

УДК 631.356.22

## ТЕОРЕТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ ЗАДНЬОНАВІШЕНОГО НА ІНТЕГРАЛЬНИЙ ОРНО-ПРОСАПНИЙ ТРАКТОР ДООЧИСНИКА ГОЛОВОК КОРЕНЕПЛОДІВ

Ігнатієв Є. І., інженер – Таврійський державний агротехнологічний університет,  
e-mail: yevhen.ihnatiev@tsatu.edu.ua, тел.: +38-068-864-72-63

### Анотація

**Мета.** Підвищення якості очищення головок коренеплодів цукрових буряків від залишків гички задньонавішеним на колісний трактор доочисником головок коренеплодів, за рахунок зменшення коливань його робочого органа в повздовжньо-вертикальній площині.

**Методи.** При виконанні даного дослідження використані методи побудови розрахункових математичних моделей функціонування сільськогосподарських машин і машинних агрегатів, на основі теоретичної механіки та вищої математики.

**Результати.** 1. Проведено теоретичні дослідження коливального руху в повздовжньо-вертикальній площині задньонавішеного на колісний трактор доочисника головок коренеплодів з вертикальним приводним валом.

2. Розроблена розрахункова математична модель руху доочисника на основі використання вихідних рівнянь динаміки у формі Лагранжа 2-го роду.

3. Розроблена еквівалентна схема, на основі якої, у подальшому отримана система двох нелінійних диференціальних рівнянь, які описують коливання доочисника головок коренеплодів у повздовжньо-вертикальній площині при русі його пневматичних копіюючих коліс по нерівностях поверхні грунту.

4. Створено передумови для подальшого математичного чисельного моделювання параметрів задньонавішеного доочисника головок коренеплодів, з вертикальним приводним валом, викорис-

товуючи розроблену модель коливального руху з метою подальшого визначення його оптимальних кінематичних і конструктивних параметрів.

**Висновки.** Для детального дослідження коливань доочисника головок коренеплодів у повздовжньо-вертикальній площині при русі його пневматичних копіюючих коліс по нерівностях поверхні грунту визначено необхідність розробки еквівалентної схеми руху агрегату, на основі якої отримана система двох нелінійних диференціальних рівнянь. Розроблена розрахункова математична модель руху доочисника з вертикальним приводним валом, на основі використання вихідних рівнянь динаміки у формі Лагранжа 2-го роду дозволяє встановити зв'язок між конструктивними та кінематичними параметрами доочисника та характеристиками його коливань. Знайдено вираз для визначення значення нормальної реакції, що з достатньою для практики точністю можна використовувати при рішенні розробленої системи диференціальних рівнянь. Метою подальшого математичного чисельного моделювання параметрів задньонавішеного доочисника головок коренеплодів з вертикальним приводним валом, використовуючи розроблену модель, є мінімізація значень кута  $\beta$  та координати  $u$ , які характеризують коливання машини у повздовжньо-вертикальній площині.

**Ключові слова:** буряк цукровий, збирання, гичка, залишки, доочисник головок, трактор, коливання, диференціальні рівняння.

UDC 631.356.22

## THEORETICAL MODELLING OF OSCILLATING MOTION OF ROOT CROPS HEADS CLEANING UNIT WHICH IS REAR-MOUNTED ON INTEGRAL ARABLE AND ROW-CROP TRACTOR

Ihnatiev Y. I. , Eng. e-mail: yevhen.ihnatiev@tsatu.edu.ua, phone: +38-068-864-72-63,  
Tavria State Agrotechnological University

### Annotation

**Purpose.** Improving the work quality of root crop head cleaner, which is rear-mounted on wheel tractor by reducing oscillation of its working body in longitudinal-vertical plane.

**Methods.** When carrying out these research methods of mathematical models creation of

functioning farm vehicles and machine units, based on theoretical mechanics and higher mathematics are used.

**Results.** 1. Theoretical studies of oscillatory motion in the longitudinal vertical plane of the root crop head cleaner with a vertical drive shaft, which is rear-mounted on a wheel tractor.

2. The mathematical model of the movement of a cleaner because of use of initial equations of dynamics in the form of Lagrange of the second kind is developed.

3. The equivalent scheme from which we obtain a system of two nonlinear differential equations, which describe oscillations of root crop heads cleaner in the longitudinal vertical plane at the movement of its pneumatic wheels on roughness's of a surface of the soil, is developed.

4. Prerequisites are created for further mathematical numerical modeling of rear mounted root crop heads cleaner parameters, with a vertical drive shaft, using the developed model of an oscillating motion for the purpose of determination of its optimum kinematic and design parameters.

**Conclusions.** For a detailed study of oscillations of root crops head cleaner in the longitudinal vertical plane at the motion of its pneumatic gauge wheels on the roughnesses of soil surface identified the need to develop an equivalent circuit of the movement on the basis of which obtained a system

system of two nonlinear differential equations. The developed mathematical model of the movement of cleaner with a vertical power shaft, based on use of the initial equations of dynamics in the form of Lagrange of the 2nd kind allows establishing dependencies between design and kinematic parameters of heads cleaner and its oscillatory characteristics. Expression for determining the value of a normal reaction, which with sufficient for practical purposes accuracy can be used for solving obtained system of differential equations. The purpose of further mathematical numerical modeling of parameters of rear-mounted root crops heads cleaner, with a vertical power shaft, using the developed model is minimizing of values of angle  $\beta$  and coordinate  $y$  which characterize oscillation of the machine in the longitudinal-vertical plane.

**Key words:** sugar beet, harvesting, beet tops, remains, heads cleaning unit, tractor, oscillation, differential equations

УДК 631.356.22

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЗАДНЕНАВЕШЕННОГО НА ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПАХОТНО-ПРОПАШНОЙ ТРАКТОР ДООЧИСТИТЕЛЯ ГОЛОВОК КОРНЕПЛОДОВ

Игнатьев Е. И., инженер, e-mail: yevhen.ihnatiev@tsatu.edu.ua, тел.: +38-068-864-72-63,  
Таврический государственный агротехнологический университет

### Аннотация

**Цель.** Повышение качества очистки головок корнеплодов сахарной свеклы от остатков ботвы задненавешенным на колесный трактор доочистителем головок корнеплодов за счет уменьшения колебаний его рабочего органа в продольно-вертикальной плоскости.

**Методы.** При проведении данного исследования использованы методы построения расчетных математических моделей функционирования сельскохозяйственных машин и машинных агрегатов, на основе теоретической механики и высшей математики.

**Результаты.** 1. Проведены теоретические исследования колебательного движения в продольно-вертикальной плоскости задненавешенного на колесный трактор доочистителя головок корнеплодов с вертикальным приводным валом.

2. Разработана расчетная математическая модель движения доочистителя на основе использования исходных уравнений динамики в форме Лагранжа 2-го рода.

3. Разработана эквивалентная схема, на основе которой, в дальнейшем получена система двух нелинейных дифференциальных уравнений, которые описывают колебания доочистителя головок корнеплодов в продольно-вертикальной

плоскости при движении его пневматических копирующих колес по неровностям поверхности почвы.

4. Созданы предпосылки для дальнейшего математического численного моделирования параметров задненавешенного доочистителя головок корнеплодов, с вертикальным приводным валом, используя разработанную модель колебательного движения с целью дальнейшего определения его оптимальных кинематических и конструктивных параметров.

**Выводы.** Для детального исследования колебаний доочистителя головок корнеплодов в продольно-вертикальной плоскости при движении его пневматических копирующих колес по неровностям поверхности почвы определена необходимость разработки эквивалентной схемы движения агрегата на основе которой получена система двух нелинейных дифференциальных уравнений. Разработанная расчетная математическая модель движения очистителя с вертикальным приводным валом, на основе использования исходных уравнений динамики в форме Лагранжа 2-го рода позволяет установить связь между конструктивными и кинематическими параметрами доочистителя и характеристиками его колебаний. Найдено выражение для определения значения нормальной реакции,

которая с достаточной для практики точностью может быть использована при решении системы полученных дифференциальных уравнений. Целью дальнейшего математического численного моделирования параметров задненавешенного доочистителя головок корнеплодов с вертикальным приводным валом, используя разработанную модель,

### Постановка проблеми

Сучасні технології збирання гички цукрового буряку передбачають після основної суцільної обрізки гички цукрового буряка з головок корнеплодів додатково здійснювати видалення залишків гички, які залишаються на головках у вигляді зелених та міцних коротких черешків (стебел) або сухих та полеглих окремих листів й стебел, що перебувають у міжряддях посівів. Це значно і неприпустимо забруднює корнеплоди цукрового буряку при їх наступному викупуванні з ґрунту [1]. Тому, з метою зменшення кількості рослинних домішок у воросі корнеплодів використовують чисельні конструкції очисників головок корнеплодів на корені, з яких найбільше поширення отримали лопатеві очисники, із приводними горизонтальними валами. Але вони мають ряд істотних недоліків, серед яких основними є нерівномірне очищення головки з усіх боків, підвищена енергоємність процесу, вибивання тіл корнеплодів буряка із ґрунту та інтенсивне зношування еластичних очисних лопатей.

Значною мірою зменшити вплив цих недоліків на якість виконання технологічного процесу дозволить використання доочисника головок корнеплодів з вертикальним приводним валом. Тому виникає необхідність у дослідженні процесу руху даного виду доочисника головок корнеплодів та визначені впливу його коливань на якість видалення залишків гички.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Актуальним питанням в галузі механізації буряківництва є очищення (видалення залишків гички) з головок корнеплодів буряку цукрового після її основної обрізки на корені ріжучими апаратами гичко-збиральних машин очисниками головок, якому присвячена чисельна низка наукових праць [2-8] та ін. У них викладені результати теоретичних і експериментальних досліджень очисників головок корнеплодів цукрового буряка різних конструкцій: лопатевих, кільцевого,

являється минимізація значений угла  $\beta$  и координаты  $y$ , которые характеризуют колебания машины в продольно-вертикальной плоскости.

**Ключевые слова:** свекла сахарная, уборка, ботва, остатки, доочиститель головок, трактор, колебания, дифференциальные уравнения.

секторного, барабанного типів, а також очисника виконаного у вигляді параболоїда. Також частково розглянуто питання пливу коливань лопатевих очисників з горизонтальними приводними валами на переміщення їх робочих органів, але й дотепер у літературі не знайшли відображення дослідження, які б дозволили оцінити вплив коливань, що збурюються рухом очисника з вертикальним приводним валом по нерівностях поверхні поля на якість очистки головок корнеплодів від залишків гички.

Однак, використовуючи методику, викладену в [9], можна побудувати розрахункову математичну модель доочисника, що дасть можливість вивчити вплив його конструктивних параметрів на рух по рядах корнеплодів буряка цукрового по нерівностям поверхні ґрунту.

Тому вивчення руху доочисника головок корнеплодів та вплив його коливань у повздовжньо-вертикальній площині на якість виконання технологічного процесу вимагає більш глибокого дослідження й обґрутування оптимальних конструктивних і кінематичних параметрів, що забезпечать високу ефективність очистки головок.

**Мета досліджень.** Підвищення якості очищення головок корнеплодів цукрових буряків від залишків гички задньонавішеним на колісний трактор доочисником головок корнеплодів, за рахунок зменшення коливань його робочого органа в повздовжньо-вертикальній площині.

**Методи досліджень.** При виконанні даного дослідження використані методи побудови розрахункових математичних моделей функціонування сільськогосподарських машин і машинних агрегатів, на основі теоретичної механіки та вищої математики.

**Результати досліджень.** У процесі роботи задньонавішеного на трактор доочисника він здійснює рухи в просторі, які визначаються поступальною швидкістю руху агрегатуючого трактора, рельєфом поверхні

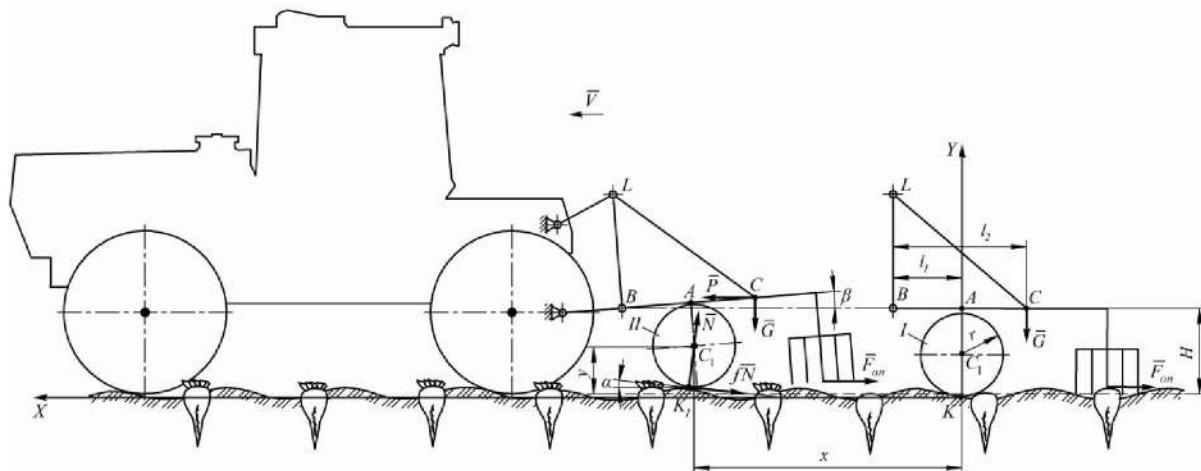
поля, розміщенням копіюючих коліс, щодо системи підвісу й ін.

Використання пневматичних копіюючих коліс викликає коливання доочисника у вертикальній площині, що у найбільшій мірі буде впливати на якість виконання технологічного процесу. Тому розглянемо рух доочисника тільки в повздовжньо-вертикальній площині, тобто побудуємо математичну модель коливань дослідженого агрегату при його переміщенні по нерівностях поверхні ґрунту.

Використання при очищенні головок коренеплодів буряка цукрового доочисника

вдосконаленої конструкції, що навішений на колісний агрегатуючий трактор позаду, приводить до вільних його рухів у просторі, які визначаються поступальною швидкістю трактора, рельєфом поверхні поля, розміщенням копіюючих коліс, щодо системи навішенння й т.д.

Складемо еквівалентну схему руху задньонавішеного на інтегральний орно-просапний трактор доочисника, розглядаючи його рух тільки у повздовжньо-вертикальній площині (рис. 1).



**Рис. 1. Еквівалентна схема руху доочисника**  
**Fig. 1. Equivalent scheme of the movement of a cleaner**

При цьому будемо розглядати рух одного з копіюючих коліс, радіусом  $r$ , з огляду на те, що друге перебуває в тому ж положенні що й перше. Припустимо, що в процесі роботи копіююче колесо рухається у міжряддях посівів буряка по поверхні ґрунту синусоїdalного поперечного профілю [10], перемістилося з положення  $I$  в положення  $II$ . У площині обертання на копіююче колесо діють наступні сили: сила ваги машини  $\bar{G}$  й тягове зусилля  $\bar{P}$ . З боку доочисника головок коренеплодів діє сила опору  $\bar{F}_{on}$ , що дорівнює по величині й протилежна по напрямку силі  $\bar{Q}$  зчісування гички з головок коренеплодів та буде визначена нижче.

Під дією зазначених сил у точці контакту  $K_1$  колеса з нерівністю поверхні ґрунту виникають нормальні  $\bar{N}$  й дотичні  $f\bar{N}$  реакції ( $f$  – коефіцієнт опору перекочування) [11]. Напрямок дії нормальної  $\bar{N}$  й

дотичної  $f\bar{N}$  реакцій ґрунту визначається кутом  $\alpha$ .

Кут між силою тяги  $\bar{P}$  й напрямком руху позначимо через  $\beta$ , що буде визначати характер вертикальних коливань доочисника в повздовжньо-вертикальній площині. Центр підвісу рами очисника до трактора позначимо через  $B$ , висоту підвісу рами – через  $H$ . Приймемо, що шарнір  $B$  не переміщається у вертикальній площині, тобто процес копіювання відбувається тільки за рахунок копіюючих коліс доочисника. Швидкість поступального руху будемо вважати постійною.

Приведемо зазначену динамічну систему до нерухомих декартових координат  $KXY$  [12], припускаючи, що всі її точки переміщаються тільки в цій площині. Центр координатних осей розташовуємо в точці  $K$  контакту копіюючого колеса з ґрунтом. Тоді, як видно з рис. 1, розташування центра

копіюючого колеса визначається координатами  $x$  та  $y$ .

Будемо вважати в першому наближенні рух точки підвісу доочисника до трактора (точка  $B$ ) прямолінійним і рівномірним [13, 15]. При цьому центр ваги машини (точка  $C$ ) перебуває на відстані  $l_2$  від точки підвісу. Відстань між віссю підвісу машини (точка  $B$ ) і віссю кріплення копіюючих коліс (точка  $A$ ) позначимо через  $l_1$ .

Масу всього доочисника позначимо через  $M$ , масу копіюючих коліс через  $m$ , при чому  $m = m_1 + m_2$  ( $m_1$  – маса первого колеса,  $m_2$  – маса другого колеса). Силу ваги  $\bar{G}$  досліджуваної машини будемо вважати прикладеною в її центрі мас (точка  $C$ ). Маса копіюючих коліс зосереджена в точці  $C_1$ .

Пневматичні копіюючі колеса представимо у вигляді пружно-демпфуючих моделей, які мають коефіцієнт пружності  $c$  й коефіцієнт демпфірування  $\mu$  [14]. Оскільки копіюючих коліс два, то зазначені коефіцієнти у подальшому будуть подвоюватися. Вважаємо, що копіюючи колеса в загальному випадку під час руху зминають верхній шар поверхні ґрунту але в цілому продовжують рухатись по нерівностях поверхні ґрунту синусоїального профілю, що змінюється за наступним законом [10]:

$$y = h \left( 1 + \sin \left( kx - \frac{\pi}{2} \right) \right), \quad (1)$$

де  $y$  – ордината висоти нерівності поверхні ґрунту, м;  $h$  – половина висоти нерівності поверхні ґрунту, м;  $k$  – частота нерівності поверхні ґрунту,  $\text{м}^{-1}$ ;  $x = V_M \cdot t$  – значення поточної координати, м;  $V_M$  – швидкість руху доочисника,  $\text{м} \cdot \text{s}^{-1}$ .

У першому наближенні будемо вважати, що копіююче колесо контактує з

При цьому диференціал дуги переміщення копіюючого колеса буде дорівнювати:

$$dS = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + h^2 k^2 \cos^2 \left( kx - \frac{\pi}{2} \right)} dx, \quad (5)$$

або:

$$dS = \sqrt{1 + h^2 k^2 \cos^2 \left( kV_M \cdot t - \frac{\pi}{2} \right)} \cdot V_M dt. \quad (6)$$

Підставляючи значення (6) в (4), отримаємо значення шуканої кутової швидкості:

нерівністю поверхні поля в точці  $K_1$ , положення якої належить синусоїді (1).

Оскільки центр мас пневматичних копіюючих коліс завдяки їхнім пружним властивостям, здійснює незалежні коливальні рухи (точка  $C_1$ ) і ординати висот нерівності поверхні ґрунту  $y$  значно менші величини переміщення доочисника  $x$ , то можемо вважати, що ці коливання можуть визначатися незалежною координатою  $y$ .

До того ж положення центра мас доочисника (точка  $C$ ), у повздовжньо-вертикальній площині повністю визначаються незалежною координатою  $\beta$ , тобто кутом нахилу рами доочисника до горизонту, таким чином, розглянута коливальна система має дві ступені вільності і її рух повністю визначається двома незалежними узагальненими координатами:

$$\begin{cases} q_1 = \beta, \\ q_2 = y. \end{cases} \quad (2)$$

При цьому швидкість руху центра мас коліс у цьому випадку буде дорівнювати:

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}.$$

З огляду на те, що  $x = V_M \cdot t$ , одержуємо наступний вираз:

$$V = \sqrt{V_M^2 + \dot{y}^2}. \quad (3)$$

Для визначення кінетичної енергії даної динамічної системи, необхідно також визначити кутову швидкість  $\omega$  копіюючого колеса і виразити її через відомі параметри. Вона визначається таким виразом:

$$\omega = \frac{dS}{dt} \cdot \frac{1}{r}, \quad (4)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість копіюючого колеса,  $\text{рад} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $S$  – величина кругового переміщення колеса по синусоїальному профілю поверхні ґрунту, м;  $r$  – радіус колеса, м.

$$\omega = \frac{\sqrt{1+h^2k^2 \cos^2\left(kV_M \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)}}{r} \cdot V_M. \quad (7)$$

Для складання диференціальних рівнянь руху розглянутої коливальної системи використаємо вихідні рівняння у формі Лагранжа II-го роду [10]:

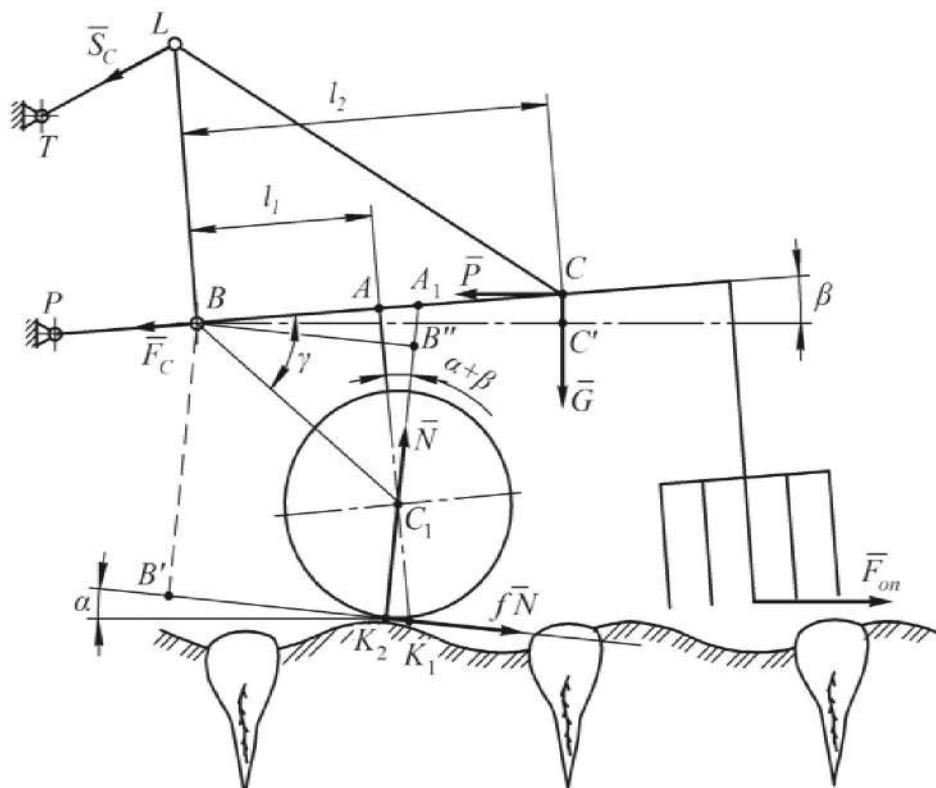
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}, \quad (8)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;  $Q_i$  – узагальнена сила;  $\Pi$  – потенційна енергія системи;  $R$  – дисипативна функція.

Визначимо складові, які входять у вираз (8). Для визначення узагальненої сили по незалежній координаті  $\beta$  скористаємося спочатку виразом для елементарної роботи сил на можливому переміщенні  $\delta\beta$ .

$$\delta W_\beta = N \cdot BB'' \cdot \delta\beta + fN \cdot BB' \cdot \delta\beta + F_{on} \cdot H \cdot \delta\beta - G \cdot BC' \cdot \delta\beta, \quad (9)$$

де  $BB''$ ,  $BB'$ ,  $BC'$  – плечі сил  $\bar{N}$ ,  $f\bar{N}$ ,  $\bar{G}$  щодо точки  $B$  відповідно (рис. 2).



**Рис. 2. Еквівалентна схема руху доочисника в момент наїзду на нерівність**  
**Fig. 2. The equivalent scheme of the movement of a cleaner at the time of arrival on fixed roughness**

З виразу (9) знаходимо, що узагальнена сила по кутовій координаті  $\beta$  дорівнює:

$$Q_\beta = \frac{\delta W_\beta}{\delta \beta} = N \cdot BB'' + fN \cdot BB' + F_{on} \cdot H - G \cdot BC'. \quad (10)$$

Таким чином, узагальненою силою в цьому випадку є алгебраїчна сума моментів всіх активних сил, що діють на дану систему, щодо точки  $B$ .

Визначимо плечі сил, які входять у вираз (10), використовуючи рис. 2. Як видно з рисунку:

$$BB'' = l_1 \cos(\alpha + \beta) + (H - r) \cdot \sin(\alpha + \beta), \quad (11)$$

де  $\alpha$  – кут нахилу дотичної до синусоїди (1).

Як відомо, тангенс кута нахилу дотичної до кривої  $y=f(x)$  в даній точці дорівнює похідній рівняння цієї кривої по змінній  $x$  у цій точці, тобто:  $\operatorname{tg}\alpha = y'_x$ . З огляду на вираз (1), отримуємо:

$$y'_x = hk \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right).$$

Тому:

$$\alpha = \arctg\left[ hk \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right) \right]. \quad (12)$$

Далі, з рис. 2 одержимо:

$$BB' = r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H-r)^2 + l_1^2}. \quad (13)$$

При цьому:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{AC_1}{AB} = \frac{H-r}{l_1},$$

$$\text{тоді} \quad \gamma = \arctg \frac{H-r}{l_1}. \quad (14)$$

Далі, із трикутника  $BCC'$  отримуємо:

$$BC' = l_2 \cos \beta. \quad (15)$$

Підставляючи вирази (11), (12) і (15) у вираз (10) остаточно одержуємо вираз для узагальненої сили по координаті  $\beta$ :

$$\begin{aligned} Q_\beta = & N \cdot [l_1 \cos(\alpha + \beta) + (H-r) \cdot \sin(\alpha + \beta)] + \\ & + fN \cdot [r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H-r)^2 + l_1^2}] + F_{on} \cdot H - Gl_2 \cos \beta. \end{aligned} \quad (16)$$

Підставимо значення всіх складових у систему (8), дістанемо систему диференціальних рівнянь наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\beta} = & \frac{N \cdot [l_1 \cos(\alpha + \beta) + (H-r) \cdot \sin(\alpha + \beta)]}{I_B} + \\ & + \frac{fN \cdot [r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H-r)^2 + l_1^2}]}{I_B} + \\ & + \frac{F_{on} \cdot H - Gl_2 \cos \beta - 2cl_1(l_1\beta - y) - 2\mu l_1(l_1\dot{\beta} - \dot{y})}{I_B}, \\ \ddot{y} = & \frac{-G - fN \sin \alpha + F_{on} \sin \beta + N \cos \alpha - P \sin \beta}{M} + \\ & + \frac{2c(l_1\beta - y) + 2\mu(l_1\dot{\beta} - \dot{y})}{M}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Отримана система (17) двох диференціальних рівнянь, є розрахунковою математичною моделлю руху задньонавішеного на трактор доочисника.

Однак, в отриману систему диференціальних рівнянь (17) входить невідома нормальна реакція  $\bar{N}$ , що діє з боку ґрунту на копіююче колесо, а також сила опору  $\bar{F}_{on}$  переміщенню робочого органа по головці коренеплоду.

В першому наближенні невідому нормальну реакцію  $\bar{N}$  можна визначити з умови рівноваги системи у фіксований момент часу, тобто з рівняння статики. Для цього досить одного рівняння, а саме рівності нулю алгебраїчної суми моментів всіх сил, що діють на систему, щодо точки  $B$ . Очевидно, що таке рівняння можна отримати з рівняння (16) при  $Q_\beta = 0$ :

$$\begin{aligned}
 & N \cdot [l_1 \cos(\alpha + \beta) + (H - r) \cdot \sin(\alpha + \beta)] + \\
 & + fN \cdot [r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2}] + \\
 & + F_{on} \cdot H - Gl_2 \cos \beta = 0.
 \end{aligned} \tag{18}$$

При визначенні реакції  $\bar{N}$  невідомий кут  $\beta$  у першому наближенні можна вважати досить малим і прийняти його рівним нулю.

Тоді вираз (18) набуде наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
 & N \cdot [l_1 \cos \alpha + (H - r) \cdot \sin \alpha] + \\
 & + fN \cdot [r + \cos(90^\circ + \alpha - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2}] + \\
 & + F_{on} \cdot H - Gl_2 = 0.
 \end{aligned} \tag{19}$$

З виразу (19) визначимо вихідну реакцію  $N$ :

$$N = \frac{Gl_2 - F_{on} \cdot H}{l_1 \cos \alpha + (H - r) \cdot \sin \alpha + f \cdot [r + \cos(90^\circ + \alpha - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2}]} \tag{20}$$

Вираз (20) отримано для випадку, коли копіююче колесо перебуває в довільній точці синусоїdalного профілю нерівностей ґрунту (синусоїди (1)). У випадку коли копіююче колесо перебуває на горизонтальній рівній поверхні (на осі  $Ox$ ) вираз (20) ще більше спроститься ( $\alpha = 0$ ):

$$N = \frac{Gl_2 - F_{on} \cdot H}{l_1 + f \cdot [r + \sin \gamma \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2}]} \tag{21}$$

Визначене за виразом (21) значення нормальної реакції  $N$  з достатньою для практики точністю можна використовувати при розв'язанні системи диференціальних рівнянь (17).

Для рішення системи диференціальних рівнянь (17) необхідно варіювати конструктивні, кінематичні й силові параметри, що входять у зазначену систему диференціальних рівнянь. Знайшовши оптимальне співвідношення цих параметрів, завдяки отриманій математичній моделі, ми отримаємо мінімальне значення кута  $\beta$  й координати  $y$ , які характеризують коливання машини в повздовжньо-вертикальній площині.

### Висновки

1. На основі проведеного аналізу останніх досліджень визначено недостатність вивчення питань коливального руху в повздовжньо-вертикальній площині задньонавішеного на колісний трактор доочисника головок коренеплодів з вертикальним приводним валом.

2. Для детального дослідження коливань доочисника головок коренеплодів у повздовжньо-вертикальній площині при русі його пневматичних копіюючих коліс по нерівностях поверхні ґрунту визначено необхідність розробки еквівалентної схеми руху агрегату на основі якої отримана система двох нелінійних диференціальних рівнянь.

3. Розроблена розрахункова математична модель руху доочисника з вертикальним приводним валом, на основі використання вихідних рівнянь динаміки у формі Лагранжа 2-го роду дозволяє встановити зв'язок між конструктивними та кінематичними параметрами доочисника та характеристиками його коливань.

4. Знайдено вираз для визначення значення нормальної реакції  $N$ , що з достатньою для практики точністю можна використовувати при рішенні розробленої системи диференціальних рівнянь.

5. Метою подальшого математичного чисельного моделювання параметрів задньонавішеного доочисника головок коренеплодів, з вертикальним приводним валом, використовуючи розроблену модель є мінімізація значень кута  $\beta$  та координати  $y$ , які характеризують коливання машини у повздовжньо-вертикальній площині.

## Бібліографія

1. Huijbregts T. Long-term storage of sugar beet in North-West Europe / T. Huijbregts, G. Legrand et al. // COBRI report. – 2013. – №1. – 54 p.
2. Bulgakov V. Theoretical investigations in cleaning sugar beet heads from remnants of leaves by cleaning blade / V. Bulgakov, S. Ivanovs, I. Golovach, Z. Ruzhylo. – 15 – th International scientific conference “Engineering for rural development”, Proceedings, Vol. 15. May 25-27, 2016. Jelgava. – pp. 1090-1097.
3. Свеклоуборочные машины. Конструирование и расчет / Л. В. Погорелый, Н. В. Татьянко, В. В. Брей, А. С. Кравченко, А. А. Покуса, В. Г. Карпов. Под общ. ред. Л. В. Погорелого. – К.: Техніка, 1983. – 168 с.
4. Хвостов В. А. Машины для уборки корнеплодов и лука (теория, конструкция, расчет) / В. А. Хвостов, Э. С. Рейнгарт. – Москва: ВИСХОМ, 1995. – 391 с.
5. Погорелый Л. В. Свеклоуборочные машины: история, конструкция, теория, прогноз / Л. В. Погорелый, Н. В. Татьянко. – К.: Феникс, 2004. – 232 с.
6. Булгаков В. М. Бурякозбиральні машини. Монографія / В. М. Булгаков. – Київ: Аграрна наука, 2011. – 351 с.
7. Хелемендик М. М. Напрями і методи розробки робочих органів сільськогосподарських машин / М. М. Хелемендик ; УААН. – К. : Аграрна наука, 2001. – 280 с.: іл. – Бібліogr.: С. 247-253.
8. Adamchuk V. Laboratory and field equipment workingout and the results of experimental studies of pre-harvesting sugar beet field conditions / V. Adamchuk, V. Bulgakov, M. Korenko, Ye. Ihnatiev et al. // Mechanization in agriculture. – Sofia, 2016. – Issue 1. – pp. 3-5.
9. Василенко П. М. Введение в земледельческую механику / П. М. Василенко. – Киев: Сельхоз образование, 1996. – 252 с.
10. Колычев Е. И. О выборе расчетного случая воздействия при исследовании плавности хода тракторов и сельхозмашин / Е. И. Колычев, И. М. Перельцвайг // Тракторы и сельхозмашины. – 1976. – №3. – С. 9–11.
11. Чудаков Д. А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля / Д. А. Чудаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Колос, 1972. – 384 с.
12. Василенко П. М. Об уравнениях динамики систем с неголономными связями. – В кн.: Земледельческая механика / сборник трудов / П. М. Василенко. – М.: Машиностроение, 1968. – Т. II. – С. 26–34.
13. Морозов Б. И. Расчет движения колесной машины по неровной дороге / Б. И. Морозов, Н. М. Грингауз // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. – 1969. – № 7. – С. 11-14.
14. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин / Г.А. Смирнов. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.
15. Бутенин Н. В. Курс теоретической механики / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – Том 2. – Москва: Наука, 1985. – 496 с.

## Reference

1. Huijbregts T. Long-term storage of sugar beet in North-West Europe / T. Huijbregts, G. Legrand et al. // COBRI report. – 2013. – №1. – 54 p.
2. Bulgakov V. Theoretical investigations in cleaning sugar beet heads from remnants of leaves by cleaning blade / V. Bulgakov, S. Ivanovs, I. Golovach, Z. Ruzhylo. – 15 – th International scientific conference “Engineering for rural development”, Proceedings, Vol. 15. May 25-27, 2016. Jelgava. – pp. 1090-1097.
3. Pogorelyiy L. V. Sveklouborochnyie mashiny. Konstruirovaniye i raschet / L. V. Pogorelyiy, N. V. Tatyanko, i dr. – K.: Tehnika, 1983. – 168 s.
4. Hvostov V. A. Mashiny dlya uborki korneplodov i luka (teoriya, konstruktsiya, raschet) / V. A. Hvostov, E. S. Reyngart. – Moskva: VISHOM, 1995. – 391 s.
5. Pogorelyiy L. V. Sveklouborochnyie mashinyi: istoriya, konstruktsiya, teoriya, progonoz / L. V. Pogorelyiy, N. V. Tatyanko. – K.: Feniks, 2004. – 232 s.
6. Bulgakov V. M. Buryakozbiralni mashini. Monografiya / V. M. Bulgakov. – K.: Agrarna nauka, 2011. – 352 s.
7. Helemendik M. M. Napryami i metodi rozrobki novih robochih organiv silskogospodarskih mashin / M. M. Helemendik. – K.: Agrarna nauka, 2001. – 280 s.
8. Adamchuk V. Laboratory and field equipment workingout and the results of experimental studies of pre-harvesting sugar beet field conditions / V. Adamchuk, V. Bulgakov, M. Korenko, Ye. Ihnatiev et al. // Mechanization in agriculture. – Sofia, 2016. – Issue 1. – P. 3-5.
9. Vasilenko P. M. Vvedenie v zemledelcheskuyu mehaniku / P. M. Vasilenko. – Kiev: Selhozobrazovanie, 1996. – 252 s.
10. Kolyichev E. I. O vyibore raspchetnogo sluchaya vozdeystviya pri issledovanii plavnosti hoda traktorov i selhozmashin / E. I. Kolyichev, I. M. Pereltsvayg // Traktory i selhozmashinyi. – 1976. – №3. – S. 9–11.
11. Chudakov D. A. Osnovy teorii i rascheta traktora i avtomobilya / D. A. Chudakov. – 2-e izd., pererab. i dop. – M.: Kolos, 1972. – 384 s.
12. Vasilenko P. M. Ob uravneniyah dinamiki sistem s negolonomnymi svyazyami. – V kn.: Zemledelcheskaya mehanika / sbornik trudov / P. M. Vasilenko. – M.: Mashinostroenie, 1968. – T. II. – S. 26–34.

13. Morozov B. I. Raschet dvizheniya kolesnoy mashiny po nerovnoy doroge / B. I. Morozov, N. M. Gringauz // Mehanizatsiya i elektrifikatsiya sotsialisticheskogo selskogo hozyaystva. – 1969. – № 7. – S. 11-14.

14. Smirnov G. A. Teoriya dvizheniya kolesnyih mashin / G. A. Smirnov. – M.: Mashinostroenie, 1981. – 222 s.

15. Butenin N. V. Kurs teoreticheskoy mehaniki / N. V. Butenin, Ya. L. Lunts, D. R. Merkin. – Tom 2. – Moskva: Nauka, 1985. – 496 s.

### Reference

1. Huijbregts T. Long-term storage of sugar beet in North-West Europe / T. Huijbregts, G. Legrand et al. // COBRI report. – 2013. – №1. – 54 p.

2. Bulgakov V. Theoretical investigations in cleaning sugar beet heads from remnants of leaves by cleaning blade / V. Bulgakov, S. Ivanovs, I. Golovach, Z. Ruzhylo. – 15 – th International scientific conference “Engineering for rural development”, Proceedings, Vol. 15. May 25-27, 2016. Jelgava. – pp. 1090-1097.

3. Pogorelyiy L. V. Sugar-beet harvesting machines. Design and calculation (In Russian language) / L. V. Pogorelyiy, N. V. Tatyanko, i dr. – K.: Tehnika, 1983. – 168 p.

4. Hvostov V. A. Machines for harvesting root crops and onions (theory, design, calculation) (In Russian language) / V. A. Hvostov, E. S. Reymart. – Moskva: VISHOM, 1995. – 391 p.

5. Pogorelyiy L. V. Sugar-beet harvesting machines : history, design theory, forecast (In Russian language) / L. V. Pogorelyiy, N. V. Tatyanko. – K.: Feniks, 2004. – 232 p.

6. Bulgakov V. M. Sugar-beet harvesting machines. Monograph (In Ukrainian language). / V. M. Bulgakov. – K.: Agrarna nauka, 2011. – 352 p.

7. Helemendik M. M. Directions and methods to develop new working bodies of farm machinery (In Ukrainian language) / M. M. Helemendik. – K.: Agrarna nauka, 2001. – 280 p.

8. Adamchuk V. Laboratory and field equipment workingout and the results of experimental studies of pre-harvesting sugar beet field conditions / V. Adamchuk, V. Bulgakov, M. Korenko, Ye. Ihnatiev et al. // Mechanization in agriculture. – Sofia, 2016. – Issue 1. – pp. 3-5.

9. Vasilenko P. M. Introduction to agricultural mechanics (In Russian language) / P. M. Vasilenko. – Kiev: Selhozobrazovanie, 1996. – 252 p.

10. Kolyichev E. I. About a choice of a estimated case of influence at research of smoothness of the course of tractors and agricultural machinery (In Russian language) / E. I. Kolyichev, I. M. Perel'tsvayg // Traktory i selhozmashinyi. – 1976. – №3. – pp. 9.-11.

11. Chudakov D. A. Bases of the theory and calculation of the tractor and car (In Russian language) / D. A. Chudakov. – 2 nd ed., revised and updated. – M.: Kolos, 1972. – 384 p.

12. Vasilenko P. M. The equations of dynamics of systems with nonholonomic constraints. – In the book: Agricultural mechanics (In Russian language) // Proceedings / P. M. Vasilenko. – M.: Mashinostroenie, 1968. – Vol. II. – pp. 26–34.

13. Morozov B. I. Calculation of wheeled vehicle movement on rough roads (In Russian language) / B. I. Morozov, N. M. Gringauz // Mehanizatsiya i elektrifikatsiya sotsialisticheskogo selskogo hozyaystva. – 1969. – № 7. – pp. 11-14.

14. Smirnov G. A. Theory of the wheeled vehicles movement (In Russian language) / G. A. Smirnov. – M.: Mashinostroenie, 1981. – 222 p.

15. Butenin N. V. Course of theoretical mechanics (In Russian language) / N. V. Butenin, Ya. L. Lunts, D. R. Merkin. – Vol. 2. – Moskva: Nauka, 1985. – 496 p.