

УДК 681.5:519.91

ЗАДАЧА ВИЯВЛЕННЯ ТА КРИТЕРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

***Кропивницька В. Б.**

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, Україна, 76019; тел.(03422)50-45-21; e-mail:vitalia.krop@gmail.com

У статті сформовано структуру системи формування рішень і модель проекту рішень. Проаналізовано особливості задач виявлення відхилень технологічних процесів від нормального режиму роботи в умовах невизначеності. На основі аналізу В-критерію і критерію Неймана-Пірсона розроблено функціональні структури пристроїв обробки даних, що реалізують процедуру перевірки відношення правдоподібності. Доведено переваги критерію Неймана-Пірсона.

Ключові слова: задача виявлення, пристрій обробки даних, критерій прийняття рішень, поріг, невизначеність, простір спостережень.

В статье сформировано структуру системы формирования решений и модель проекта решений. Проанализированы особенности задачи обнаружения отклонений технологических процессов от нормального режима работы в условиях неопределенности. На основании В-критерия и критерия Неймана-Пирсона разработано функциональные структуры приборов обработки данных, реализующих процедуру проверки отношения правдоподобия. Доказано преимущества критерия Неймана-Пирсона.

Ключевые слова: задача обнаружения, устройство обработки данных, критерий принятия решений, порог, неопределенность, пространство наблюдений.

In the article the structure of the decision-making system and the model of the decision-making process are formed. The peculiarities of problems of detecting deviations of technological processes from the normal operating mode under uncertainty conditions are analyzed. Based on the analysis of the B-criterion and the Neumann-Pearson criterion, functional structures of data processing devices implementing the procedure for verifying the likelihood ratio are developed. The advantages of the Neumann-Pearson criterion are proved.

Keywords: detection problem, data processing device, decision criterion, threshold, uncertainty, observation space.

Вступ. У загальному вигляді [1] задача прийняття рішень може бути представлена схемою $\{x\}, y \rightarrow x^*$, де $\{x\}$ – множина альтернатив, x^* – обрана альтернатива, y – функція вибору, тобто правило, яке встановлює перевагу на множині альтернатив. Такого типу задачі властиві системам управління технологічними об'єктами нафтогазовидобувної промисловості, що функціонують за умов апріорної та поточної невизначеності щодо структури і параметрів об'єкта. В першу чергу це задачі виявлення відхилень технологічного процесу від нормального режиму з метою запобігання створенню аварійних ситуацій або зміни вектора керувальних дій. Зокрема вирішення таких задач в бурінні свердловин розглядається як важливий метод підвищення ефективності буріння не тільки вертикальних, але й похило-скерованих і горизонтальних свердловин [2, 3, 4]. За таких обставин, а також

враховуючи ключову роль викопних копалин у створенні енергетичної безпеки та критеріїв прийняття рішень в невизначеності набуває особливої актуальності.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Питанням виявлення відхилень технологічних процесів від норми та критеріям прийняття рішень в умовах невизначеності присвячені досягнення цілого ряду вітчизняних авторів – Гордійчук М. І., Семенов Г. Н. [3], Воронін А. Н. [6, 7, 8], Шередєко Ю. Л. [14], а також зарубіжних Pirovolou D. [4], Шмідт А. П., Балденко Ф. Д. [2], Большаков А. А. [5], Soaty T. L. [9], Нестерова Т. Н., Кузнецов Ю. А., Макаров А. А. [10], Khan R. A. [11], Клигине Н., Телькснис Л. [12], Никифоров І. В. [13] та ін.

Водночас особливостям виявлення відхилень технологічних параметрів від норми і критеріям прийняття рішень в умовах невизначеності процесу буріння свердловин,

який є найбільш складним і затратним, роботах вітчизняних і зарубіжних учених майже не приділяється уваги. З огляду на це проблеми виявлення та критерії прийняття рішень в умовах невизначеності потребують особливої важливості і потребують докладного дослідження.

Мета статті: проаналізувати особливості задач виявлення і методи формування рішень в умовах невизначеності на засадах В-критерію і критерію Неймана-Пірсона.

Основні результати досліджень. В задачах виявлення першим елементом, що створює деяку вхідну величину x , є джерело повідомлень (рис. 1).

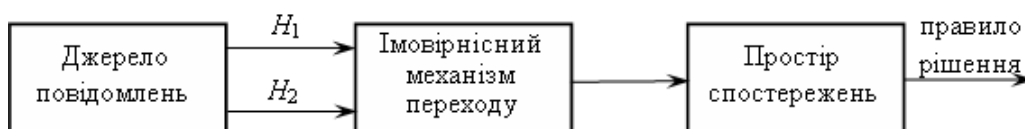


Рисунок 1 – Структура системи формування рішень

Вхідна величина є результатом вибору із двох можливих значень, які можна назвати гіпотезами H_1 і H_2 . У загальному випадку це може бути m гіпотез, які позначимо через H_0, H_1, \dots, H_{m-1} .

Існує декілька типових джерел повідомлень, але у кожному випадку нам невідомо, яка гіпотеза є істинною.

Другим елементом структури системи формування рішень є імовірнісний механізм

переходу. Його можна розглядати як деякий пристрій, який знає, яка гіпотеза є істинною. Грунтуючись на цьому знанні. Цей елемент генерує деяку точку в просторі спостережень у відповідності з деяким імовірнісним законом.

Третім елементом задачі теорії рішень є простір рішень, який розглянемо на прикладі моделі, що наведена на рис. 2.

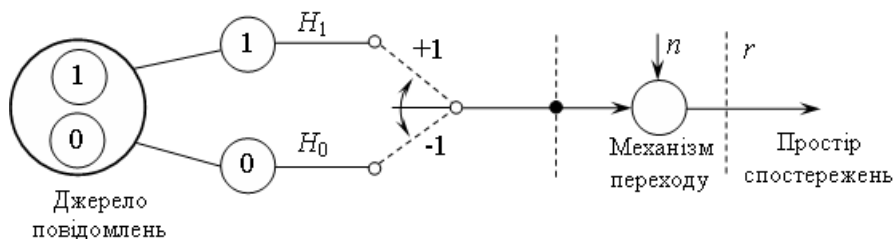


Рисунок 2 – Модель простору рішень

Коли справедлива гіпотеза H_0 , джерело повідомлень генерує -1, а коли справедлива гіпотеза H_1 – джерело генерує +1.

До вихідної величини джерела повідомлень додається незалежна дискретна випадкова величина n . Сума вихідної величини джерела і величини n є величиною r , що спостерігається. При наявності двох гіпотез маємо

$$H_1: r = 1 + n; H_0: r = -1 + n.$$

Четвертим елементом задачі виявлення є правило рішення. Після спостереження результату в просторі спостережень доцільно встановити, яка гіпотеза була істинною. Для такої процедури вводимо правило розв'язання, згідно з яким кожна точка відноситься до однієї з гіпотез і є точкою в просторі спостережень. Цей простір відповідає ряду N результатів спостережень: $r_1, r_2, r_3, \dots, r_N$. Тому кожний ряд можна представити як точку в N -вимірному просторі спостережень і позначити вектором \vec{r} , тобто

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{pmatrix}.$$

Імовірнісний механізм переходу генерує точки в просторі спостережень у відповідності з двома невідомими умовними щільностями розподілу ймовірностей

$$P_{r|H_1}(R|H_1) \text{ та } P_{r|H_0}(R|H_0),$$

де R – очікувана величина втрат, тобто ризик.

Подальшою метою є використання цієї інформації для вибору відповідного правила рішення. Для цього можна скористатися байєсівською методологією (В-критерій) і критерієм Неймана-Пірсона [15, 16, 17].

Враховано, що В-критерій ґрунтується на двох припущеннях. Перше полягає у тому, що значення вихідної величини джерела

повідомлень підпорядковується деяким розподілам ймовірностей, які для двох гіпотез позначимо відповідно через P_1 і P_0 і дамо їм назву – апріорні ймовірності. Ці ймовірності відображають інформацію, якою володіє спостерігач до проведення експериментів.

Друге припущення полягає у тому, що кожній із можливих дій приписується деяка вартість. Позначимо вартість можливих результатів при H_1 і H_0 :

- правильна H_0 , вибираємо H_0 – вартість B_{00} ;
- правильна H_0 , вибираємо H_1 – вартість B_{10} ;
- правильна H_1 , вибираємо H_1 – вартість B_{11} ;
- правильна H_1 , вибираємо H_0 – вартість B_{01} .

Перша цифра індексу вартості B означає вибрану гіпотезу, а друга – гіпотезу, що була правильною.

Кожний експеримент (спроба) зв'язаний з певними втратами і тому бажано правило рішення сформулювати так, щоб в середньому ці втрати були мінімальними.

Отже, позначивши очікувану величину втрат як ризик R , маємо [15, 16]:

$$R = B_{00}P_0P(H_0/H_0) + B_{10}P_0P(H_1/H_0) + B_{11}P_1P(H_1/H_1) + B_{01}P_1P(H_0/H_1) \rightarrow \min'$$

де P – поточна ймовірність повідомлення.

Оскільки, згідно з правилом рішення слід обирати H_0 і H_1 , то його можна розглядати як правило розбиття простору рішень Z на два підпростори – Z_0 і Z_1 . якщо результат спостереження опиниться в підпросторі Z_0 , то приймаємо H_0 , а якщо в Z_1 – то H_1 .

Тепер можна записати вираз для ризику R через перехідні ймовірності і підпростори рішень Z_0, Z_1

$$R = B_{00}P_0 \int_{Z_0} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} + B_{10}P_0 \int_{Z_1} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} + B_{11}P_1 \int_{Z_1} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} + B_{01}P_1 \int_{Z_0} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} \quad (1)$$

де \bar{R} – середнє значення ризику.

Відзначимо, що для N -вимірнього простору спостережень інтеграли (1) є N -кратними. Слід враховувати, що вартість помилково прийнятого рішення вище, ніж вартість правильного рішення, тобто

$$B_{10} > B_{00}, B_{01} > B_{11}. \quad (2)$$

Щоб визначити результат байєсівського випробування, необхідно вибрати простори рішень Z_0 і Z_1 так, щоб величина ризику R була зведена до мінімуму. Врахуємо, що вимога обов'язкового прийняття рішення означає, що кожна точка \bar{R} простору спостережень повинна бути представлена відповідно в просторі $Z_0 \cup Z_1$, тобто $Z = Z_0 + Z_1$.

Перепишемо рівняння (1) у такому вигляді

$$R = B_{00}P_0 \int_{Z_0} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} + B_{10}P_0 \int_{Z-Z_0} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} + B_{11}P_1 \int_{Z-Z_0} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} + B_{01}P_1 \int_{Z_0} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} \quad (3)$$

Враховуючи, що

$$\int_Z P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} = \int_Z P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} = 1,$$

формулу (3) для ризику можна переписати у такому вигляді

$$R = P_0B_{10} + P_1B_{11} + \int_{Z_0} [P_1(B_{01} - B_{11})P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1)] d\bar{R} - \int_{Z_0} [P_0(B_{10} - B_{00})P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0)] d\bar{R} \quad (4)$$

Перші два члена в формулі (4) відповідають фіксованій вартості B , а інтеграл характеризує вартість, яка визначається точками R , що відносяться до Z_0 .

Зроблене в формулі (3) припущення ґрунтується на тому, що різниці вартості у круглих дужках є додатними. Тому усі значення ризику R , коли другий член більше першого, слід включити в Z_0 , оскільки ними вноситься в інтеграл від'ємна величина. Аналогічно, якщо другий член менше першого, усі значення ризику R слід виключити із Z_0 (тобто віднести до Z_1), оскільки ними вноситься в інтеграл додатна величина. Значення R , які відповідають рівності двох членів, на вартість не впливають і тому їх можна розподілити довільно. Припустимо, що ці точки відносяться до H_1 і не враховуватимемо їх в подальших міркуваннях.

Отже, області рішень визначаються наступною умовою: якщо

$$P_1(B_{01} - B_{11})P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) \geq \geq P_0(B_{10} - B_{00})P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0), \quad (5)$$

то слід віднести \bar{R} до Z_1 .

Це означає, що істинною є гіпотеза H_1 . в протилежному випадку приписуємо \bar{R} до Z_0 і стверджуємо, що істинною є гіпотеза H_0 .

Формулу (5) можна записати у такому вигляді:

$$\frac{P_{Z/H_1}(\bar{R}/H_1)}{P_{Z/H_0}(\bar{R}/H_0)} > H_1 \text{ або } H_0 < \frac{P_0(B_{10} - B_{00})}{P_1(B_{01} - B_{11})}. \quad (6)$$

Ліва частина нерівності (6) фактично є відношенням правдоподібності

$$\Lambda(\bar{R}) = \frac{P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1)}{P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0)}. \quad (7)$$

Оскільки $\Lambda(\bar{R})$ є відношення двох функцій випадкової величини, то вона є випадковою величиною, яка незалежно від розмірності \bar{R} є одновимірною.

Що стосується величини в правій половині формули (6), то вона по суті є порогом випробування

$$\eta = \frac{P_0(B_{10} - B_{00})}{P_1(B_{01} - B_{11})}. \quad (8)$$

Отже, В-критерій приводить нас до критерію відношення правдоподібності

$$\Lambda(\bar{R}) > H_1 \text{ або } H_0 < \eta. \quad (9)$$

Бачимо, що уся процедура обробки даних зводиться до обчислення відношення правдоподібності $\Lambda(\bar{R})$. При цьому розподіл апріорних ймовірностей або вартості на $\Lambda(\bar{R})$ не впливають. Така інваріантність процедури обробки інформації має велике практичне значення.

Це обумовлено тим, що часто вартості і апріорні ймовірності визначаються на підставі лише досвіду і інтуїції. Умова (9) дозволяє синтезувати пристрій обробки даних, розглядати η як змінний поріг, який враховує зміни в наших оцінках апріорних ймовірностей і вартостей.

Оскільки ліва і права частина нерівності (9) – величини додатні і натуральний логарифм – монотонна функція, прологарифмуємо цей вираз:

$$\ln \Lambda(\bar{R}) > H_1 \text{ або } H_0 < \ln \eta. \quad (10)$$

Вираз (10) є еквівалентною формою запису критерію відношення правдоподібності (9).

Процедура перевірки відношення правдоподібності може бути реалізована за допомогою двох відповідних структур пристрою обробки даних, що наведені на рис. 3.

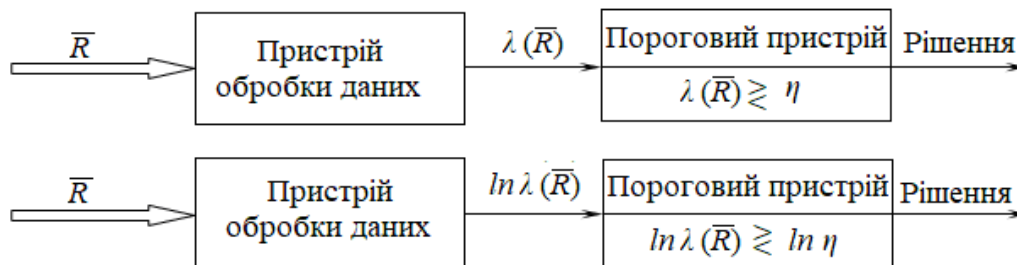


Рисунок 3 – Функціональні структури пристроїв обробки даних, що реалізують процедуру перевірки відношення правдоподібності

Відзначимо, що дані, які спостерігаються повинні задовольняти умову достатньої статистики [16, 17]. Достатня статистика є функцією прийнятої інформації. Вона має таку властивість, що $\Lambda(\bar{R})$ можна записати як функцію достатньої статистики. При винесенні рішення знання величини достатньої статистики є таким же вичерпним як і знання ризику R .

Різноманітність технологічних ситуацій призводить до необхідності використання спеціальних критеріїв Байеса.

Наприклад, якщо $B_{00}=B_{11}=0$, а $B_{01}=B_{10}=1$, то вираз для ризику (4) приводиться до такого вигляду

$$R = P_0 \int_{Z_1} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} + P_1 \int_{Z_0} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R}. \quad (11)$$

Формула (11) характеризує повну ймовірність допущення помилки. Отже, для даного розподілу вартості В-критерій мінімізує повну ймовірність помилки. При цьому критерій можна записати так

$$\ln \Lambda(\bar{R}) > H_1 \text{ або} \\
 H_0 < \ln \frac{P_0}{P_1} = \ln P_0 - \ln(1 - P_0). \quad (12)$$

Якщо дві гіпотези H_1 і H_0 рівноймовірні, тобто однаково правдоподібні, поріг η дорівнює нулю. Це припущення справедливе щодо цифрових систем [16]. Такі пристрої обробки даних є приймачами з мінімальною ймовірністю помилки.

Другим прикладом є ситуація, коли апіорні ймовірності невідомі. Для дослідження такого варіанту запишемо ймовірності із формули (3) у такому вигляді

$$P_x = \int_{Z_1} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R}, \quad (13)$$

$$P_e = \int_{Z_1} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R}, \quad (14)$$

$$P_n = \int_{Z_0} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} = 1 - P_e, \quad (15)$$

де P_x – ймовірність хибної тривоги, тобто ми стверджуємо те, чого насправді не існує;

P_e – ймовірність виявлення, тобто те, що ми стверджуємо дійсно має місце;

P_n – ймовірність пропуску, тобто те, що ми заперечуємо насправді існує.

Відзначимо, що значення цих ймовірностей є умовними.

З урахуванням нових позначень формула (3) для ризику Байеса набуває такого вигляду

$$R = P_0 B_{10} + P_1 B_{11} + P_1 (B_{01} - B_{11}) P_n - \\
 - P_0 (B_{10} - B_{00}) (1 - P_x) \quad (16)$$

Оскільки $P_0 = 1 - P_1$, то формула (16) набуває такого вигляду

$$R(P_1) = B_{00} (1 - P_x) + B_{10} P_x + \\
 + P_1 [(B_{11} - B_{00}) + (B_{01} + B_{11}) P_n - (B_{10} - B_{00}) P_x] \quad (17)$$

B -критерієм можна скористатися також у випадку, коли усі вартості і апіорні ймовірності відомі. Дійсно, по мірі зміни P_1 змінюється також і область рішень для B -критерію та ймовірності P_x і P_n , припускаємо, що $P_1 = P_1^*$ і застосуємо B -критерій. Спочатку зафіксуємо поріг η і припустимо, що P_1 може змінюватися. Величину ризику для цього випробування з фіксованим набором позначимо як $P_x(P_1^*, P_1)$. Оскільки поріг зафіксовано, то P_x і P_n також фіксовані і вираз (17) є рівнянням прямої лінії. Оскільки для $P_1 = P_1^*$ застосовано B -

критерій, то пряма лінія торкається кривої $R_B(P_1)$ саме в цій точці (рис. 4). Розглядаючи формулу (8) бачимо, що поріг η змінюється в залежності від P_1 неперервно. Отже, при будь-якій ймовірності $P_1 \neq P_1^*$ поріг B -критерію буде іншим, оскільки B -критерій мінімізує величину ризику

$$R_x(P_1^*, P) \geq R_B(P_1). \quad (18)$$

Якщо $\Lambda(\bar{R})$ – неперервна випадкова величина з монотонною функцією розподілу ймовірностей, то зміна порогу η завжди викликає зміну ризику. Крива $R_B(P_1)$ обернена угнутістю униз і при цьому нерівність (18) завжди виконується.

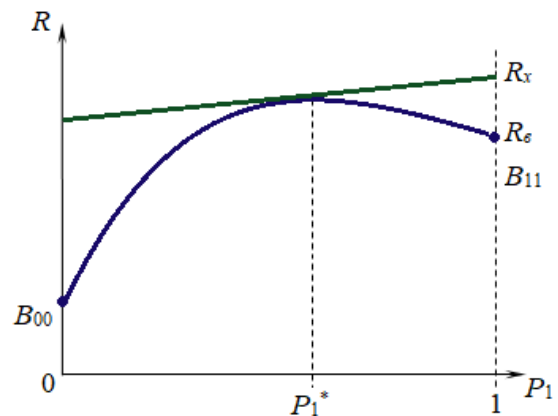


Рисунок 4 – Графіки залежностей ризику R_x хибної тривоги і R_B від ймовірності P_1

Особливим випадком є розподіл вартості, коли $B_{00} = B_{11} = 0$. Позначимо $B_{01} = B_n$, а $B_{10} = B_x$, тоді вираз для ризику набуває такого вигляду

$$R_x = B_x P_x + P_1 (B_n P_n - B_x P_x) = \\
 = P_0 B_x P_x + P_1 B_n P_n, \quad (19)$$

і мінімаксне рівняння буде таким

$$B_n P_n = B_x P_x. \quad (20)$$

Відзначимо, що мінімаксним критерієм є B -критерій, розрахований на мінімізацію максимально можливого ризику R .

Проте в багатьох технологічних ситуаціях буває важко передбачити достатньо реалістичні вартості і апіорні ймовірності. Цього можна уникнути, якщо перейти до умовних ймовірностей P_x і P_e і скористатися критерієм Неймана-Пірсона [15].

Обчислимо ймовірність хибних тривог $P_x = \alpha' \leq \alpha$ і побудуємо критерій, що максимізує ймовірність виявлення P_e (або мінімізуючий ймовірність припуску P_n) при

вказаному обмеженні. Розв'язання цієї задачі можна отримати, використовуючи метод множників Лагранжа.

Отже, побудуємо функцію F :

$$F = P_n + \lambda [P_x - \alpha'], \quad (21)$$

або

$$F = \int_{Z_0} P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1) d\bar{R} + \lambda \left[\int_{Z_1} P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0) d\bar{R} - \alpha' \right], \quad (22)$$

де λ – поріг.

Якщо $P_x = \alpha'$, то мінімізація F веде до мінімізації P_n :

$$F = \lambda(1 - \alpha') \cdot \int_{Z_0} [P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1)] d\bar{R} - \int_{Z_0} [\lambda \cdot P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0)] d\bar{R}. \quad (23)$$

При будь-якому додатному значенні λ критерій відношення правдоподібності мінімізує функцію F . Від'ємне значення λ веде до критерію правдоподібності з нерівностями протилежного сенсу.

Цей факт впливає із формули (23) безпосередньо, оскільки для мінімізації F ми відносимо точку \bar{R} до області Z_0 тільки тоді, коли член в квадратних дужках від'ємний.

Це еквівалентно критерію

$$\frac{P_{r/H_1}(\bar{R}/H_1)}{P_{r/H_0}(\bar{R}/H_0)} < \lambda. \quad (24)$$

Тому відносимо точку до області Z_0 або висуваємо гіпотезу H_0 .

Величина в лівій частині формули (22) є відношенням правдоподібності і мінімізується за критерієм відношення правдоподібності

$$(\bar{R}) > H_1 \text{ або } H_0 < \lambda. \quad (25)$$

Щоб задовольнити це обмеження слід вибирати λ таким, щоб $P_x = \alpha'$. Якщо позначити

густину ймовірності величини A через $P_{A/H_0}(\bar{A}/H_0)$, то цей вибір рівносильний вимозі

$$P_x = \int_{\lambda} P_{A/H_0}(\bar{A}/H_0) d\bar{A} = \alpha'. \quad (26)$$

Значення порогу λ , визначене з формули (26) буде додатнім, оскільки $P_{A/H_0}(\bar{A}/H_0) = 0$ при від'ємних значеннях λ . Зменшення λ еквівалентне збільшенню Z_1 -області, де ми стверджуємо, що істинною є гіпотеза H_1 . Отже P_e зростає по мірі зменшення λ . Тому λ зменшимо до того значення, коли отримаємо максимально можливе $\alpha' \leq \alpha$. У більшості випадків P_x є неперервною функцією λ і $P_x = \alpha$.

Отже, для розглянутих критеріїв оптимальна процедура випробувань полягає в обробці результатів спостереження R з метою пошуку відношення правдоподібності $A(\bar{R})$ і порівняння його з порогом λ для того, щоб прийняти рішення. Таким чином, незалежно від числа вимірювань простору спостереження простір рішень є одновимірним.

Висновок. Правило, що ґрунтується на критерії Неймана-Пірсона, забезпечує отримання максимальної умовної ймовірності правильного виявлення P_e при заданій умовній ймовірності хибної тривоги P_x . Отже, це правило при заданому рівню значущості дає найбільшу потужність рішення в порівнянні з іншими правилами.

Порогове відношення правдоподібності A повністю визначається значеннями P_e і P_x , які повинна забезпечити система виявлення. В цьому перевага критерію Неймана-Пірсона.

В практичних розрахунках доцільно замість умовної ймовірності хибної тривоги використовувати середнє число хибних тривог n_x в одиницю часу або середній часовий інтервал t_x між хибними тривогами; $t_x = 1/n_x$.

Можна використовувати також ймовірність виникнення хибної тривоги на заданому відрізьку робочого часу t_w системи виявлення.

Правило вибору рішення, що використовує критерій Неймана-Пірсона, дозволяє максимізувати умовну ймовірність P_e правильного виявлення при заданих n_x , t_x , P_x і t_w .

1 Губанов В. А. Введение в системный анализ Учеб. пособие / Под ред. Л.А. Петросяна / В. А. Губанов, В. В. Захаров, А. Н. Коваленко. Л.: Изд-во ЛГУ. – 1988 – 232с.

2 Шмидт А. П. Перспективы применения автоматизированной системы управления режимом бурения в установках с непрерывной колонной гибких труб (coiled tubing) / А. П. Шмидт, Ф. Д. Балденко, Н. А. Шмидт // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – 2003, №12. С. 7-8.

3 Горбійчук М. І. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин / М. І. Горбійчук, Г. Н. Семенцов // Івано-Франківськб Факел. – 2003. – 493с.

4 Pirovolou D/ Drilling Automation: An Automatic Trajectory-Control System JPT. December 2011. – P. 84-87. – Режим доступу: <http://dx.doi.org.10.2118/1211-0084-JPT>.

5 Большаков А. А. Методы обработки многомерных данных ивременных рядов / А. А. Большаков, москва: Горячая линия – Телеком. – 2007. – С. 5-22.

6 Воронин А. Н. Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем / А. Н. Воронин // Proceedings of the XIII-th International Conference “Knowledge-Dialogue-Solution” – 2007. – Vol.1. – Varna. – P. 174-183.

7 Воронин А. Н. Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем / А. Н. Воронин // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – №3. – С. 84-92.

8 Воронин А. Н. Вложенные скалярные свертки векторного критерия / А. Н. Воронин // Проблемы управления и информатики. – 2003. – №5. – С. 10-21.

9 Saaty T. L. Multicriteria Decision Making The Analytic Hierarchy Process / T. L. Saaty // N. Y.: Mc Craw-Hill. – 1990. – 380 p.

10 Нестерова Т. Н. Удаленный управляемый мониторинг бурения как элемент информационной системы «Сопровождение строительства скважин» / Т. Н. Нестерова, Ю. А. Кузнецов, А. А. Макаров // Каротажник. – 2005. – №5-6. – С. 61-65.

11 Khan R/ A/ A note on Page’s two-sided cumulative sum procedures / R. A. Khan // Biometrika. – 1981. – Vol. 68. – P. 717-719.

12 Клизине Н. Методы обнаружения моментов изменения свойств случайных процессов / Н. Клизине, Л. Тельксис // Автоматика и телемеханика. – 1983. – №10. – С. 5-56.

13 Никифоров И. В. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов / И. В. Никифоров. – Москва: Наука. – 1983. – 199 с.

14 Шередко Ю. Л. Кибернетика розвитку / Ю. Л. Шередко // 3-rd International Conference on Computational Intelligence (ComInt 2015)/ - Chetkasy Kyiv-Ukraine. – 12-15 May, 2015. – С. 149-150.

http://ru.bmstu.wiki/index.php&title=Крпмепуи_й_Неймана-Пирсона&oldid=92276>>

15 Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – СПб: Питер. – 2002. – 608 с.

16 Дьяконов В. Обработка сигналов и изображений: Специальный справочник. – СПб: Питер. – 2002. – 608 с.

Поступила в редакцію 3.05.2018 р.
Рекомендували до друку: докт.техн.наук, проф. Олійник А. П., докт. техн. наук, проф. Юрчишин В. М.