

УДК 519.876.5

## АНАЛІТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗМІНИ ГЕОМЕТРІЇ ЛОПАТЕЙ ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНОГО АГРЕГАТУ НА ПАРАМЕТРИ ЇХ КОЛИВАНЬ ТА АЕРОДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

*Н. І. Іванюк*

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська 15,  
м. Івано-Франківськ, 76019, тел. (03422) 4–80–00, e-mail: IvanukI@pochta.ru*

*Приведена загальна характеристика газоперекачувальних агрегатів (ГПА), розглядаються причини руйнування лопатей ГПА. Відмічено, що практично не використовуються методи прямого аеродинамічного розрахунку профілів крила стосовно лопатей ГПА, хоча вони дозволяють не тільки розрахувати компоненти швидкості, але й всі існуючі аеродинамічні характеристики профілів лопатей. Запропоновано математичні моделі процесу деформування та обтікання лопатей ГПА. Визначено розрахункові залежності для оцінки аеродинамічних характеристик лопатей, площі перерізу деформованих лопатей та їх моменти інерції. Встановлені залежності та рівняння, які дозволяють оцінювати вплив геометричних характеристик лопатей на процес їх коливань та аеродинамічні характеристики.*

*Ключові слова: газоперекачувальний агрегат, геометричні характеристики лопаті, процес коливань, аеродинамічні характеристики.*

*Приведена общая характеристика газоперекачивающих агрегатов (ГПА), рассматриваются причины разрушения лопастей ГПА. Отмечено, что практически не используются методы прямого аэродинамического расчета профилей крыла относительно лопастей ГПА, хотя они позволяют рассчитать не только компоненты скорости, но и все существующие аэродинамические характеристики профилей лопастей. Предложены математические модели процесса деформирования и обтекания лопастей ГПА. Определены расчетные формулы для оценки аэродинамических характеристик лопастей, площади сечения деформированных лопастей и их моменты инерции. Установлены зависимости и уравнения, которые позволяют оценивать влияние геометрических характеристик лопастей на процесс колебаний и аэродинамические характеристики.*

*Ключевые слова: газоперекачивающий агрегат, геометрические характеристики лопасти, процесс колебаний, аэродинамические характеристики.*

*The common characteristics of gas-pump units have been given, the reasons of gas-pump unit's blades destruction have been considered both with the blade's technical state control existing methods. It was remarked, that in present time the methods of direct aerodynamically calculation of wing profile don't consider for the gas-pump unit blades, but they allows to calculate the velocity components and to determine the existing aerodynamical characteristics of blade profile. The mathematical models for the deformation process and flowing around the blades have been offered. The formulae to calculate the aerodynamical characteristics, the section's area and the inertia moment for the blade have been received. The dependences and the equations which allow to estimate influence of geometrical attributes of blades on the process of their vibrations and aerodynamic characteristics have been set.*

*Key words: gas pump unit, geometrical characteristics of the blade, vibrations, aerodynamical characteristics.*

Газотурбінні ГПА характеризуються складністю конструкцій, великою різноманітністю типорозмірів та широкою номенклатурою встановлених на газопроводі агрегатів, різноманітністю технологічних схем включення та широким діапазоном режимів завантаження агрегатів на компресорних станціях, значною відмінністю ресурсів окремих

складових елементів (вузлів), неадекватністю штатних можливостей контролю параметрів безлічі технічних станів агрегатів, обмеженими можливостями для зупинки агрегатів під час виконання підготовчих робіт, обмеженими властивостями в регулюванні режимів при випробуваннях.

У зв'язку з цим однією з найважливіших

експлуатаційних характеристик ГПА є його загальна вібраційна надійність. Низький і стабільний рівень вібрації, відсутність резонансних і автоколивальних явищ в усьому діапазоні режимів експлуатації ГПА гарантують не лише довговічність агрегату, але і можливість своєчасного діагностування і усунення виникаючих дефектів. Особливе місце при цьому займає питання діагностування лопатевого апарату ГПА, надійність роботи якого значно впливає на їх безаварійну роботу [1]. Статистика ушкоджень основних деталей ГПА за тривалий період свідчить, що на їх лопатевий апарат припадає половина усіх ушкоджень [2], зокрема, 25% таких відмов відбувається внаслідок пошкоджень лопатей осьових компресорів [3].

Основна причина руйнування робочих лопатей – високий рівень динамічних напружень, що викликаються резонансними коливаннями [1].

Досвід експлуатації показує, що у сучасних газотурбінних ГПА не вдається повністю уникнути резонансних режимів роботи лопатей, а напруження в лопатях при резонансних коливаннях на стадії проектування не оцінюються, оскільки природа збурюючих сил невідома.

Процес ерозії лопатей протягом тривалого часу також може змінити частоту власних коливань та ввести останню в резонансну зону [4], так як ерозійне зношування спостерігається у всіх типах турбомашин, що працюють на запилених потоках.

При помпажі, внаслідок пульсації потоку повітря, відбувається вібрація лопатей та накопичення в них втомних пошкоджень, які сприяють зачіпанню лопатями статора при запусках агрегатів після проведення капітальних ремонтів [5].

Таким чином, недостатня вібраційна надійність робочих лопатей ГПА зумовлює необхідність використання методів і засобів діагностування їх технічного стану в процесі експлуатації.

Діагностування стану лопатевого апарату ГПА базується на використанні методів віброакустичної діагностики, ультразвукового контролю, магнітопорошкової діагностики, кольорової дефектоскопії, вихреструмового методу, методу акустичної емісії і інших, які спрямовані на пошук і виявлення вже розвинених тріщин і інших дефектів, що є недостатнім для забезпечення надійності лопатевого апарату ГПА.

Серед вказаних методів найбільш ефективними є методи віброакустичної

діагностики, що обумовлюється високою інформативністю віброакустичних процесів, які супроводжують роботу ГПА, їх органічним зв'язком з динамічними процесами збудження і розповсюдження коливань в механізмах і вузлах ГПА, а також можливістю автоматизації процесів збору і обробки діагностичної інформації з використанням сучасних засобів мікропроцесорної техніки та новітніх пакетів прикладних програмних продуктів [1, 6, 7, 8].

В той же час сьогодні практично не використовуються методи прямого аеродинамічного розрахунку профілів [9,10] стосовно лопатей ГПА, хоча вони дозволяють не тільки розрахувати компоненти швидкості, але й усі існуючі аеродинамічні характеристики профілів лопатей.

Можливість використання апарату обтікання крилів профілів нестисненою рідиною обумовлюється тим, що лопатки осьового компресора мають крилову форму профіля (рис. 1).

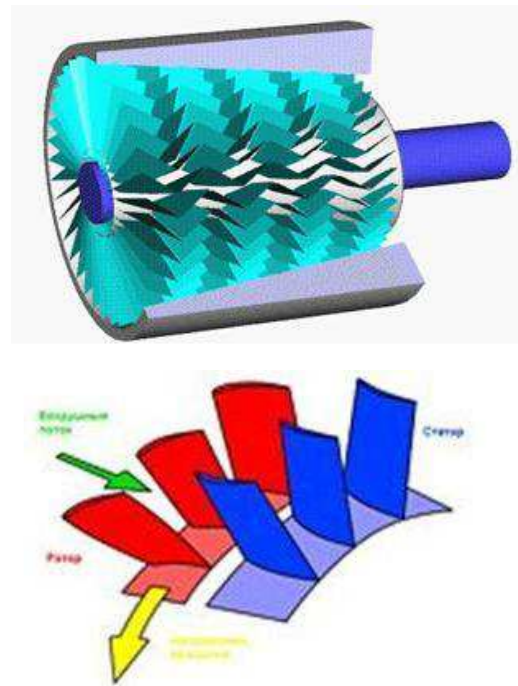


Рисунок 1 – Схема осьового компресора і окремо взята його ступінь

Відома лише одна робота [11], в якій запропоновано метод діагностування лопатей та алгоритм його реалізації, побудований на основі аеродинамічної взаємодії робочих і направляючих лопатей, в результаті якої за кожною робочою лопатею в ступені утворюється закрючкований слід, форма якого

залежить від характеру коливань робочих лопатей, що, у свою чергу, визначається її жорсткістю (є тріщина або ні) та станом поверхні лопаті (вибоїни, вм'ятини, тощо). В [12] розглянуто можливість використання вказаних методів [9, 10] для діагностування стану лопатевого апарату ГПА.

Дана робота є продовженням запропонованого в [12] підходу до оцінки технічного стану лопатевого апарату ГПА.

Метою роботи є розробка математичних моделей процесу деформування лопаті та її обтікання потоком ідеальної нестисненої рідини, що дозволяє оцінювати вплив зношування на її аеродинамічні та вібраційні параметри.

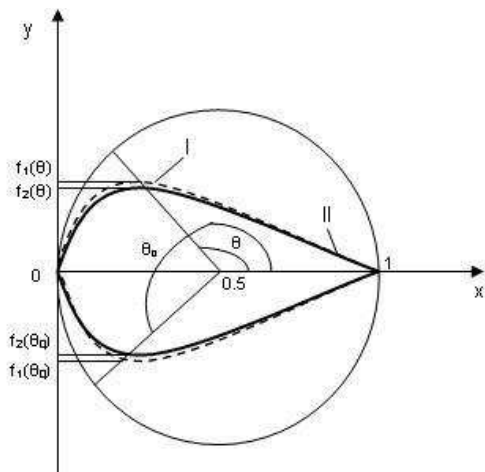
Нижче описано математичну модель процесу обтікання та розрахунковий алгоритм контролю аеродинамічних характеристик лопатей з урахуванням зміни їх геометрії в процесі експлуатації, яка обумовлюється дефектами лопатей та їх зношуванням.

Задача оцінки аеродинамічних характеристик вирішується у такий спосіб.

#### 1. Вибір системи координат

Вибір системи координат для кожної з лопатей здійснюється наступним чином: координати  $x$  та  $y$  є функціями полярного кута  $\theta$  (рис. 2), причому визначення функцій  $f_1(\theta)$  та  $f_2(\theta)$  проводиться на початку експлуатації ГПА та після певного періоду його експлуатації.

Величина  $z$   $f_1(\theta)$  є відомою з технічної документації,  $f_2(\theta)$  визначається після зупинки агрегату.



*I – профіль до деформації; II – після деформації лопаті*

**Рисунок 2 – Вибір системи координат, зв'язаної з профілем лопаті**

З профілем лопаті пов'язується система координат, в якій параметричне подання профілю лопаті задається наступним чином:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ y = f(\theta), \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (1)$$

Функція  $f(\theta)$  задає геометричну конфігурацію профілю лопаті. Вона може бути задана як аналітично (еліпс, фрагменти кола, параболи тощо), так і з використанням певних інтерполяційних процедур у тому випадку, коли профіль лопаті задається координатами певного набору точок на поверхні лопаті  $(\theta_i, y_i)$ . Вибір системи координат у вигляді (1) дає змогу отримати однозначне відображення між кутом  $\theta$  та точками на поверхні лопаті, що є важливим моментом при чисельному розв'язку задачі, причому це стосується профілю до початку експлуатації зношування та після.

2. Інтегральне рівняння Фредгольма II роду для обчислення дотичної компоненти швидкості газового потоку на поверхні профілю

При виведенні інтегрального рівняння використовується відома залежність Гріна [13]:

$$\iiint_G (u \Delta v - v \Delta u) d\tau = \iint_{\Sigma} \left( u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) d\Sigma, \quad (2)$$

де  $u, v$  – деякі двічі неперервно диференційовані функції;  $G$  та  $\Sigma$  – відповідно тривимірний об'єм та поверхня, що її обмежує;  $\Delta v$  – оператор Лапласа в обраній системі координат;  $d\tau$  – елементарний об'єм;  $d\Sigma$  – елементарна поверхня;  $\frac{\partial u}{\partial n}$  – нормальна похідна відповідної функції, яка визначається так:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \nabla u \cdot \vec{n}, \quad (3)$$

де  $\nabla u$  – оператор градієнта функції  $u$ ;  $\vec{n}$  – нормаль до відповідної поверхні.

Інтегральне рівняння Фредгольма II роду встановлюється з використанням формули (3), при цьому функції  $u$  та  $v$  вибираються наступним чином:

а)  $u = \phi$ , де  $\phi$  – потенціал потоку [14], функція, що володіє властивістю:

$$\vec{V} = \nabla \phi, \quad (4)$$

де  $\vec{V}$  – вектор швидкості,  $\nabla \phi$  – оператор градієнта.

В декартовій системі координат залежність (4) подається у вигляді:

$$\vec{V} = (u, v, w) = \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right); \quad (5)$$

$$б) \quad v = \frac{1}{|\vec{r}|},$$

де  $|\vec{r}| = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$  – відстань між двома точками, а  $\vec{r}$  – вектор переміщення від точки  $M(x; y; z)$  до точки  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ , які розташовані на поверхні лопаті.

Відомо, що  $\phi(x, y, z)$  – гармонійна функція, для якої за означенням виконується рівняння Лапласа [14]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad (6)$$

причому рівняння (6) може бути записане в різних системах координат. Крім того, прямою перевіркою виконання умови (6) встановлено,

що функція  $\frac{1}{|\vec{r}|}$  також задовольняє умові (6).

Застосовуючи формулу (2) до функцій  $\phi$  та  $\frac{1}{|\vec{r}|}$  та проводячи перехід до контурних інтегралів з врахуванням співвідношень (2) для вказаних функцій, можна одержати інтегральне рівняння Фредгольма II роду відносно дотичної до поверхні профілю лопаті компоненти швидкості газового потоку [10]:

$$V_\theta(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_\theta(\theta) K(\theta; \theta_0) d\theta + 2 \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta}(\theta_0), \quad (7)$$

де  $V_\theta = \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$ ;  $K(\theta; \theta_0)$  – ядро інтегрального рівняння, яке записується такому вигляді:

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{[y(\theta) - y(\theta_0)]x'(\theta_0) - [x(\theta) - x(\theta_0)]y'(\theta_0)}{((x(\theta) - x(\theta_0))^2 + (y(\theta) - y(\theta_0))^2)}, \quad (8)$$

де  $\theta$  та  $\theta_0$  – задають дві точки на поверхні профілю лопаті, особливо важливим є варіант  $\theta = \theta_0$ , при якому для одержання розрахункової формули використовується правило Лопітала [13];  $x(\theta)$ ,  $x(\theta_0)$ ,  $y(\theta)$ ,  $y(\theta_0)$  – обчислені у відповідних точках за формулами (2) компоненти;

$$\phi_0(\theta_0) = V_\infty (x(\theta_0) \cos \alpha + y(\theta_0) \sin \alpha), \quad (9)$$

де  $V_\infty$  – швидкість газового потоку, що обтікає лопать в зоні незбуреного потоку на достатньо великій відстані від неї;  $\alpha$  – кут атаки профілю (кут між віссю профілю та напрямком газового потоку).

При розв'язанні практичних задач при допущенні про стаціонарність газового потоку приймається умова виконання постулату Чаплигіна-Жуковського [9, 14]:

$V_\theta(0) = V_\theta(2\pi) = 0$ , величина  $V_\infty$  приймається рівною 1, тобто всі одержані числові результати масштабовані за швидкістю потоку, що набігає на лопать. Визначення шляхом розв'язання рівняння (9) дотичної компоненти  $V_\theta$  є достатнім для оцінки всіх аеродинамічних характеристик, оскільки компонента  $V_\theta$

повністю визначає вектор швидкості  $\vec{V}$  через ту обставину, що нормальна до поверхні лопаті компонента швидкості газового потоку дорівнює нулю (умова непротікання рідини через поверхню профілю). З математичної точки зору суттєвим моментом є те, що тривимірна задача аеродинаміки зводиться до одновимірної.

Після визначення  $V_\theta$  обчислюється фізична компонента швидкості [14]:

$$U_\theta = \frac{V_\theta}{\sqrt{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2}}. \quad (10)$$

Після того обчислюються наступні аеродинамічні характеристики:

коефіцієнт тиску  $C_p(\theta)$ :

$$C_p(\theta) = 1 - \frac{V_\theta(\theta)^2}{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2} = 1 - U_\theta^2, \quad (11)$$

коефіцієнт підйимальної сили:

$$C_y = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x'(\theta) d\theta, \quad (12)$$

коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_x = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y'(\theta) d\theta, \quad (13)$$

коефіцієнт моменту відносно передньої кромки профілю:

$$C_{m_z} = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x(\theta) x'(\theta) d\theta + \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y(\theta) y'(\theta) d\theta. \quad (14)$$

Використовуючи залежності (10) ÷ (14),

можна визначити всі діючі на лопать сили та навантаження, а також оцінити аеродинамічну продуктивність як лопаті, так і агрегату в цілому шляхом аналізу аеродинамічних характеристик кожної з лопатей.

3. Алгоритм чисельного розв'язку задачі знаходження коваріантної компоненти швидкості дотичної до профілю

З метою чисельного розв'язку задачі до інтегрального рівняння (7) застосовується формула трапецій [15] для чисельного розрахунку інтегралу на розбитті за координатою

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{2N}; \theta_i = \Delta\theta(i-1), i=1,2,\dots,2N+1.$$

З урахуванням виконання постулату Чаплигіна-Жуковського  $V_\theta(\theta_1) = V_\theta(\theta_{2N+1}) = 0$  знаходиться система лінійних алгебраїчних рівнянь [10]:

$$V_\theta(\theta_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=2}^{2N} V_\theta(\theta_i) K(\theta_i, \theta_j) + 2 \frac{\partial\phi_0}{\partial\theta}(\theta_j), \quad (15)$$

$$j = 2,3,\dots,2N,$$

$$\frac{\partial\phi_0}{\partial\theta} = V_\infty(x'(\theta)\cos\alpha + y'(\theta_0)\sin\alpha). \quad (16)$$

Вводячи позначення  $\theta = \theta_i$  і  $\theta_0 = \theta_j$ , опишемо залежності для ядер:

$$K(\theta_i, \theta_j) = K_{ij} = \frac{(y_i - y_j)x'_j - (x_i - x_j)y'_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (17)$$

$i \neq j$ ;

$$K(\theta_i, \theta_i) = K_{ii} = \frac{x'_i y''_i - y'_i x''_i}{2(x'_i)^2 + (y'_i)^2}, \quad i = j. \quad (18)$$

Слід зазначити, що формула (18) визначається з формули (17) шляхом застосування до останньої правила Лопітала за умови  $\theta_i = \theta_j$ . Крім того, існування єдиного розв'язку системи (15) контролюється перевіркою умови нерівності нулю визначника матриці цієї системи, що дозволяє використати при побудові компонентів матриці системи (15) саме формули (17) – (18) (на відміну від підходу, прийнятого в [16], згідно з яким встановлюються додаткові умови на ядра інтегрального рівняння (7), пов'язані з існуванням та єдиністю розв'язку).

Розрахункові формули (11) ÷ (14) записуються з використанням формул чисельного розрахунку інтегралів та встановлених раніше співвідношень (1), які

задають геометрію (дефект) профілю.

З метою практичної реалізації наведеної математичної моделі проведено тестові розрахунки для еліптичних профілів з різним ексцентриситетом. Розроблено алгоритм розв'язання інтегрального рівняння, який базується на використанні для розв'язання лінійних алгебраїчних рівнянь методу Гауса з вибором головного елемента по стовпчиках для  $N = 23$  та  $N = 47$  розрахункових точок по лопаті. При цьому формула (1) записується у такому вигляді:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\theta, \\ y = \varepsilon_1 \sin\theta, \\ y = \varepsilon_2 \sin\theta. \end{cases} \quad (19)$$

В (19) передбачається, що форма профілю лопаті може бути різною на верхній та нижній її поверхнях, тому значення  $\varepsilon_1$  приймається для значень  $0 \leq \theta \leq \pi$ , в той час як значення  $\varepsilon_2$  – при  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ . Якщо розглядається еліптичний профіль, то  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ . Результати розрахунків для значень  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.08 \div 0.2$ ,  $N = 23$ ,  $N = 47$  показали співпадання з результатами розрахунків за методом дискретних вихорів [2] та методом комфортного відображення при різних значеннях кута атаки  $\alpha = 0 \div 10^\circ$ . Крім того, для значення кута атаки  $\alpha = 0$  одержано відомий теоретичний результат:  $C_y = C_{m_z} = 0$  для еліптичного профілю ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ ).

Таким чином, доведено коректність обчислювальної процедури та можливість використання відповідного програмного забезпечення для розрахунку аеродинамічних характеристик лопатей осьового компресора газоперекачувальних агрегатів, які тривалий час перебувають в експлуатації, вивчено можливість використання розробленої моделі для оцінки аеродинамічних характеристик ділянок трубопроводів, що експлуатуються тривалий час в складних умовах. З цією метою у формулах (19), які використовуються для повністю еліптичного профілю, що подається у такому вигляді:

$$\frac{y^2}{\varepsilon_1^2} + \frac{(x-0.5)^2}{0.5^2} = 1, \quad (20)$$

приймається  $\varepsilon_1 = 0.5$ , що відповідає колу радіусом 0.5, після чого за одержаними характеристикам (10) ÷ (14) можна уточнити

відповідні коефіцієнти, що використовуються під час розрахунку трубопроводів на вітрові навантаження [3], а також визначити, як на вказані характеристики впливає зміна конфігурації профілю лопаті.

Для реальних профілів пропонується наступна схема побудови функції  $f(\theta)$ : передня кромка – аналітична формула для еліпса, задня – з виконанням умов спряження інтерполяційний многочлен.

Використовуючи одержані співвідношення для параметричного подання координат профілю, можна визначити площу  $S$  поперечного перерізу лопаті:

$$S = \frac{1}{4} \pi \epsilon_1 \epsilon_2 + \frac{1}{4} \pi \epsilon_3 \epsilon_4 + \int_{\epsilon_1}^1 f_3(x) dx + \int_3^1 |f_4(x)| dx. \quad (21)$$

Перший і другий доданки (21) – площі четвертої частини еліпсу, третій доданок – інтеграл многочлена третього степеня, четвертий – інтеграл модуля такого многочлена. Всі вказані інтеграли можна взяти точно за поданнями  $f_3(x)$  та  $f_4(x)$  на відповідних ділянках профілю лопаті. Многочлени третього ступеня інтерполюють лінію, що прилягає до заданої кромки профілю (многочлен Ерміта).

Параметричні подання координат профілю можуть бути використані для підрахунку моментів інерції поперечного перерізу відносно осей  $Ox$  та  $Oy$ . Для цього використовується формула для моменту інерції відносно осі  $Ox$ :

$$I_x = \iint_{D_1} y^2 ds. \quad (22)$$

З урахуванням параметричного подання профілю, одержуємо:

$$I_x = \int_0^1 dx \int_{\phi_1(x)}^{\phi_2(x)} y^2 dy. \quad (23)$$

Верхня та нижня межі інтегрування визначаються функціями (19).

З урахуванням [17], частота першого тону тангенціальних коливань при згині лопаті постійного перерізу, яка є жорстко закріпленою в кормі та вільна на вершині, може бути обчислена за формулою:

$$f = \frac{0.56}{l^2} \sqrt{\frac{EI_x}{\rho S}}, \quad (24)$$

де  $l$  – висота лопаті;  $E$  – модуль пружності матеріалу, з якого виготовлено лопать;  $I_x$  – мінімальний момент інерції поперечного

перерізу;  $\rho$  – густина матеріалу лопаті.

Проводячи розрахунки для початкових та контрольних геометричних характеристик, можна оцінювати зміну вказаних частот в процесі експлуатації. При цьому використовуються залежності (21) ÷ (23).

Диференціальне рівняння вимушених коливань лопаті змінного перерізу має наступий вигляд:

$$\frac{EI_x}{l} \frac{\partial^4 y}{\partial \xi^4} + \rho S \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + 2hS \frac{\partial y}{\partial t} = f(t), \quad (25)$$

де  $h$  – коефіцієнт опору,

$$y(0) = a(\xi), \quad \frac{\partial y}{\partial t}(0) = b(\xi), \quad (26)$$

$$y|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t}|_{\xi=0} = 0. \quad (27)$$

Якщо вершина лопаті вільна, то

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{\partial^3 y}{\partial \xi^3}|_{\xi=1} = 0. \quad (28)$$

Якщо вершина лопаті жорстко закріплена, то

$$y|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi}|_{\xi=1} = 0. \quad (29)$$

Очевидно, що величини  $I_x$  та  $S$ , обчислені за (21) та (22) і які входять в рівняння, зумовлюють відмінність розв'язку при різних значеннях цих величин.

Рівняння вимушених коливань для лопаті сталого перерізу за наявності періодичної збуджуючої сили записується у такому вигляді (граничні та початкові умови аналогічні):

$$\frac{EI_x}{l^4} \frac{\partial^4 y}{\partial \xi^4} + \rho S \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + 2hS \frac{\partial y}{\partial t} = \eta \cos pt. \quad (30)$$

Параметри  $I_x$  та  $S$  входять в рівняння (30) лінійно, тому вони можуть бути використані при аналітичному дослідженні залежності розв'язку від вказаних параметрів і також впливають на характеристики коливань при належному способі з'єднання лопатей [17].

Важливим частковим випадком є вивчення вільних коливань лопатей, рівняння яких записуються у такому вигляді:

$$\frac{E}{\rho S l^4} \frac{\partial^2 \left( I \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \right)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + 2h \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (31)$$

з відповідними граничними та початковими умовами. Розв'язок вказаної задачі за методом Фур'є буде таким:

$$y = \sum_{i=1}^N T_i(t) x_i(\xi), \quad (32)$$

де  $T_i(t)$  – розв'язки рівняння

$$T'' + 2hT' + \omega^2 T = 0, \quad (33)$$

$$\frac{d^2(I_x x'')}{d\xi^2} = \frac{\rho l^4 S}{E} \omega^2 x. \quad (34)$$

Для лопатей сталого січення

$$a^2 = \frac{EI}{\rho S l^4}, \quad \rho_1^4 = \frac{\omega^2}{a^2}, \quad (35)$$

(34) записується у такому вигляді:

$$\frac{d^4 X}{d\xi^4} = \rho_1^4 X, \quad (36)$$

де  $\rho_1$  – корені трансцендентного рівняння

$$\operatorname{ch} \rho_1 \cos \rho_1 = 1, \quad (37)$$

яких є безліч,

$$\omega = \frac{\rho_{1i}}{l^2} \sqrt{\frac{EI_x}{\rho S}}, \quad (38)$$

частота коливань

$$f = \frac{\rho_i}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_x}{\rho S}}. \quad (39)$$

Вказані параметри впливають на форму коливань, яка описується наступним співвідношенням:

$$X_i(\xi) = C \left\{ V_3 C \rho_i \xi - \frac{V_1(\rho_i \xi)}{V_2(\rho_i \xi)} V_4(\rho_i \xi) \right\}, \quad (40)$$

де  $V_1(\rho_i \xi)$  – функції Кривога;

$$\begin{cases} V_1(\rho_i \xi) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch}(\rho_i \xi) + \cos(\rho_i \xi)), \\ V_2(\rho_i \xi) = \frac{1}{2} (\operatorname{sh}(\rho_i \xi) + \sin(\rho_i \xi)), \\ V_3(\rho_i \xi) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch}(\rho_i \xi) - \cos(\rho_i \xi)), \\ V_4(\rho_i \xi) = \frac{1}{2} (\operatorname{sh}(\rho_i \xi) - \sin(\rho_i \xi)). \end{cases} \quad (41)$$

Таким чином, задаючи різні форми геометрії лопаті, які та набуває в процесі експлуатації під дією комплексу силових факторів, можна дослідити, яким чином її геометрія впливає на процес коливань та характеристики цього процесу.

Реалізація вказаних моделей з метою кількісної оцінки параметрів коливань є предметом подальших досліджень.

## ВИСНОВКИ

Оскільки кількість лопатей лопатевого апарату ГПА (осьового компресора, турбін низького і високого тисків) є досить значною, то їх загальні аеродинамічні параметри залежать від зміни геометрії лопатей. Причому, чим більша кількість лопатей змінює геометрію, тим суттєвіше змінюються показники аеродинамічної ефективності. Це стосується і впливу зміни геометрії лопаті на параметри коливань, оскільки площа і момент інерції входять в рівняння коливань. Вони також здійснюють вплив і на форму коливань, їх амплітуду та частоту.

1. Васильев Ю. Н. Вибрационный контроль технического состояния газотурбинных газоперекачивающих агрегатов / Ю. Н. Васильев, М. Е. Бесклетный, Е. А. Игуменцев. – М.: Недра, 1987. – 196 с. 2. Васильев Ю. Н. Причины поломок лопаток осевого компрессора газотурбинного ГПА / Ю. Н. Васильев, В. Л. Христензен, Е. А. Игуменцев, В. И. Шпак. // Сб. Транспорт, хранение и использование газа в народном хозяйстве. – 1982. – № 1. – С. 21 – 26. 3. Трубопроводный транспорт газа / [М. П. Ковалко, В. Я. Грудз, Б. В. Михалків та ін.]; за ред. М. П. Ковалка. – Київ: Агентство з раціонального використання енергії та екології.–2002.– 600 с. 4. Бесклетный М. Е. Влияние воздействия очистительной крошки на уровень напряженности лопаток турбокомпрессора / М. Е. Бесклетный, Е. А. Игуменцев, Р. Д. Бесценная. // Транспорт и хранение газа. 1980, № 4. – С.10 – 16. 5. Терентьев А. Н. Надежность газоперекачивающих агрегатов с газотурбинным приводом / А. Н. Терентьев, З. С. Седых, В. Г. Дубинский – М.: Недра, 1979. – 342 с. 6. Старцев В. В. Оценка вибрационного состояния лопаточного аппарата осевого компрессора ГТУ по косвенным признакам / В. В. Старцев, В. И. Дерябин, С. М. Власов. – М.: Недра, 1989. – 10 с. – Деп. в ВНИИЭГазпроме. – 26.09.1989. – N 1195. 7. Бесклетный М. Е. Вибрационная диагностика лопаток ГТУ по предельным уровням крутильных колебаний

- ротора. Проблемы прочности / М. Е. Бесклетный, Е. А. Игуменцев. – М.: Недра, 1981. – С. 114–117. 8. Заблоцкий И. Е. Бесконтактные измерения колебаний лопаток турбомашин / И. Е. Заблоцкий, Ю. А. Коростылев, В. А. Шипов. – М.: Машиностроение, 1977. – 160с. 9. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел под ред. С. М. Белоцерковского / С. М. Белоцерковский, В. Н. Котовский, М. И. Ништ, Р. М. Федоров. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 232 с. 10. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина. / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988. – 352с. 11. Алексеев С. В., Смирнов В. А. Диагностика рабочих лопаток турбомашин. – [http://www.vibration.ru/d\\_turbo/d\\_turbomashin.shtml](http://www.vibration.ru/d_turbo/d_turbomashin.shtml). 12. Іванюк Н. І. Діагностування стану лопатевого апарату ГПА на основі аеродинамічної взаємодії робочих і направляючих лопатей. Збірник тез доповідей 6 Міжнародної науково-технічної конференції і виставки «Сучасні прилади, матеріали і технології для неруйнівного контролю і технічної діагностики машинобудівного і нафтогазового обладнання». // Івано-Франківськ. – 29 листопада – 2 грудня 2011р. – С.205-209. 13. Зорич В. А. Математический анализ / В. А. Зорич. – М.: Наука, 1981, 1984 – Т.Т. 1, 2 – 1084с. 14. Седов Л. И. Механика сплошных сред. / Л. И. Седов. – М.: Наука, 1984. – №. 2. – 574с. 15. Самарский А. А. Численные методы. / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432с. 16. Лаврентьев М. А. Методы функции комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – 5 изд., испр. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1987. – 688 с. 17. Зайдельман Р. Л. Надежность лопаточного аппарата паровых турбин / Р. Л. Зайдельман. – М.: Энергия, 1978. – 224 с.

**Поступила в редакцію 10.05.2012 р.**

**Рекомендував до друку докт. техн. наук,  
проф. Заміховський Л. М.**