній свиней і послід птахів виділяє більше біогазу, ніж гній ВРХ, із-за наявності в них більшої кількості неперетравленої органіки. В роботі [3] вказано, що виробленого біогазу при бродінні відходів сільськогосподарських тварин, особливо гною ВРХ, недостатньо навіть для підтримання теплового балансу метантенка. Тому для збільшення виходу біогазу практикується додавання до основного субстрату добавок (косубстрату), що суттєво підвищують ефективність генерації біогазу. Високий вихід біогазу, за даними [2], дають субстрати із високою концентрацією енергії: відходи зерна, молода трава, картопля, жир тощо. Часто такі субстрати додають до відходів життєдіяльності сільськогосподарських тварин для підвищення виходу біогазу. Одним із косубстратів, за даними роботи [3], може виступати залишок від виробництва біодизеля — сирий гліцерин. У цій праці вказані значення максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті при різних температурах бродіння, які наведені в табл. 1.

Також у роботі [3] наведені графічні залежності максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті при різних температурах бродіння.

Однак як графічний, так і табличний вид представлення залежності максимального виходу біогазу є зручним. Тому **задачею наших досліджень** є проведення регресійного аналізу впливу вмісту гліцерину в субстраті і температури бродіння на максимальний вихід біогазу.

Результати дослідження. Дослідження впливу на максимальний вихід біогазу таких факторів, як вміст гліцерину в субстраті і температурі бродіння, проводились за допомогою регресійного аналізу. Вибір виду функціонального зв'язку між незалежними змінними (вміст гліцерину в субстраті і температурі

Таблиця 1. Максимальний вихід біогазу (в л/(кг·добу)) [3]

Гліцерин		Температура бродіння, °С		
мл	% до субстрату	40	45	50
Без гліцерину		1,33	2,52	3,77
25	1,5	5,4	6,97	8,92
50	3,0	8,21	10,3	12,27
100	6,0	11,48	13,65	15,7
150	8,8	12,58	14,65	16,54

бродіння) і залежною змінною (максимальний вихід біогазу) провадили шляхом визначення декількох рівнянь регресії, їх порівняння і вибору найбільш прийняттого за допомогою коефіцієнта множинної детермінації R^2 .

Спочатку визначалась функціональна залежність максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті для різних температур бродіння. За допомогою комп'ютерних програм EXCEL і MATHCAD були проаналізовані можливість застосування до залежності максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті при різних температурах бродіння таких відомих математичних функцій, як лінійна, степенева, експонентна та поліноміальна. Встановлено, що при описуванні залежностей максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті, наведених в табл. 1, із вказаних функцій найнижчий коефіцієнт детермінації має степенева функція — близько 0,7. Достатньо добре описують вказану залежність лінійна функція ($R^2 = 0,9$) і експонентна функція ($R^2 = 0,94$). Однак, найкраще залежності максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті, наведені в табл. 1, описує поліноміальна функція. І якщо поліном другого порядку має коефіцієнт детермінації 0,998, то поліном третього порядку визначає функціональну залежність між змінними, оскільки його $R^2 = 1$.

Отже, залежності максимального виходу біогазу від вмісту гліцерину в субстраті апроксимуються поліномом третього порядку при $R^2 = 1$ всіх досліджених температурних режимів:

$$Q = a \cdot \Gamma^3 - b \cdot \Gamma^2 + c \cdot \Gamma + d, \quad (1)$$

де Q — вихід біогазу, л/(кг×добу); Γ — вміст гліцерину в субстраті по відношенню до вмісту гною ВРХ, %; a, b, c, d — коефіцієнти полінома.

Значення коефіцієнтів полінома (1) для різних температурних режимів бродіння наведені в табл. 2.

Таблиця 2. Значення коефіцієнтів полінома (1) для різних температурних режимів бродіння

Температура бродіння, °С	Коефіцієнти полінома (1)			
	a	b	c	d
40	0,01	0,296	3,098	1,343
45	0,012	0,345	3,51	2,501
50	0,017	0,437	4,006	3,786

Апроксимацію залежності коефіцієнтів a , b , c , d від температури бродіння найкраще проводити за допомогою поліноміальної функції другого порядку:

$$a = 6 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 - 4,7 \cdot 10^{-3} \cdot T + 0,102 \quad \text{при } R^2=1, \quad (2)$$

$$b = 8,6 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 0,0633 \cdot T + 1,452 \quad \text{при } R^2=1, \quad (3)$$

$$c = 1,68 \cdot 10^{-3} \cdot T^2 - 0,0604 \cdot T + 2,826 \quad \text{при } R^2=1, \quad (4)$$

$$d = 2,54 \cdot 10^{-3} \cdot T^2 + 0,0157 \cdot T - 3,349 \quad \text{при } R^2=1, \quad (5)$$

де T — температура бродіння, °С.

Підставивши вирази (2)-(5) в рівняння (1), отримаємо вираз, що описує максимальний вихід біогазу залежно від вмісту гліцерину в субстраті по відношенню до вмісту гною ВРХ і температури бродіння:

$$Q = 6 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 \cdot \Gamma^3 - 0,0047 \cdot T \cdot \Gamma^3 + 0,102 \cdot \Gamma^3 - 0,00086 \cdot T^2 \cdot \Gamma^2 + \\ + 0,0633 \cdot T \cdot \Gamma^2 - 1,452 \cdot \Gamma^2 + 0,00168 \cdot T^2 \cdot \Gamma - 0,0604 \cdot T \cdot \Gamma + 2,826 \cdot \Gamma + \\ + 0,00254 \cdot T^2 + 0,0157 \cdot T - 3,349.$$

За значеннями максимального виходу біогазу, отриманими шляхом розрахунку за виразом (6), побудована поверхня відгуку, представлена на рис. 1.

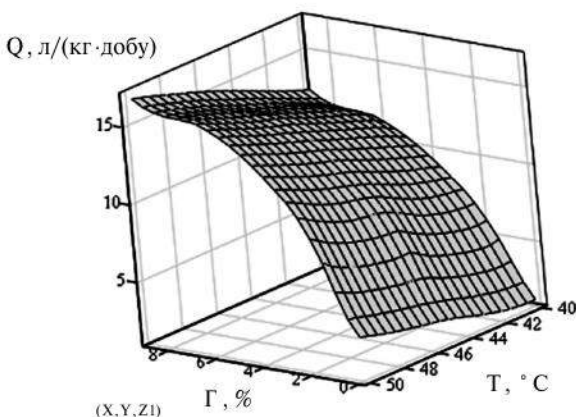


Рис. 1. Залежність максимального виходу біогазу від вмісту сирого гліцерину в субстраті і температури бродіння

Перевірка значущості рівняння регресії проводиться шляхом дисперсійного аналізу за F-критерієм Фішера, розрахункове значення якого визначається за формулою [4, с. 187; 5, с. 66-67]:

$$F_{\text{роз}} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}, \quad (7)$$

де σ_x^2 — факторна дисперсія; σ_z^2 — залишкова дисперсія.

Факторна і залишкова дисперсії визначаються за формулами [6, с. 14]:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{Q}_i - \bar{Q})^2}{l}, \quad (8)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}_i)^2}{n - l - 1}, \quad (9)$$

де Q_i — фактичні значення максимального виходу біогазу, л/(кг×добу); \bar{Q} — середнє фактичних значень максимального виходу біогазу, л/(кг×добу); \bar{Q}_i — розрахункові значення максимального виходу біогазу, л/(кг×добу); n — число спостережень, шт; l — кількість факторів, шт.

Якщо $F_{\text{роз}} > F_{\text{табл}}$, то апроксимуюча поверхня значуща. При використанні апроксимуючої поверхні для прогнозування необхідно, щоб $F_{\text{роз}} > 4F_{\text{табл}}$ [4, с. 109].

Для перевірки значущості рівняння регресії (6) за F-критерієм Фішера проведено підготовчі розрахунки, значення яких заносимо в табл. 3.

Із табл. 3 видно, що кількість факторів $l=2$, а число спостережень $n=15$.

Тоді факторна дисперсія за формулою (8) буде становити:

$$\sigma_x^2 = \frac{333,17}{2} = 166,59,$$

а залишкова дисперсія за формулою (9) матиме значення:

$$\sigma_z^2 = \frac{0,13425}{15 - 2 - 1} = 0,011188.$$

Критерій Фішера за виразом (7) матиме значення:

$$F_{\text{роз}} = \frac{166,59}{0,011188} = 16124.$$

Табличне значення критерію Фішера для $l=2$ і $n=15$ при ймовірності 0,99 становить $F_{\text{табл}}=6,36$ [8, с. 145]. Отже, оскільки $F_{\text{роз}} > 4F_{\text{табл}}$, рівняння регресії (6) можна застосовувати для прогнозування.

Таблиця 3. Підготовчі розрахунки для перевірки значущості рівняння регресії (6) за F-критерієм Фіше-ра та визначення коефіцієнта детермінації

Фактори		Максимальний вихід біогазу, л/(кг×добу)									
$T, ^\circ\text{C}$	$\gamma, \%$	фактичн. Q_i	розрах. \bar{Q}_i	$\bar{Q}_i - \bar{Q}$	$(\bar{Q}_i - \bar{Q})^2$	$Q_i - \bar{Q}_i$	$(Q_i - \bar{Q}_i)^2$	$Q_i - \bar{Q}$	$(Q_i - \bar{Q})^2$	$Q_i - \bar{Q}$	$(Q_i - \bar{Q})^2$
0	40	1,33	1,34	-8,276	68,50	-0,013	0,000169	-8,289	68,71	-8,289	68,71
1,5	40	5,4	5,36	-4,262	18,16	0,042	0,001785	-4,219	17,80	-4,219	17,80
3	40	8,21	8,24	-1,376	1,89	-0,033	0,001089	-1,409	1,99	-1,409	1,99
6	40	11,48	11,44	1,816	3,30	0,045	0,002025	1,861	3,46	1,861	3,46
8,8	40	12,58	12,50	2,879	8,29	0,082	0,006744	2,961	8,77	2,961	8,77
0	45	2,52	2,50	-7,118	50,67	0,019	0,000361	-7,099	50,40	-7,099	50,40
1,5	45	6,97	7,03	-2,589	6,70	-0,060	0,003630	-2,649	7,02	-2,649	7,02
3	45	10,3	10,25	0,631	0,40	0,050	0,002500	0,681	0,46	0,681	0,46
6	45	13,65	13,73	4,114	16,92	-0,083	0,006889	4,031	16,25	4,031	16,25
8,8	45	14,65	14,85	5,231	27,36	-0,200	0,039946	5,031	25,31	5,031	25,31
0	50	3,77	3,79	-5,833	34,03	-0,016	0,000256	-5,849	34,21	-5,849	34,21
1,5	50	8,92	8,87	-0,750	0,56	0,051	0,002588	-0,699	0,49	-0,699	0,49
3	50	12,27	12,33	2,711	7,35	-0,060	0,003600	2,651	7,03	2,651	7,03
6	50	15,7	15,76	6,143	37,73	-0,062	0,003844	6,081	36,97	6,081	36,97
8,8	50	16,54	16,78	7,163	51,31	-0,243	0,058828	6,921	47,90	6,921	47,90
Середнє \bar{Q}		9,62	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Сума		-	-	-	333,17	-	0,13425	-	326,77	-	326,77

Скоригований коефіцієнт множинної детермінації для виразу (6), згідно [6, с. 17], визначається за формулою:

$$D = R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}_i)^2 / (n-l-1)}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2 / (n-1)} . \quad (10)$$

Відповідно до розрахунків, наведених в табл. 3, скоригований коефіцієнт множинної детермінації для виразу (6) становить:

$$R^2 = 1 - \frac{0,13425/12}{326,77/14} = 0,9995 ,$$

що свідчить про те, що 99,95% варіації Q пояснюється змінами Γ і T , а інші 0,05% зміни Q пояснюються або помилками спостережень, або дією неврахованих факторів, або тим і іншим.

Значущість коефіцієнта множинної детермінації перевіряється за t -критерієм Стьюдента. Розрахункове значення критерію Стьюдента визначається як [5, с. 60; 7, с. 239]:

$$t_{роз} = \frac{\sqrt{R^2}}{S_D} , \quad (10 a)$$

де S_D — середньоквадратична похибка коефіцієнта детермінації, яка визначається за формулою [5, с. 60]:

$$S_D = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n - p - 1}} , \quad (11)$$

де p — кількість факторів.

Якщо розрахункове значення критерію Стьюдента $t_{роз}$ перевищує табличне його значення, то гіпотеза про рівність коефіцієнта детермінації нулю вважається спростованою і коефіцієнт детермінації визнається значущим [5, с. 60-61; 7, с. 239].

Враховуючи, що кількість факторів для виразу (6) становить 2, середньоквадратична похибка коефіцієнта детермінації S_D за формулою (11) буде:

$$S_D = \frac{1 - 0,9995}{\sqrt{15 - 2 - 1}} = 1,38 \cdot 10^{-4} .$$

Тоді розрахункове значення критерію Стюдента за формулою (10 а) становить:

$$t_{\text{роз}} = \frac{\sqrt{0,9995}}{1,38 \cdot 10^{-4}} = 7225.$$

Згідно [8], при $n=15$ за ймовірності 0,9995 табличне значення критерію Стюдента $t_{\text{табл}}=4074$, що менше його розрахункового значення, тому визначений нами коефіцієнт детермінації є значущим.

Висновок. Рівняння регресії залежності максимального виходу біогазу від вмісту сирого гліцерину в субстраті і температури бродіння має коефіцієнт детермінації 0,9995, є значущим і може використовуватись для прогнозування даних.

Бібліографія

1. *Баадер В.* Биогаз: теория и практика / В. Баадер, Е. Доне, М. Бренндерфер. — М.: Колос, 1982. — 148 с.
2. *Эдер Б.* Биогазовые установки. Практическое пособие / Барбара Эдер, Хайнц Шульц. — М.: Колос, 2006. — 240 с.
3. *Полищук В.Н.* Исследование возможности использования сырого глицерина в качестве добавки к основному субстрату в биогазовых установках / В.Н. Полищук, Н.Н. Лободко, А.В. Полищук // Сборник научных трудов SWorld. — Вып. № 4. — Т.12. — Иваново: Маркова АД, 2014. — С. 37-47.
4. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ / Дж. Себер / Пер. с англ. В.П. Носков; Под ред. М.Б. Малютова. — М.: Мир, 1980. — 456 с.
5. *Френкель А.А.* Математический анализ производительности труда / А.А. Френкель — М.: Экономика, 1968. — 168 с.
6. *Бушин П.Я.* Эконометрика: учебн. пособие / П.Я. Бушин. — Хабаровск: Хабаровская государственная академия экономики и права, 2003. — 76 с.
7. *Статистика* / О.А. Бугуцький, А.Т. Опря, В.В. Вітвіцький та ін. — К.: ТОВ Комплекс Віта, 1999. — 420 с.
8. *Мюллер П.* Таблицы по математической статистике / П. Мюллер, Н. Нойман, Р. Шторм. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 272 с.

РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРИРОВАНИЯ БИОГАЗА

Проведен регрессионный анализ влияния температуры брожения и содержания глицерина в субстрате на выход биогаза при метановом сбраживании навоза КРС. Получено уравнения аппроксимации и установлен коэффициент детерминации, которые проверены на значимость.

Ключевые слова: биогаз, метановое брожения, косубстрат, глицерин, навоз КРС, аппроксимация, критерий Фишера, коэффициент детерминации, уравнение регрессии.

REGRESSION ANALYSIS OF THE INFLUENCE FACTORS ON THE EFFICIENCY OF GENERATING BIOGAS

The regression analysis of the influence of fermentation temperature and glycerol content of the substrate to yield biogas methane fermentation by cattle manure. Obtained equation approximation and deterministic factor set-discrimination, which are tested for significance.

Key words: Biogas, methane fermentation, cosubstrate, glycerol, cattle manure, approximations, Fisher's exact test, the coefficient of determination, the regression equation.