

УДК 534.213 – 8

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В УПРУГОМ СТЕРЖНЕ ИСТОЧНИКАМИ ШУМОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ, СИНХРОНИЗИРОВАННЫМИ ВНЕШНИМИ СИЛАМИ

**В. В. Карпуть**

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина,  
e-mail: Vovik21@yandex.ru*

*Получены выражения для расчета амплитудных множителей нормальных волн, которые возбуждаются в изотропных цилиндрах кругового поперечного сечения точечным источником с определенным частотным спектром. Эти выражения имеют смысл функции Грина для соответствующей нормальной волны. Выполнена оценка частотно зависимого изменения функций Грина для первых пяти нормальных волн. Показано, что функция Грина первой нормальной волны более чем на порядок превышает уровни абсолютных значений функций Грина второй и последующих по номеру нормальных волн. Высказано аргументированное предположение о том, что сигналы акустической эмиссии практически полностью формируются первой нормальной волной, которая в области высоких частот по своим кинематическим характеристикам практически не отличается от поверхностной волны Рэлея. Рассмотрено влияние задания поля когерентных источников на достоверность настройки аппаратуры для акусто-эмиссионной диагностики.*

*Ключевые слова: акустическая эмиссия, цилиндр, точечный источник, нормальная волна, функция Грина.*

*Отримані вирази для розрахунку амплітудних множників нормальних хвиль, які збуджуються в ізотропних циліндрах з круговим поперечним перерізом точковим джерелом з визначеним частотним спектром. Ці вирази мають сутність функції Гріна для відповідної нормальної хвилі. Виконано оцінку залежності функцій Гріна від частоти для перших п'яти нормальних хвиль. Показано, що функція Гріна першої нормальної хвилі більша ніж на порядок перевищує рівні абсолютних значень функцій Гріна другої і наступних за номером нормальних хвиль. Висунуто аргументоване припущення про те, що сигнали акустичної емісії практично повністю формуються першою нормальною хвилею, яка в області високих частот за своїми кінематичними характеристиками практично не відрізняється від поверхневої хвилі Релея. Розглянуто вплив завдання поля когерентних джерел на достовірність налаштування апаратури для акустико-емісійної діагностики.*

*Ключові слова: акустична емісія, циліндр, точкове джерело, нормальна хвиля, функція Гріна.*

*Original expressions for calculating amplitude factors of normal waves are obtained. These normal waves are excited by a point source with the frequency spectrum  $1/f$  in isotropic cylinders. These expressions are the Green's functions corresponding to the normal mode. Score frequency-dependent changes in the Green's functions for the first five normal modes performed. Green's function of the first normal wave more than order of magnitude higher levels than the absolute values of the Green's functions of the second and subsequent line of normal waves is shown. Reasoned assumption that acoustic emission signals almost entirely formed of the first normal wave is expressed. This normal wave at high frequencies in its kinematic characteristics virtually identical to the Rayleigh surface wave. The influence of the type field of the coherent sources for accuracy calibration equipment for acoustic emission.*

*Keywords: acoustic emission, cylinder, point source, normal wave, Green's function*

### **Введение**

В процессе упругого деформирования металлов происходит смещение атомов из

положения равновесия. Перемещение атомов носит дискретный характер, что обусловлено дискретными значениями энергии электронов, которые обеспечивают связь и взаимодействие

между атомами. При скачкообразном изменении положения единичного атома электроны связи либо излучают, либо поглощают определенные порции энергии. Сопутствующий этому электромагнитный импульс может спровоцировать изменение положения атомов, которые находятся в непосредственной близости. Дискретные перемещения достаточно большого коллектива атомов порождает упругие колебания, которые уносят энергию из области, где возникли первичные изменения положения атомов. Эти упругие колебания фиксируются электроакустическими преобразователями и определяются как шумы акустической эмиссии.

#### **Анализ известных исследований**

Распространение упругих колебаний в твердых телах, объемы которых ограничены одной или двумя боковыми поверхностями сопровождается весьма специфическими феноменами, совокупность которых определяется одним обобщающим термином – волноводное распространение. Наиболее существенной особенностью волноводного распространения упругих колебаний в пластинах и стержнях является тот факт, что на высоких частотах энергия источника упругих возмущений уносится не одной, а несколькими распространяющимися нормальными волнами или, что то же самое, модами [1]. При этом плотность потока энергии в различных распространяющихся модах весьма существенна и при этом различным образом изменяется в пределах площади поперечного сечения упругого волновода. Вполне возможна ситуация, когда значительная доля энергии источника упругих возмущений переносится нормальной волной, у которой на данной частоте смены знака напряженно-деформированного состояния плотность потока энергии вблизи поверхности твердого тела чрезвычайно мала или вообще равна нулю. А это означает, что приемник упругих волн, который находится на (над) поверхности твердого тела, эту нормальную волну не зарегистрирует. Естественно, что переносимая этой волной часть энергии источника упругих возмущений не может быть учтена при оценке амплитудно-частотного спектра шумов акустической эмиссии. Таким образом, не знание или сознательное игнорирование самого факта модальной структуры волнового поля шумов акустической эмиссии чревато недооценкой энергии источника этого поля, что влечет за собой ложную оценку технического состояния контролируемого объекта.

Из анализа содержания фундаментальных

монографий ведущих специалистов в области мониторинга шумов акустической эмиссии [2, 3] следует, что вопрос об изучении модальной структуры волнового поля шумов акустической эмиссии и влияния этой структуры на результаты мониторинга шумов акустической эмиссии даже не был поставлен. Тот же вывод можно сделать после знакомства с многочисленными публикациями, посвященных различным аспектам мониторинга шумов акустической эмиссии, которые появляются в специализированных периодических изданиях (см., например, «Journal of Acoustic Emission», «Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control», «Дефектоскопия» «Неразрушающий контроль и диагностика», «European Working Group on Acoustic Emission» и др.). Таким образом, модальная структура волнового поля шумов акустической эмиссии в стержнях кругового поперечного сечения в настоящее время является абсолютно не изученным феноменом.

Вторым, но не менее важным теоретическим моментом, является вопрос о влиянии размеров области существования источников шумов на спектральные характеристики формируемых этой областью сигналов акустической эмиссии.

В работе [4] обоснована необходимость изучения модальной структуры волнового поля шумов акустической эмиссии в стержнях кругового поперечного сечения и выполнены оценки влияния линейных размеров полей когерентных источников на спектральный состав регистрируемых сигналов акустической эмиссии. Показано, что увеличение линейного размера (длины) области существования когерентных источников шумов акустической эмиссии сопровождается смещением в область низких частот спектра регистрируемых сигналов акустической эмиссии. Вопрос о влиянии радиальных размеров поля когерентных источников на спектральные характеристики регистрируемых сигналов в настоящее время является абсолютно не изученным феноменом.

**Целью настоящей статьи** является изучение закономерностей формирования волновых полей в упругом стержне источниками шумов акустической динамики.

#### **Возбуждение осесимметричных продольных волн точечным пульсирующим источником**

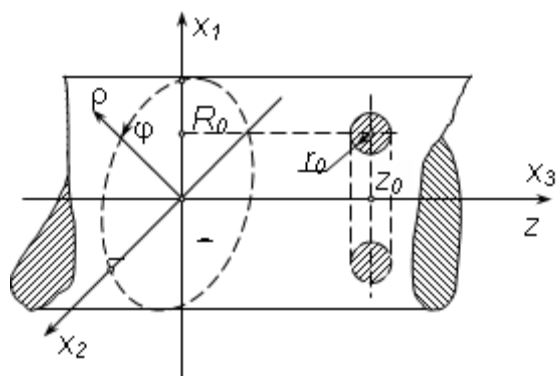
Как известно, шумы акустической эмиссии генерируются в результате изменения структуры кристаллической решетки. Это

означает, что размеры единичного источника шумов акустической эмиссии имеют порядок расстояния между атомами в узлах кристаллической решетки, что на несколько порядков меньше длин упругих волн, которые могут быть зафиксированы современными электроакустическими преобразователями в реальном эксперименте. Из этого следует, что под единичным источником шумов акустической эмиссии можно и нужно понимать кластер из достаточно большого числа кристаллических решеток, максимальные размеры которого существенно меньше длины упругой волны, соответствующей верхней границе частотного диапазона, в пределах которого происходит регистрация ультразвуковых волн современными электроакустическими преобразователями. При этом, естественно, форма источника не оказывает никакого влияния на характеристики созданного им волнового поля. По этой причине, будем полагать, что единичный источник шумов акустической эмиссии имеет сферическую форму, причем радиус сферы стремится к нулю.

Предположим, что в объеме упругого изотропного цилиндра бесконечной длины находится сферический пульсирующий источник. Центр пульсирующей сферы находится в точке с координатами  $R_0, z_0$  ( $\rho, \varphi, z$  - координатные линии цилиндрической системы координат, которая сопряжена с декартовой системой координат  $x_1, x_2, x_3$  так, как это показано на рис. 1). Радиус сферы  $r_0$ . Сферический пульсирующий источник, спектральная плотность которого обратно пропорциональна частоте, т. е.  $1/f$  ( $f$  - циклическая частота) формирует радиально ориентированные силы с объемной плотностью

$$f_r(t) = f_r^*(f) e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $f_r^*(f) = f_0^*/(k_s r_0)$ ;  $f_0^* = 3F_0/(4\pi r_0^3)$  - объемная плотность силы  $F_0$  сферического источника;  $k_s = \omega/v_s$  - волновое число волн сдвига;  $\omega$  - круговая частота;  $v_s = \sqrt{G/\rho_0}$  - скорость волн сдвига;  $G$  и  $\rho_0$  - модуль сдвига и плотность материала стержня;  $i = \sqrt{-1}$ ;  $t$  - время.



**Рисунок 1 – Расчетная схема задачи о возбуждении нормальных волн в стержнях кругового поперечного сечения**

При разложении реального сферического источника в ряды по ортогональным функциям  $\sin m\varphi$  или  $\cos m\varphi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$  - элемент ряда натуральных чисел) сфера трансформируется в тор, контуры которого показаны на рис. 1 штриховыми линиями с объемом  $V_m = 2\pi^2 R_0 r_0^2$ . Объемная плотность силы в торе достаточно сложным образом зависит от  $m$ , но для  $m = 0$ , т. е. в случае осевой симметрии определяется элементарно:  $f_{r(m)}^*(f) = f_r^*(f) V_c / V_m$ , где  $V_c = 4\pi r_0^3 / 3$  - объем сферы. Очевидно, что радиально ориентированная сила, распределенная с плотностью

$$f_{r(m)}^*(f) = \frac{2f_0^*}{3\pi k_s R_0} \quad (2)$$

в объеме тороидального источника возбуждает в стержне кругового поперечного сечения осесимметричные продольные волны.

Будем полагать, что силовой источник линейно деформирует упругий цилиндр. В этом случае вектор смещения материальных частиц упругой среды  $\vec{u}(\rho, z, t) = \vec{u}(\rho, z) e^{i\omega t}$ , где  $\vec{u}(\rho, z)$  - пространственно развитая амплитуда вектора смещения. Очевидно, что тороидальный источник генерирует волновые поля, которые распространяются вдоль оси стержня влево и вправо от источника. Обозначим смещения в волновом поле, которые распространяются в сторону возрастания координаты  $z$  символом  $\vec{u}^{(-)}(\rho, z)$ , а уходящие влево - символом  $\vec{u}^{(+)}(\rho, z)$ .

В работе [5] показано, что амплитуда вектора смещения материальных частиц стержня может быть определена следующим выражением:

$$\vec{u}^{(\pm)}(\rho, z) = \frac{i}{8\pi G} \sum_{n=1}^N A_n^{(\pm)}(\gamma_n) \vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i\gamma_n z}, \quad (3)$$

где  $N$  – число распространяющихся нормальных волн на данной частоте смены знака напряженно-деформированного состояния стержня;  $A_n^{(\pm)}(\gamma_n)$  – амплитудный множитель  $n$ -ой распространяющейся нормальной волны;  $\gamma_n$  – волновое число  $n$ -ой моды;  $\vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n)$  – собственный вектор однородной граничной задачи или вектор смещения в  $n$ -ой нормальной волне, уходящей влево (знак плюс) и вправо (знак минус) от источника упругих возмущений. Амплитудный множитель  $A_n^{(\pm)}(\gamma_n)$  определяется расчетной формулой следующего вида:

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{2}{\gamma_n \Delta'_0(\gamma_n)} \times \left\{ Q_1(\gamma_n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi R} \int_0^R \rho \vec{f}^*(\rho, \vartheta, z) \times \vec{U}^{(\mp)}(\rho, \gamma_n) e^{\mp i\gamma_n z} d\rho d\vartheta dz + Q_2(\gamma_n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_{\rho\rho}^*(R, \vartheta, z) e^{\mp i\gamma_n z} d\vartheta dz \pm Q_3(\gamma_n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_{\rho z}^*(R, \vartheta, z) e^{\mp i\gamma_n z} d\vartheta dz \right\}, \quad (4)$$

где  $\Delta'_0(\gamma_n) = d\Delta_0(\gamma_n)/d\gamma_n$ ;  $\chi_n \equiv \gamma_n^2$ ;  $\Delta_0(\gamma_n) = 0$  – условия существования  $n$ -ой продольной волны на заданной частоте. Это условие, которое, как правило, называют дисперсионным уравнением продольных осесимметричных волн, в развернутом виде имеет следующую форму записи:

$$\Delta_0(\gamma_n) = \frac{2\alpha_n k_s^2}{R} J_1(\alpha_n R) J_1(\beta_n R) - (\gamma_n^2 - \beta_n^2)^2 J_0(\alpha_n R) J_1(\beta_n R) - 4\gamma_n^2 \alpha_n \beta_n J_1(\alpha_n R) J_0(\beta_n R) = 0, \quad (5)$$

где  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  – волновые числа, проекции

волновых векторов  $\vec{k}_\ell$  и  $\vec{k}_s$  продольной и сдвиговой волны на радиальную ось, т.е.  $\alpha_n^2 + \gamma_n^2 = k_\ell^2$  и  $\beta_n^2 + \gamma_n^2 = k_s^2$ ;  $k_\ell = \omega/v_\ell$ ;  $v_\ell = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho_0}$  – скорость продольных волн в материале стержня;  $\lambda$  и  $G$  – модули упругости изотропного твердого тела;  $J_\nu(x)$  ( $\nu = 0, 1$ ,  $x = \alpha_n R, \beta_n R$ ) функции Бесселя порядка  $\nu$ . Символами  $Q_k(\gamma_n)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) в формуле (4) обозначены следующие аналитические конструкции:

$$Q_1(\gamma_n) = \frac{\beta_n J_0(\beta_n R)}{R J_0(\alpha_n R)} \left[ 4 \frac{\gamma_n^2}{k_s^2} - \frac{2 J_1(\beta_n R)}{(\beta_n R) J_0(\beta_n R)} \right],$$

$$Q_2(\gamma_n) = (\gamma_n^2 - \beta_n^2) J_1(\beta_n R),$$

$$Q_3(\gamma_n) = 2i \gamma_n \beta_n \left[ J_0(\beta_n R) - \frac{J_1(\beta_n R)}{\beta_n R} \right].$$

Компоненты вектора  $\vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n)$  смещения в нормальной волне, уходящей в ту или иную сторону от источника, определяются следующими выражениями:

$$U_\rho^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) = \alpha_n \left[ -J_1(\alpha_n \rho) + Q_\rho(\gamma_n) J_1(\beta_n \rho) \right],$$

$$U_z^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) = \pm i \gamma_n \left[ J_0(\alpha_n \rho) + Q_z(\gamma_n) J_0(\beta_n \rho) \right], \quad (6)$$

где  $Q_\rho(\gamma_n) = \frac{2\gamma_n^2 J_1(\alpha_n R)}{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) J_1(\beta_n R)}$ ,

$$Q_z(\gamma_n) = \frac{2\alpha_n \beta_n J_1(\alpha_n R)}{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) J_1(\beta_n R)}.$$

Достоверность выражения (4) была доказана в работе [6].

Очевидно, что при решении задачи о возбуждении продольных волн источниками шумов акустической эмиссии следует положить  $\sigma_{\rho\rho}^*(R, z) = \sigma_{\rho z}^*(R, z) = 0$  и амплитудный множитель  $A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = 2Q_1(\gamma_n)M(\gamma_n)/[\gamma_n \Delta'_0(\gamma_n)]$ , где

$$M(\gamma_n) = \int_V \vec{f}^*(\rho, z) \cdot \vec{U}^{(\mp)}(\rho, \gamma_n) e^{\mp i\gamma_n z} dV; \quad (7)$$

$V$  - объем области существования источников шумов акустической эмиссии.

Интеграл (7) эффективно вычисляется в специальной тороидальной системе координат, координатные линии которой показаны на рис. 2. Положение точки в объеме тора задается тремя числами  $\vartheta$ ,  $\varphi$  и  $r$ , причем полярный угол  $\vartheta$  изменяется в пределах  $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$ ; азимутальный угол  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ . Радиальная координата  $r$  изменяется на замкнутом интервале  $[0, r_0]$ . Несложно убедиться в том, что декартовы координаты  $x_1, x_2, x_3$  точки, произвольно зафиксированной в объеме тора, определяются через координаты  $\vartheta, \varphi, r$  следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} x_1 &= (R_0 + r \sin \vartheta) \cos \varphi, \\ x_2 &= (R_0 + r \sin \vartheta) \sin \varphi, \quad x_3 = r \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (8)$$

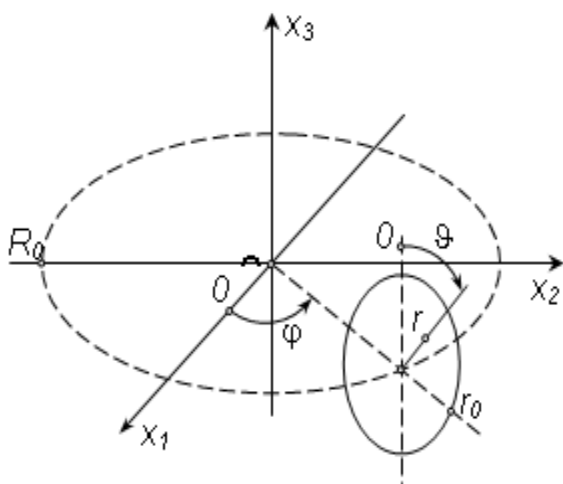


Рисунок 2 – Специальная тороидальная система координат

Из определений (8) следует, что недиагональные компоненты метрического тензора специальной тороидальной системы координат равны нулю, а это значит, что данная система координат относится к классу ортогональных криволинейных систем координат.

Константы Ламе этой системы координат определяются следующим образом:  $h_1 = 1$ ;  $h_2 = R_0 + r \sin \vartheta$ ;  $h_3 = r$ . Элемент объема  $dV = h_1 h_2 h_3 d\vartheta d\varphi dr = r(R_0 + r \sin \vartheta) d\vartheta d\varphi dr$ .

Из построений, которые показаны на рис. 2, с очевидностью следует, что

$$\rho = R_0 + r \sin \vartheta, \quad z = r \cos \vartheta. \quad (9)$$

Радиальный компонент  $u_r(\vartheta, \varphi, r)$  вектора смещения материальной части тора определяется через компоненты осесимметричного вектора смещения  $u_\rho(\rho, z)$  и  $u_z(\rho, z)$  следующим образом:

$$u_r(\vartheta, \varphi, r) = u_\rho(\rho, z) \sin \vartheta + u_z(\rho, z) \cos \vartheta, \quad (10)$$

где координаты  $\rho, z$  выражаются через координаты специальной тороидальной системы координат по формулам (7).

При вычислении интеграла (7) необходимо перейти к новой системе цилиндрических координат  $\rho, \varphi, z'$ , где  $z' = z - z_0$ . При этом компоненты вектора смещения  $\vec{u}^{(\pm)}(\rho, z) = \vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i \gamma_n z}$  записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} u_\rho^{(\pm)}(\rho, z) &= \alpha_n (-J_1 [\alpha_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] + \\ &+ Q_\rho(\gamma_n) J_1 [\beta_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)]) \times \\ &\times e^{\pm i \gamma_n r \cos \vartheta} e^{\mp i \gamma_n z_0}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} u_z^{(\pm)}(\rho, z) &= \pm i \gamma_n \left\{ J_0 [\alpha_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] + \right. \\ &+ Q_z(\gamma_n) J_0 \times \\ &\left. \times [\beta_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] \right\} \times \\ &\times e^{\pm i \gamma_n r \cos \vartheta} e^{\mp i \gamma_n z_0}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\varepsilon = r/R_0$  - безразмерное число, которое по определению меньше единицы.

Будем полагать, что выполняется сильное неравенство  $r_0/R_0 \ll 1$ . Это эквивалентно утверждению, что  $\varepsilon \ll 1$ . При этом входящие в состав выражений (11) и (12) функции Бесселя можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} J_0 [\lambda_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] &\approx \\ &\approx J_0(\lambda_n R_0) - \varepsilon \lambda_n R_0 \sin \vartheta J_1(\lambda_n R_0), \\ J_1 [\lambda_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] &\approx \\ &\approx J_1(\lambda_n R_0) (1 - \varepsilon \sin \vartheta) + \\ &+ \varepsilon \lambda_n R_0 \sin \vartheta J_0(\lambda_n R_0), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\lambda_n = (\alpha_n, \beta_n)$ .

Подставляя разложения (13) в соотношения

(11) и (12), а полученные результаты – в формулу (10) и учитывая при этом, что  $e^{\pm i\gamma_n r \cos \vartheta} \approx 1 \pm i\gamma_n r \cos \vartheta$ , получаем выражение для расчета радиального компонента  $u_r^{(\mp)}(\vartheta, \varphi, r)$  вектора смещения материальных частиц в объеме тора, т. е.

$$\begin{aligned}
 u_r^{(\mp)}(\vartheta, \varphi, r) = & e^{\pm i\gamma_n z_0} \times \\
 & \times \left\{ \alpha_n \left[ -J_1(\alpha_n R_0)(1 - \varepsilon \sin \vartheta) \right. \right. \\
 & + \varepsilon \alpha_n R_0 \sin \vartheta J_0(\alpha_n R_0) + \\
 & + Q_\rho(\gamma_n) J_1(\beta_n R_0)(1 - \varepsilon \sin \vartheta) + \\
 & + Q_\rho(\gamma_n) \varepsilon \beta_n R_0 \sin \vartheta J_0(\beta_n R_0) \left. \right] \sin \vartheta \mp \\
 & \mp i\gamma_n \left[ J_0(\alpha_n R_0) - \varepsilon \alpha_n R_0 \sin \vartheta J_1(\alpha_n R_0) + \right. \\
 & + Q_z(\gamma_n) J_0(\beta_n R_0) - \\
 & \left. - Q_z(\gamma_n) \varepsilon \beta_n R_0 \sin \vartheta J_1(\beta_n R_0) \right] \cos \vartheta \left. \right\} \times \\
 & \times (1 \mp i\gamma_n \cos \vartheta). \tag{14}
 \end{aligned}$$

Интеграл (7) в специальной тороидальной системе координат записывается следующим образом:

$$M(\gamma_n) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi r_0} \int_0^r r (R_0 + r \sin \vartheta) \times \int_{r(m)}^* (f) u_r^{(\mp)}(\vartheta, \varphi, r) dr d\vartheta. \tag{15}$$

Подставляя у формулу (15) выражения (2) и (14), получаем после интегрирования следующий результат:

$$\begin{aligned}
 M(\gamma_n) = & \frac{F_0 e^{\pm i\gamma_n z_0}}{6k_s} \times \\
 & \times \left\{ \left( \alpha_n^2 - \gamma_n^2 \right) J_0(\alpha_n R_0) + \right. \\
 & \left. + \frac{r_0 \gamma_n^2}{8} \left[ \alpha_n J_1(\alpha_n R_0) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + Q_z(\gamma_n) \beta_n J_1(\beta_n R_0) \right] \right\}. \tag{16}
 \end{aligned}$$

Переходя к пределу при  $r_0 \rightarrow 0$ , получаем следующее значение интеграла  $M(\gamma_n)$ :

$$M(\gamma_n) = \frac{F_0 e^{\pm i\gamma_n z_0}}{6k_s} (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0).$$

Таким образом, амплитудные множители продольных осесимметричных волн, которые возбуждаются пульсирующим нитевидным

кольцевым источником силы, рассчитываются по формуле

$$\begin{aligned}
 A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = & \frac{F_0 e^{\pm i\gamma_n z_0}}{3k_s \gamma_n \Delta'_0(\chi_n)} \times \\
 & \times Q_1(\gamma_n) (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0). \tag{17}
 \end{aligned}$$

После подстановки выражения (17) в определение (3), можно записать, что

$$\tilde{u}^{(\pm)}(\rho, z) = \sum_{n=1}^N C_n^{(\pm)}(\gamma_n) \tilde{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i\gamma_n z}, \tag{18}$$

где  $C_n^{(\pm)}(\gamma_n) = [F_0 / (24\pi GR)] \Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0)$  - амплитудный множитель  $n$ -ой продольной волны; символом  $\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0)$  обозначена безразмерная функция частоты, имеющая смысл функции Грина осесимметричной составляющей точечного источника шумов акустической эмиссии для  $n$ -ой нормальной волны. При этом

$$\begin{aligned}
 \Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0) = & \frac{i e^{\pm i\gamma_n z_0} R Q_1(\gamma_n)}{k_s \Delta'_0(\chi_n)} \times \\
 & \times (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0). \tag{19}
 \end{aligned}$$

Компоненты безразмерного вектора смещения материальных частиц упругого стержня определяются следующим образом:  $\tilde{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) = \tilde{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) / \gamma_n$ .

На рис. 3 показаны результаты расчетов кинематических характеристик первых десяти нормальных волн в цилиндре кругового поперечного сечения, материал которого имеет коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . По общей для левой и правой полуплоскостей рис. 3 по оси ординат отложены значения безразмерной частоты  $\Omega = k_s R$ . По оси абсцисс в правой полуплоскости отложены значения безразмерного волнового числа  $\zeta = \gamma R$ . В правой полуплоскости сплошными кривыми показаны ветви корней уравнения (5). Номера нормальных волн проставлены цифрами (полужирный шрифт) возле соответствующих кривых. Штриховыми прямыми показаны асимптоты, которые соответствуют волновым числам не взаимодействующих продольных (символ  $\zeta_s$ ) и сдвиговых (символ  $\zeta_s$ ) волн и волн Рэлея (символ  $\zeta_R$ ). На этой же полуплоскости показаны графики модулей

функций Грина для первых пяти нормальных волн (пунктирные кривые). Шкала отсчетов абсолютных величин функций Грина на рис. 3 не показана. Вертикальной линии  $\zeta = 20$

соответствует значение  $|\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, 0, 0)| = 0,12$ .

Два нуля в списке аргументов функции Грина указывают на то, что точечный источник располагается в начале цилиндрической системы координат, ось  $z$  которой совмещена с осью симметрии цилиндра. Числовые значения модуля функции Грина для первой нормальной волны уменьшены в 40 раз. Это недвусмысленно указывает на то, что первая мода в широком диапазоне ( $\Omega \leq 15$ ) частот является доминирующей в процессе формирования волнового поля шумов акустической эмиссии. В области частот  $\Omega > 5$  фазовая и групповая скорости первой моды практически не отличаются от скорости волн Рэлея, которая для коэффициента Пуассона  $\nu = 0,3$  соотносится со скоростью сдвиговых волн  $v_s$  следующим образом:  $v_R/v_s = 0,9274$ .

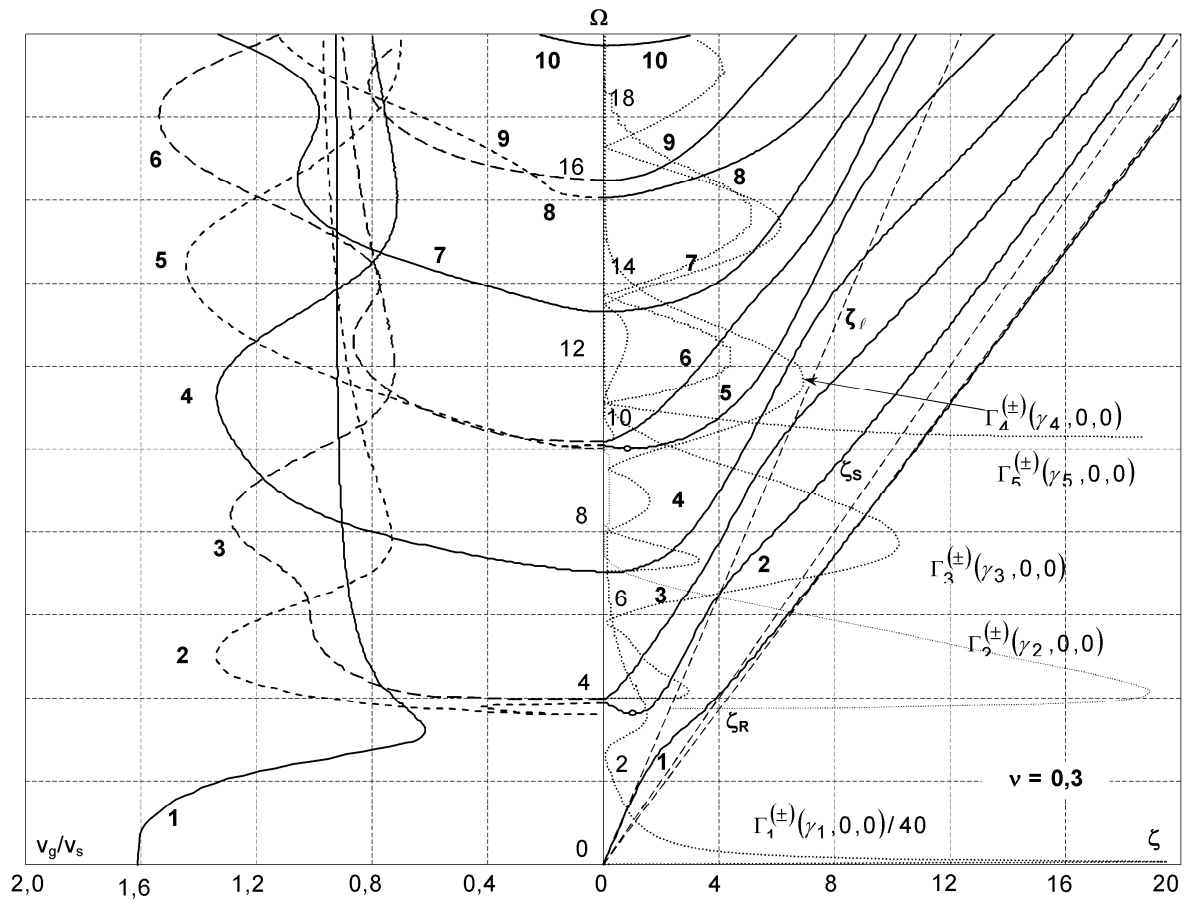
При этом максимальные уровни смещений материальных частиц наблюдаются вблизи боковой поверхности цилиндра. Именно этот факт обеспечивает возможность регистрации сигналов акустической эмиссии с помощью приемников ультразвуковых волн, которые располагаются либо на поверхности, либо над боковой поверхностью цилиндра. При этом нелишним будет указать, что из экспериментальных данных, полученных и систематизированных профессором Недосекой А. Я. [3], следует, что сигналы акустической эмиссии распространяются в объемах контролируемых металлоизделий со скоростью  $v_s$  волн сдвига. Поскольку скорости волн Рэлея и волн сдвига максимально отличаются друг от друга на 12,6% (этому соответствует экзотическое значение коэффициента Пуассона  $\nu = 0$ ), постольку можно утверждать, что в условиях реальных экспериментов волны Рэлея и волны сдвига чрезвычайно сложно отличить друг от друга. В подобной ситуации необходимо руководствоваться следующим принципом – вдоль поверхности твердого тела волны сдвига не распространяются; распространяются только лишь волны Рэлея или подобные им высокочастотные компоненты первой нормальной волны. Исходя из этого, можно предположить, что в упомянутых выше экспериментах регистрировались и наблюдались поверхностные волны.

Уровни абсолютных значений функций Грина  $\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, 0, 0)$  для номеров  $n \geq 2$  имеют один и тот же порядок величины. При этом максимальные значения функций Грина достаточно хорошо коррелируют с максимальными значениями групповых скоростей соответствующих нормальных волн. Графики безразмерных, нормированных на величину  $v_s$ , групповых скоростей показаны в левой полуплоскости рис. 3. Одной из причин подобной корреляции следует считать кинематику распространяющихся нормальных волн. Когда ветвь корней уравнения (5) приближается к асимптоте  $\zeta_c$ , движение во фронте нормальной волны становится все более похожим на движение материальных частиц во фронте продольной волны. При этом возникают условия для максимально возможного потребления нормальной волной энергии точечного пульсирующего источника.

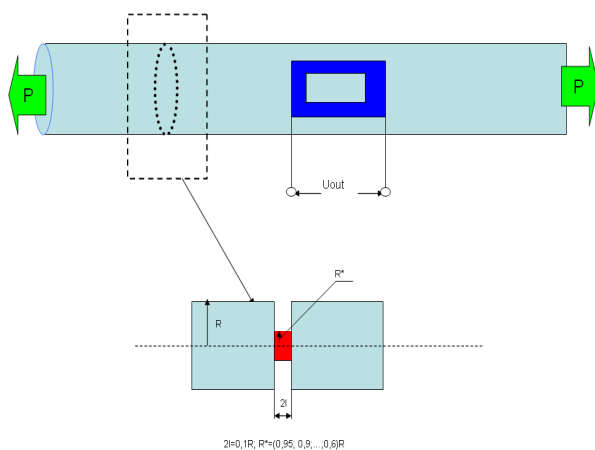
Если точечные источники (источники шумов акустической эмиссии) занимают некоторую область пространства и их осесимметричная составляющая локализована в области  $(R_1 \leq R_0 \leq R_2; z_1 \leq z_0 \leq z_2)$ , а энергия этих источников (сила  $F_0$ ) распределена в области существования источников с объемной плотностью  $\Pi(R_0, z_0)$ , то амплитудный множитель  $n$ -ой нормальной волны определяется через функцию Грина следующим образом:

$$C_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{F_0}{12GR} \times \int_{R_1}^{R_2} \int_{z_1}^{z_2} R_0 \Pi(R_0, z_0) \Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0) dR_0 dz_0. \quad (20)$$

По всей вероятности, плотность распределения энергии источников акустической эмиссии прямо пропорциональна объемной деформации, т. е.  $\Pi(R_0, z_0) = K \varepsilon_V(R_0, z_0)$ , где  $K$  - размерный ( $1/м^3$ ) коэффициент пропорциональности, который определяется экспериментально в каждом конкретном случае;  $\varepsilon_V(R_0, z_0)$  - линейный инвариант тензора деформации или объемная деформация в точке с координатами  $R_0, z_0$ .



**Рисунок 3 – Частотный спектр волновых чисел и функции Грина (правая полуплоскость) и нормированные групповые скорости (левая полуплоскость) первых осесимметричных нормальных волн в изотропном цилиндре кругового поперечного сечения**



**Рисунок 4 – Схема моделируемой ситуации**

В свете полученных результатов был рассмотрен модельный пример, имеющий место

при проведении акусто-эмиссионных исследований или настройке акусто-эмиссионной аппаратуры что показано на рис. 4. Прямоугольником синего цвета обозначен условный приемник акустических шумов, стрелками обозначено прилаемое усилие, отдельно показана выточка с размерами. Эта выточка обычно именуется концентратором, на самом же деле, таким образом формируется поле когерентных источников шумов акустической эмиссии. Без этой выточки источники располагались бы по всему объему стержня случайным образом.

По стандартной методике:

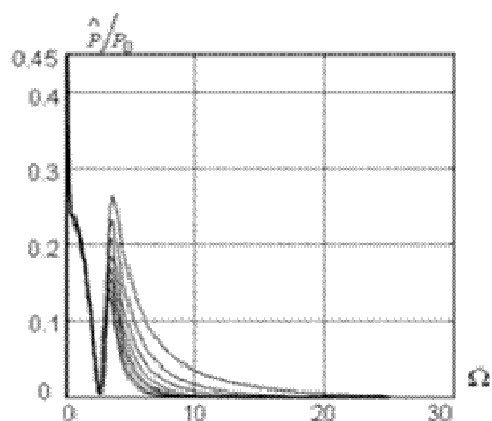
$$P_z = -\frac{i\omega}{4} \int_S (\sigma_{zj}^* u_j - \sigma_{zj} u_j^*) dS, \text{ где звездочкой}$$

обозначены комплексно сопряженные выражения, рассчитаны потоки мощности для трех первых мод нормальных волн

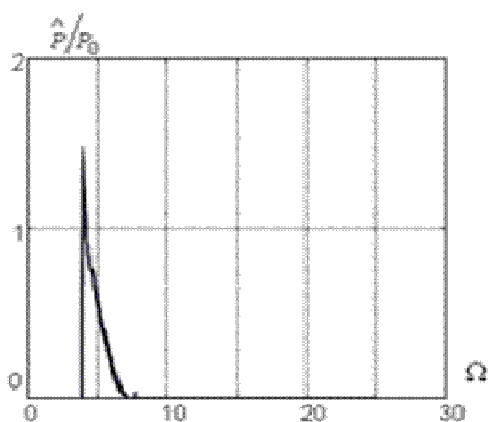


возбуждаемых при растяжении стержня с выточкой. Результат приведен на рис. 5.

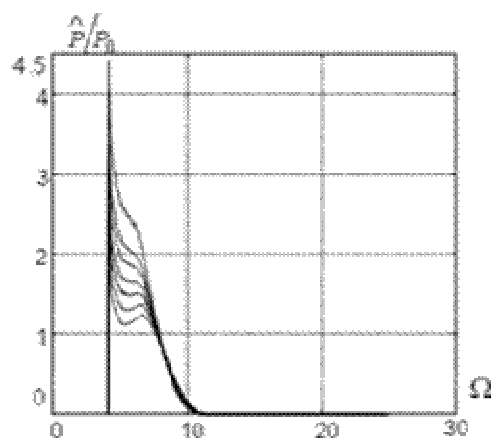
Исходя из полученных результатов, можно сделать выводы, что в рассмотренной модели задания поля когерентных источников выемкой на поверхности стержня в одночасье возбуждаются несколько мод нормальных волн, которые очевидно складываются между собой случайным образом при удалении от источников. В зависимости от расположения приемника регистрируется некоторая случайная их комбинация, которая для другого расположения приемника будет существенно отличаться. Это естественно сказывается на достоверность настройки акусто-эмиссионной аппаратуры и последующей ее эксплуатации. Эта ситуация предположительно вызвана тем, что снимаемая поверхностный слой, делая выемку, мы повышаем эффективность возбуждения высших мод в ущерб низшим.



а)



б)



в)

**Рисунок 5 – Поток мощности для первой, второй и третьей моды нормальной продольной осесимметричной волны**

### ВЫВОДЫ

Основные результаты настоящей статьи можно сформулировать следующим образом:

1) впервые получены выражения для расчета амплитудных множителей нормальных волн, которые возбуждаются в изотропных цилиндрах кругового поперечного сечения точечным источником с частотным спектром  $1/f$ . Эти выражения имеют смысл функции Грина для соответствующей нормальной волны;

2) выполнена первичная оценка частотно зависимого изменения функций Грина для первых пяти нормальных волн для случая, когда точечный пульсирующий источник располагается на оси цилиндра в начале координат. Показано, что функция Грина первой нормальной волны почти что в 40 раз превышает уровни абсолютных значений функций Грина второй и последующих по номеру нормальных волн;

3) высказано аргументированное предположение о том, что сигналы акустической эмиссии практически полностью формируются первой нормальной волной, которая в области высоких частот по своим кинематическим характеристикам практически не отличается от поверхностной волны Рэлея;

4) предложена схема расчета амплитудных множителей нормальных волн, которые возбуждаются в цилиндре полями когерентных источников шумов акустической эмиссии;

5) рассмотрено влияние задания поля когерентных источников на достоверность настройки аппаратуры для акусто-эмиссионной диагностики.

1. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.
2. Назарчук З. Т., Скальський В. Р. Акустико-емісійне діагностування елементів конструкцій: Науково-технічний посібник: У 3т. - Т.2.Методологія акустико-емісійного діагностування. - К.: Наук. думка, 2009. - 263с.
3. Недосека А. Я Основы расчета и диагностики сварных конструкций. - К.: Издательство «ИНДПРОМ», 2008. - 81бс.
4. Карпусь В. В., Петрищев О. Н. Исследование закономерностей формирования волновых полей в упругом стержне источниками шумов акустической эмиссии. Часть 1. Низкочастотная асимптотика волнового поля источников шумов акустической эмиссии в стержне кругового поперечного сечения // Электроника и связь.— 2013.— №6.— С.54—61
5. Петрищев О.Н. Электромагнитное возбуждение ультразвуковых продольных волн в изотропных металлических цилиндрах. Часть 1. Расчет амплитудных множителей нормальных волн и определение частотной характеристики ультразвукового преобразователя // Акуст. вісн.— 2007.— Т. 10.— №1. — С. 54— 68.
6. Карпусь В. В., Петрищев О. Н. Исследование закономерностей формирования волновых полей в упругом стержне источниками шумов акустической эмиссии. Часть 2. Функция Грина осесимметричной составляющей шумов акустической эмиссии в упругих стержнях // Электроника и связь.— 2014.— №1.— С.54— 61

**Поступила в редакцію 22.05.2014р.**

**Рекомендували до друку: докт. техн. наук  
Петрищев О. Н. та докт. техн. наук  
Горбійчук М. І.**