УДК 681.513

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ВИКОНАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОМУ ВИРОБНИЦТВІ, ЗАЛЕЖНІ ВІД ПОЧАТКОВОГО ТА КІНЦЕВОГО МОМЕНТІВ ЧАСУ ЇХ ФУНКЦІОНУВАННЯ

Човнюк Ю. В., к.т.н., доцент
Броварець О. О., к.т.н., доцент, Національний університет біоресурсів і природокористування України

Анотація

Мета. Обґрунтувати підходи до розв'язку основних проблем теорії управління систем, залежних від старту та фінішу, а також задачі повної керованості подібних систем при оптимізації управління.

Методи. Автори робіт [1-5] розглядають і всебічно досліджують різноманітні аспекти управління скінченно-вимірними лінійними об'єктами, різноманітні задачі теорії управління рухом, автоматичного управляння лінійними (нелінійними) системами, із використанням методів оптимального управління, диференціального та інтегрального числення. Проте управління системами, які залежать від старту та фінішу, на думку авторів даного дослідження, вимагають подальшого всебічного вивчення.

Результати. Розглядається специфічний клас керованих систем, які залежать від старту та фінішу і котрі адекватно моделюють інтегровані системи автоматичного управління виконанням технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві, у тому числі рослинництві. Задачі управління такими системи дещо відмінні від традиційних задач управління (у тому числі оптимального) й пов'язані перш за все, з плануванням роботи кожної з таких систем.

Обґрунтовані інтегровані системи управління виконанням технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві, які залежать від початкового та кінцевого моментів часу їх функціонування. Задля оптимізації процесів управління вказаними системами проведене узагальнення результатів досліджень щодо впливу різноманітних факторів на ефективність рослинництва. Встановлені найбільш вагомі технологічні, технічні та організаційні критерії якісної роботи сільськогосподарських машин, їх рівень впливу на кінцевий результат – величну зібраного врожаю, а також можливий рівень ефективності застосування відповідних технічних засобів механізації з керованим впливом на якість виконання власне самих технологічних операцій.

Висновки. З використанням методів оптимального управління розроблено математичну модель управління виконанням технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві, залежні від початкового та кінцевого моментів часу їх функціонування.

Використання розробленої математичної моделі дає можливість спрогнозувати подальші зміни систем. Дана методика дозволяє оптимізувати використання наявних ресурсів забезпечить підвищення ефективності на 20-30%.

Ключові слова: інтегровані системи управління, технологічні процеси, сільськогосподарське виробництво, залежність, початковий та кінцевий моменти функціонування.

UDC 681.513

MATHEMATICAL CASE FRAME BY IMPLEMENTATION OF TECHNOLOGICAL CARBONS IN AGRICULTURAL PRODUCTION, DEPENDENCY UPON INITIAL AND EVENTUAL MOMENTS OF TIME OF THEIR FUNCTIONING

Chovnuk U. V., PhD., associate professor
Brovarets O. O., PhD.., associate professor
National university Live and Environmental of Ukraine

Annotation

Purpose. Approaches are grounded to the decision of basic problems of theory of management of the systems, dependency upon the start and finish, and also task of complete divisibility of the similar systems during optimization of management.

Methods. The authors of works [1-5] examine and comprehensively explore the varied aspects of management by certainly-measurable linear objects, varied tasks of theory of traffic control, automatic control by the linear (nonlinear) systems, with the use of methods of optimum management differential and integral calculation. However much the managements by the systems which depend on the start finish, in opinion of authors of this research, require the subsequent comprehensive study.

Results. In opinion of authors of this research, it is necessary to consider the specific class of the guided systems, which depend on the start and finish and which adequately design the computer-integrated automatic control systems by implementation of technological processes in agricultural production including plant-grower. Management tasks such the systems managements (including optimum) some different from traditional tasks and tied-up foremost, with planning of work of each of such systems.

The computer-integrated control systems by implementation of technological processes are grounded in agricultural production, which depend on the initial and eventual moments of time of their functioning. For the sake of optimization of processes of management by the indicated systems the conducted generalization of results of researches in relation to influence of the varied factors on efficiency of plant-grower. Set most ponderable technological, technical and organizational criteria of high-quality work of agricultural machines, their level of influence on end-point – majestic the collected harvest, and also possible level of efficiency of application of the proper hardware's of mechanization with the guided influence on the internals of implementation actually the most technological operations.

Conclusions. With the use of methods of optimum management a mathematical case frame by implementation of technological processes in agricultural production is developed, dependency upon the initial and eventual moments of time of their functioning.

The use of the developed mathematical model enables the subsequent changes of the systems. This method allows to optimize the use of present resources will provide the increase of efficiency on 20-30%.

Keywords: computer-integrated control systems, technological processes, agricultural production, dependence, initial and eventual moments of functioning.

УДК 681.513

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ВЫПОЛНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОМ ПРОИЗВОДСТВЕ, ЗАВИСИМЫЕ ОТ НАЧАЛЬНОГО И КОНЕЧНОГО МОМЕНТОВ ВРЕМЕНИ ИХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Човнюк Ю. В., к.т.н., доцент
Броварец А. А., к.т.н., доцент
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Аннотация

Цель. Обоснованы подходы к решению основных проблем теории управления систем, зависимых от старта и финиша, а также задачи полной управляемости подобных систем при оптимизации управления.

Методы. Рассматриваются [1-5] и всесторонне исследуют многообразные аспекты управления конечно-измеримыми линейными объектами, многообразные задачи теории управления движением, автоматического управления линейными (нелинейными) системами, с использованием методов оптимального управления, дифференциального и интегрального исчисления. Однако управления системами, которые зависят от старта и финиша, по мнению авторов данного исследования, требуют последующего всестороннего изучения.

Результаты. По мнению авторов данного исследования, необходимо рассмотреть специфический класс управляемых систем, которые зависят от старта и финиша и которые адекватно моделируют интегрированные системы автоматического управления выполнением технологических процессов в сельскохозяйственном производстве, в том числе растениеводстве. Задачи управления такими системы несколько отличающиеся от традиционных задач управления (в том числе оптимального) и связанные прежде всего, с планированием работы каждой из таких систем.

Обоснованы интегрированные системы управления выполнением технологических процессов в сельскохозяйственном производстве, которые зависят от начального и конечного моментов времени их функционирования. Ради оптимизации процессов управления указанными системами проведенное обобщение результатов исследований относительно влияния многообразных факторов на эффективность растениеводства. Установленные наиболее весомые технологические, технические и организационные критерии качественной работы сельскохозяйственных машин, их уровень влияния на конечный результат – величественную собранного урожая, а также возможный уровень эффективности применения соответствующих технических средств механизации с управляемым влиянием на качества выполнения собственно самых технологических операций.

Выводы. С использованием методов оптимального управления разработана математическая модель управления выполнением технологических процессов в сельскохозяйственном производстве, зависимые от начального и конечного моментов времени их функционирования.

Использование разработанной математической модели дает возможность спрогнозировать последующие изменения систем. Данная методика позволяет оптимизировать использование имеющихся ресурсов обеспечит повышение эффективности на 20-30%.

Ключевые слова: интегрированные системы управления, технологические процессы, сельскохозяйственное производство, зависимость, начальный и конечный моменты функционирования.

Постановка проблеми. Відомо, що інтегровані системи автоматичного управління виконанням технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві є найбільш перспективним. Саме вони мають забезпечити створення якісно нових технологій (інноваційних технологій), які мають новітні економічні, соціальні та екологічні показники.

Зрозуміло, що для узагальнення результатів попередніх досліджень, які стосуються визначення рівня впливу різноманітних факторів на ефективність рослинництва, слід визначити основні технологічні (норма внесення, глибина обробітку та інше), технічні (швидкість руху, навантаження двигуна тощо) та організаційні (строки виконання, завантаження МТА) критерії якісної роботи сільськогосподарських машин, вагомість впливу цих факторів на величину зібраного врожаю (кінцевий результат), а також імовірність (можливий) рівень ефективності застосування відповідних технічних засобів механізації з керованим впливом на якість виконання технологічних операцій.

На думку авторів даного дослідження, необхідно розглянути специфічний клас керованих систем, які залежать від старту та фінішу і котрі адекватно моделюють інтегровані системи автоматичного управління виконанням технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві, у тому числі рослинництві. Задачі управління такими системи дещо відмінні від традиційних задач управління (у тому числі оптимального) й пов'язані перш за все, з плануванням роботи кожної з таких систем.

Зрозуміло, що моделювання подібних систем, методи оптимального управління ними є актуальними дослідженнями сьогодення і вимагають подальшого поглибленого вивчення.

Аналіз публікацій по темі дослідження. Автори робіт [1-15] розглядають і всебічно досліджують різноманітні аспекти управління скінченно-вимірними лінійними об'єктами, різноманітні задачі теорії управління рухом, автоматичного управляння лінійними (нелінійними) системами. Проте управління системами, які залежать від старту та фінішу, на думку авторів даного дослідження, вимагають подальшого всебічного вивчення.

Слід зазначити, що результати цитованих вище робіт будуть використані у даному дослідженні.

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні підходу до розв'язку основних проблем теорії управління систем, залежних від старту та фінішу, а також задачі повної керованості подібних систем при оптимізації управління.

Виклад основного змісту дослідження. Вважатимемо, що мова йде про вирощування деякої культури, наприклад кукурудзи. За початкового відліку часу візьмемо 1 січня. Стан рослин у кожний конкретний момент часу t, $t \succ 0$, можна характеризувати набором параметрів $x_1(t),\ldots,x_n(t)$. Швидкість росту й визрівання рослин залежить від багатьох факторів. Вкажемо лише деякі з них: якість насіння у момент часу $t = t_0$ попадання зернини у ґрунт, якість ґрунту, якість догляду за рослинністю, момент часу, коли відбувається збирання врожаю та інше. Вважаючи якість насіння й ґрунту заздалегідь заданими і постійними, можна вивчати залежність розвитку рослини від інших факторів. Якщо врахувати, що швидкість розвитку рослини у довільний момент часу t залежить від початкового моменту часу, коли зернина потрапляє у ґрунт, від якості догляду за рослиною у даний момент часу t, від стану рослини у поточний момент часу, тоді процес можна описати системою рівнянь:

$$\dot{x}_i = f_i(t, t_0, x, u),\ i = 1,\ldots,n, \tag{1}$$

де вектор $x = \{x_1,\ldots,x_n\}$ характеризує стан рослини, а $u = \{u_1,\ldots,u_n\}$ – догляд за рослиною. Початковий стан системи можна вважати заданим:

$$x(t_0) = x^0. \tag{2}$$

Якщо цей процес розглядати як керований, тоді у праву частину системи (1) слід ввести функцію $u_k = u_k(t, t_0, T)$, $k = 1,..,r$, де T – момент закінчення процесу догляду за рослиною (тобто збирання врожаю), вибір яких залежить безпосередньо не тільки від критерію оптимальності системи, але й від t_0 та T. Підставляючи дане керування у рівняння (1) матимемо систему рівнянь, яка залежить від t_0 та T.

Слід зазначити наступне:

1. Керовані рухи системи, залежні від старту й фінішу, у ряді випадків можна розглядати як багатокрокові процеси, що описуються рівняннями виду:

$$x_i(n+1) = f_i(t_0, T, t, n, x(n), u),$$
$$i = 1,...,m,\ n = 1,...,N, \qquad (3)$$

де n – номер відрізку при діленні $(T \quad t_0)$ на N частин.

2. У задачах, у яких слід враховувати безперервно змінний час, процеси у системах, залежних від старту й фінішу, можуть описуватись диференціальними рівнями виду:

$$\dot{x}_i = f_i(t, t_0, T, x, u),\ t_0 \le t \le T,$$
$$i = 1,...,n \qquad (4)$$

Аналогічно можна розглядати й системи з розподіленими параметрами, залежні від старту й фінішу.

3. Для такого типу систем залишаються природними основні проблеми теорії управління (керованість, спостережуваність, оптимальність та інше). Однак тепер вони набувають деяких нових відтінків у зв'язку з тим, що праві частини рівнянь руху можуть бути безперервними за координатами t, x та u, але бути розривним за t_0 й T. Цей останній факт може суттєво вплинути на зміст, відповідно, у кожній конкретній задачі теорії управління.

Як показано нижче, у цих випадках може суттєво ускладнюватись й зазвичай використовуваний спосіб розв'язку задачі.

Керованість. Спочатку розглянемо систему

$$\dot{x} = A(t) \cdot x + B(t),\ t_0 \le t \le T, \qquad (5)$$

У якій $A(t)$ – непереривна матриця порядку n, а $B(t)$ непереривна матриця розмірністю $[n \times m]$, $x \in E^n$, $u \in E^m$. Допустимим керуванням вважаються кусково-неперервні функції $u = u(t)$ зі значеннями у всьому просторі E^n.

Відомо, що система рівнянь (5) називається керованою, як що для заданого t_0 і будь-якого $x^0 \in E^n$, $x' \in E^n$ можна вказати $T(t_0)$, $T \succ t_0$ й допустиме управління $u = u(t, t_0, T, x^0, x')$ такі, що $x = x(t)$ є розв'язок рівняння:

$$\dot{x} = A(t) \cdot x + B(t) \cdot u(t, t_0, T, x^0, x^1),$$
$$x(T) = x^1, \qquad (6)$$

з початковою умовою (2).

Якщо t_0 й T задані, тоді система зветься керованою на відрізку $[t_0, T]$. Відомі умови керованості, наприклад [1-3]. Тут приведемо їх у зручній для подальшого аналізу формули [4]. Для цього випишемо матрицю коші $W(t, s)$ однорідного рівняння:

$$\dot{y} = A(t) \cdot y\ . \qquad (7)$$

Якщо тепер позначити $h_i(t, T)$ i-й стовпець матриці $B^*(t)W^*(t)$, тоді умова керованості полягає у тому, що за заданого t_0 вектор-функції $h_1(t, T),..., h_n(t, T)$ лінійно незалежні на деякому відрізку $[t_0, T]$. Ця умова залишається справедливою і у тому випадку, коли матриці $A(t)$ й $B(t)$ кусково-неперервні.

У випадку, коли розглядається лінійна система управління, залежна від старту й фінішу, процес описується рівнянням:

$$\dot{X} = A(t, t_0, T) \cdot x + B(t, t_0, T) \cdot u,$$
$$t_0 \prec t \prec T\ . \qquad (8)$$

Будемо вважати, що $A(t, t_0, T)$ й $B(t, t_0, T)$ неперервні по t на будь-якому відрізку t_0, T й кусково-неперервні по t_0 й T.

Зрозуміло, що у задачі про керованість системи (8) на заданому відрізку ніяких нових особливостей не виникає у порівнянні з тією ж задачею для системи (7). У випадку коли t_0 й T стовпчики матриці $B^*(t, t_0, T)\ W\ (T, t; t_0 T)$ й T, тоді лінійна залежність чи незалежність вектор функції:

$$h_1(t, t_0, T),..., h_n(t, t_0, T) \qquad (9)$$

визначається не тільки змінною t, але й параметрами t_0 й T. Як показано у наступному прикладі, у цьому випадку можуть виникнути не зовсім звичайні ситуації.

Приклад 1. Розглянемо керовану систему:

$$\dot{x}_1 = x_2 + \alpha(t,T)u_2,\ \dot{x}_2 = u_1,\ \dot{x}_3 = x_4 + (t-1)u_2,\ \dot{x}_4 = u_1 + \beta(t,t_0)u_2, \tag{10}$$

у якій

$$\alpha(t,T) = (t-1)\cdot\Theta(T-2) = \begin{cases} 0\_при\_t_0 \le t \le T \le 2, \\ t-1\_при\_t_0 \le t \le T, T \succ 2 \end{cases}, \tag{11}$$

$$\beta(t,t_0) = \Theta(t_0-1) = \begin{cases} 0\_при\_t_0 \le t \le T, t_0 \le 1, \\ 1\_при\_t_0 \le t \le T, t \succ 2 \end{cases}. \tag{12}$$

Якщо систему (10) переписати у вигляді (8), тоді будемо мати:

$$A(t.t_0,T) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B(t.t_0,T) = \begin{bmatrix} 0 & \alpha(t,T) \\ 1 & 0 \\ 0 & t-1 \\ 1 & \beta(t,t_0) \end{bmatrix}. \tag{13}$$

$$W(t.s) = \begin{bmatrix} 1 & t-s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t-s \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Вираз (14) є матрицею Коші, а вектор-функції (9) мають вид:

$$\begin{cases} h_1(t,t_0,T) = \begin{bmatrix} T-t \\ \alpha(t,T) \end{bmatrix}, h_2(t,t_0,T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ h_3(t,t_0,T) = \begin{bmatrix} T-t \\ t-1+\beta(t,t_0)\cdot(T-t) \end{bmatrix}, h_4(t,t_0,T) = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta(t,t_0 \end{bmatrix} \end{cases}. \tag{15}$$

Із визначення функції $\alpha(t,T)$ й $\beta(t,t_0)$ (див. (11) й (12)) випливає, що ці вектори лінійно незалежні лише при виконанні умови, $t_0 \succ 1$, $T \succ 2$ або $t_0 \succ 1$, $T \le 2$.

У цих випадках розглядувана система є керованою. У інших випадках ($t_0 \quad 1$, $T \succ 2$; $t_0 \quad 1$, $T \quad 2$) вектори функції h_1, h_2, h_3 і h_4 лінійно залежні і система (10) не є керованою на відрізку $[t_0, T]$.

Тут доречно звернути увагу на наступні цікаві факти. Система (10) керована на малому відрізку $[t_0, T]$ при $t_0 \succ 1$, $T \le 2$ й некерована на великому відрізку $[t_0,]T$, при $t_0 \prec 1$, $T \succ 2$.

Ідентифікованість і спостережуваність. Будемо розглядати систему рівнянь управління:

$$\begin{cases} x = A(t,t_0,T)\cdot x + B(t,t_0,T)\cdot u \\ y = C(t,t_0,T)\cdot x \end{cases}, \tag{16}$$

у якій матриці A та B такі ж, як і у системі (8), а $C(t,t_0,T)$ неперервна по t й кусково-неперервна по t_0 і T матриця розмірністю $[n \times m]$.

При фіксованих t_0 і T цю систему можна подати у виді:

$$\begin{cases} x = A(t)\cdot\alpha + B(t)\cdot u \\ y = C(t)\cdot x \end{cases}. \tag{17}$$

Як відомо, задачею спостереження є задача визначеного стану x^r системи у момент часу r за вхідними і вихідними сигналами, які будуть виміряні у майбутньому тобто за даними про управління $u(t)$ й про сигнал $y(t)$ при $t \geq r$. Задача ідентифікації системи полягає у тому, щоб оцінити стан системи x^r у момент часу r з даними про $u(t)$ й $y(t)$ при $t \leq r$.

Точка (r, x^r) називається подією, для характеристики котрої введемо наступні два поняття. Подія (r, x^r) називається неідентифікованою, якщо $y(t, r, x^r, u)\big|_{u=0} = 0$ для всіх $t \geq r$. У відповідності з цими поняттями дається наступна характеристика системи (17).

Ця система називається спостережувана (ідентифікована) у момент часу $t = r$, якщо жодна подія (r, x^r) не є спостережуваною (неідентифікованою), за винятком події $(0, r)$. Відомий критерій неідентифікованості системи (наприклад, [1]) можна сформулювати наступним чином.

Для того, щоб подія (r, x^r) системи (17) була неідентифікованою, необхідно і достатньо, щоб вектор x^r належав ядру матриці:

$$M(t_0, r) = \int_{t_0}^{r} W^*(t, t_0) \cdot C^*(t) \cdot C(t) \cdot W(t, t_0) dt, \; t_0 \prec t \prec q \cdot T. \tag{18}$$

Аналогічним чином формуються критерій неспостержуваності.

Для того, щоб подія (t_0, x^0) система (17) була не спостережуваною на відрізку часу $t_0 \prec t \prec T$, необхідно і достатньо, щоб вектор x^0 належав ядру матриці:

$$N(t_0, r) = \int_{t_0}^{T} W^*(t, t_0) \cdot C^*(t) \cdot C(t) \cdot W(t, t_0) dt. \tag{19}$$

У випадку системи (16), залежної від старту і фінішу, величини t_0 і T – змінні, тому матриці $M(t_0, r)$ $N(t_0, r)$ не є постійним і їх ранг може змінюватись у залежності від змінних t_0 і T. У результаті структура неспотережуваних і неідентифікованих систем буде змінюватися у залежності від t_0 і T.

Приклад 2. Розглянемо систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = x_2, \dot{x}_2 = u_1, \dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = u_1 + u_2 \\ y = x_2 + x_4, y_2 = \alpha(t, T) \cdot x_1 + (1 - t) \cdot x_3 + \beta \cdot (t, t_0) \cdot x_4 \end{cases}. \tag{20}$$

У якій $\alpha(t, T)$ і $\beta(t, t_0)$ визначаються формулами (11) і (12), тоді за допомогою безпосередніх обчислень знаходимо, що матриця $M(t_0, r)$ представляє собою матрицю Грама:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{vmatrix}, \tag{21}$$

векторів функцій

$$q_1(t, T) = \begin{vmatrix} 0 \\ \alpha(t, T) \end{vmatrix}, \; q_2(t, t_0, T) = \begin{vmatrix} 1 \\ (t - t_0) \cdot \alpha(t, T) \end{vmatrix}, \; q_3(t, T) = \begin{vmatrix} 0 \\ (t - 1) \end{vmatrix},$$

$$q_4(t, t_0) = \begin{vmatrix} 1 \\ (t - t_0) \cdot (t - 1) + \beta \cdot (t, t_0) \end{vmatrix}, \tag{22}$$

де скалярний добуток визначається за формулою:

$$(q_i, q_k) = \int_{t_0}^{r} q_i^* \cdot q_k dt \,. \qquad (23)$$

Відомо, що ранг Γ такої матриці дорівнює числу лінійно незалежних векторів-функцій у системі q_1, q_2, q_3, і q_4.

Безпосереднім обчисленням знаходимо при яких значеннях параметрів t_0, r і T ранг матриці не може бути рівним чотирьом. Можливі лише наступні частинні випадки:

$$\begin{gathered} Rank \;\; \Gamma = 3 \text{ при } \;\; t_0 \succ 1,\, T \le 2, \\ Rank \;\; \Gamma = 3 \text{ при } t_0 \le 1,\, T \le 2, \\ Rank \;\; \Gamma = 3 \text{ при } t_0 \succ 1,\, T \succ 2, \\ Rank \;\; \Gamma = 3 \text{ при } t_0 \le 1,\, T \succ 2. \end{gathered} \qquad (24)$$

Таким чином, у перших трьох випадках множина не ідентифікованих подій (r, x^r) утворює одновимірний простір, тобто загальний розв'язок рівняння:

$$\Gamma_X = 0 \qquad (25)$$

залежить від однієї довільної сталої. У четвертому випадку множина неідентифікованих подій утворює двовимірний простір.

Аналогічно можна розглянути залежність від t_0 і T матриці $N(t_0.T)$, яка визначає неспостережувані початкові стани.

Оптимальне управління. При розгляді задачі про оптимальне управління системи виду (5), залежними від старту і фінішу, формально можна виходити з того, що ці системи залежать від двох параметрів t_0 і T. Як відомо, системи, залежні від параметрів, почали розглядатися у математичній теорії оптимальних процесів ще на світанку її розвитку(наприклад, [5]). Необхідні умови оптимальності для них були сформульовані у вигляді границі максимуму.

Здавалось, що цими результатами можна було скористатись без будь-яких додаткових умов і при аналізі системи, яка залежить від старту і фінішу. Однак такий підхід у розглядуваному випадку не дає вичерпної відповіді, оскільки тут значення параметрів t_0 і T впливають на область визначення функцій f_i по змінній t. Така залежність не передбачена у класичних задачах оптимальних процесів з параметрами. Тому тут можливі різноманітні особливості.

Результати аналізу прикладу 1 показують, що розв'язок задачі про повну керованість системи виду (5) можуть суттєво залежати від t_0 і T. Отже при дослідженні задач про оптимальне управління доцільно розглядати окремі ситуації, коли система цілком керована на відрізку $t_0 \le t \le T$, інколи такої керованості немає. При цьому аналіз необхідний незалежно від того, фіксована чи ні тривалість процесу $(T - t_0)$ (так, наприклад як у задачах про оптимальну швидкодію).

Прилад 3. Розглянемо задачу про оптимальну швидкодію у системі (10) при початкових умовах:

$$x_i(t_0) = x_i^o,\; i = 1,\ldots,4\,, \qquad (26)$$

де вектор $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0)$ заданий.

Необхідно перевести систему у стан:

$$x_i(T) = x_i^1,\; i = 1,\ldots,4\,, \qquad (27)$$

за найкоротший відрізок часу $(T - t_0 = \min)$ з додатковим обмеженням на допустимі керування:

$$J(u) = \int_{t_0}^{T} u^*(t) \cdot u(t) dt = \int_{t_0}^{T} \left[u_1^2(t) + u_2^2(t) \right] dt \le \nu^2, \tag{28}$$

де ν – задана постійна. При цьому момент час t_0 старту системи не заданий.

Якщо припустити, що вектори x^o і x^1 не підкорюються ніяким додатковим умова, тоді задачу слід розв'язувати при тих самих значеннях t_0 і T, при яких система цілком керована. У цьому випадку вектори-функції h_1, h_2, h_3 і h_4 (див приклад 1) повинні бути лінійно незалежними від T.

Спочатку у відповідності з відомою методикою (наприклад, [2,4]) розв'язку задачі швидкодії, фіксуємо t_0 і T і розв'язуємо задачу про керування з мінімальною енергією. Для цього перш за все, виписуємо умову того, що розв'язок $x = x(t)$ рівнянь (10) з початковими умовами (26) повинен задовольняти умову (27). Ця вимога призводить до моментних співвідношень:

$$\int_{t_0}^{T} h_i^*(t,t_0,T) \cdot u(t) dt = C_i, \ i = 1,...,4, \tag{29}$$

де C_i, $i = 1,...,4$ - компонента вектора $C = x^1 - W(T, t_0; t_0, T) \cdot x^0$.

При лінійній незалежності векторів-функцій h_i, $i = 1,...,4$ (цей випадок ми і розглядаємо) управління з мінімальною енергією можна подати у вигляді:

$$u^0 = \sum_{i=1}^{4} \gamma_i \cdot h_i(t, t_0, T), \tag{30}$$

де $\gamma_i = \gamma_i(t_0, T)$ однозначно визначається системою рівнянь.

$$\sum_{л=1}^{4} \gamma_k \int_{t_0}^{T} h_i^*(t, t_0, T) h_k(t, t_0, T) dt = C_i(t_0, T), \ i = 1,...,4. \tag{31}$$

Якщо рівняння (30) підставити у ліву частину співвідношення (28) і врахувати рівняння (31), тоді маємо:

$$\varphi(t_0, T) = \int_{t_0}^{T} u^*(t, t_0, T) dt = \sum_{i=1}^{4} \gamma_i \cdot C_i, \tag{32}$$

тут $\varphi(t_0, T)$ - мінімальне значення функціонала J з рівняння (28).

Розв'язок систем (31) можна подати у вигляді:

$$\gamma_k = \frac{1}{\Delta(t_0, T)} \cdot \sum_{i=1}^{4} \Delta_{kj}(t_0, T) \cdot C_j, \ k = 1,...,4, \tag{33}$$

де Δ - визначник системи, а Δ_{kj} - алгебраїчне доповнення елементу, який стоїть на перетині k-го рядка і j-го стовпчика.

Тому можна записати:

$$\varphi(t_0, T) = \sum_{k=1}^{4} \sum_{i=1}^{4} C_k \cdot C_i \frac{\Delta(t_0, T)}{\Delta(t_0, T)}. \tag{34}$$

Розглянемо тепер t_0 і T як змінні величини (причому $t_0 \prec T$), маємо задачу про оптимальну швидкодію, яку можна сформулювати наступним чином.

Необхідно знати t_0 і T такі, що:

$$t_0 \prec T, \ \varphi(t_0, T) = \nu^2, \ T - t_0 = \min.$$

Оскільки ми розглядаємо випадок повної керованості системи (10), тоді, крім того, повинна виконуватися ще одна умова (див приклад 1): $t_0 \succ 1$, $T \succ 2$, $t_0 \succ 1$, $T \le 2$.

Оптимальна задача є задачею нелінійного програмування, у якої область змінних t_0 і T не є закінченою. Звідси випливає, що вона може не мати розв'язків.

Розглянемо тепер задачу про оптимальну швидкодію у одному з випадків, коли система (10) не є керованою.

Нехай, наприклад $t_0 \le 1$, $T \succ 2$. У цьому випадку (див. приклад 1):

$$h_1 = h_3 = \begin{pmatrix} T-t \\ t-1 \end{pmatrix}, \; h_2 = h = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{35}$$

Відповідно у системі h_1, h_2, h_3 і h_4 можна отримати тільки дві лінійно незалежні вектор-функції. Нехай це будуть h_1 і h_2.

Оскільки виконуються співвідношення (35), тоді постійні C_1, $i=1,...,4$ у момент них співвідношеннях (29) повинні підкорятись умові:

$$C_1 = C_3, \; C_2 = C_4. \tag{36}$$

Згідно із співвідношення вектор $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}$ визначається за формулою: $C_1 = X^1 - W(T, t_0) \cdot x^0$.

Тому рівності (36) можна подати у вигляді:

$$x_1^1 - x_1^0 - (T - t_0) \cdot x_2^0 = x_3^1 - x_3^0 - (T - t_0) \cdot x_4^0 \,, \tag{37}$$

$$x_2^1 - x \cdot x_2^0 = x_4^1 - x_4^0. \tag{38}$$

Умова (38) не залежить від t_0 і T. Тому її можна характеризувати як «жорстке обмеження» на стан системи у початковий і кінцевий момент часу. Зміст обмеження (37) дещо інший. Воно зв'язує точки x^0, x^1 й тривалість $T - t_0$ розглядуваного процесу. Тому якщо точки задані, тоді ця умова визначає тривалість процесу із врахуванням обмеження $t_0 \le 1$, $T \succ 2$. Залишається побудувати керування. Для його знаходження маємо моментні співвідношення (29) і обмеження (28). При цьому t_0 і T не фіксовані, а відома лише різниця $T - t_0$. Така задача розв'язується відомими способами.

Висновки

З використанням методів оптимального управління розроблено математичну модель управління виконанням технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві, залежні від початкового та кінцевого моментів часу їх функціонування.

Використання розробленої математичної моделі дає можливість спрогнозувати подальші зміни систем. Дана методика дозволяє оптимізувати використання наявних ресурсів забезпечить підвищення ефективності на 20-30%.

Бібліографія

1. Molin J. P., & Castro C. N. (2008). Establishing management zones using soil electrical conductivity and other soil properties by the fuzzy clustering technique. Scientia Agricola, 65(6), 567–573 pp.
2. Yan L., Zhou S., Cifang W., Hongyi L. & Feng L. (2007). Classification of management zones for precision farming in saline soil based on multi-data sources to characterize spatial variability of soil properties. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 23(8), 84–89 pp.
3. Zhang X., Shi L., Jia X., Seielstad G. & Helgason, C. (2010). Zone mapping application for precisionfarming: a decision support tool for variable rate application. Precision Agriculture, 11, 103–114 pp.
4. Kyaw T., Ferguson R. B., Adamchuk V. I., Marx D. B., Tarkalson D. D. & McCallister D. L. (2008). Delineating site-specific management zones for pH-induced iron chlorosis. Precision Agriculture, 9, 71–84 pp.
5. Kitchen N.R., Sudduth K. A., Myers D. B., Drummond S. T. & Hong S. Y. (2005). Delineating productivity zones on claypan soil fields apparent soil electrical conductivity. Computers and Electronics in Agriculture, 46, 285–308 pp.

6. Minasny B., McBratney A. B. 2006. A conditioned Latin hypercube method for sampling in the presence of ancillary information. Computers & Geosciences, 32, 1378-1388 pp.

7. McBratney A. B., Whelan B. M., Walvoort D. J. J., Minasny B. 1999. A purposive sampling scheme for precision agriculture. In: Proceedings of the 2nd European Conferenceon Precision Agriculture. Sheffield Academic Press, Sheffield, UK. pp. 101-110 pp.

8. Minasny B., McBratney A. B. 2006. A conditioned Latin hypercube method for sampling in the presence of ancillary information. Computers & Geosciences,32, 1378-1388 pp.

9. McBratney A. B., Whelan B. M., Walvoort D. J. J., Minasny B. 1999. A purposive samplingschemefor precision agriculture. In: Proceedings of the 2nd European Conferenceon Precision Agriculture. Sheffield Academic Press, Sheffield, UK. pp. 101-110 pp.

10. Cochran W. G. 1977. Sampling Techniques.Wiley, New York. p. Di H. J., Trangmar B. B., Kemp R. A. 1989. Use of geostatistics in designing sampling strategies for soil survey. Soil Science Society of America Journal, 53, 1163-1167 pp.

11. I. J. Won and Haoping Huang. Magnetometers and electro-magnetometers. THE LEADING EDGE. May 2004. pp. 26-29

12. Kraus J.D.. 1992. Electromagnetics. McGraw Hill, Inc. 847p. Leao T. P., 2009; Raju, G.G.. 2003. Dielectrics in Electric Fields. Dekker. 578 p.

13. Seyfried. M. S., Grant, L. E., Du E., Humes K., 2005. Dielectric loss and calibration of the hydra probe water sensor. Vadose Zone Journal 4,1070-1079 pp.

14. Robinson D. A., 2004. Measurement of the solid dielectric permittivity of clay minerals and granular samples using a time domain reflectometry immersion method. Vadose Zone Journal 3. 705-713 pp.

15. Stevens Water Monitoring System, 2007. The Hydra Probe Soil Sensor. <http://www.stevenswater.com/catalog/stevensProduct.aspx?SKU='93640'> (accessed02.01.08).