

ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК 681.242.389

ЗАСТОСУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ КІНЦЕВИХ АВТОМАТІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ КОМПОНЕНТІВ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

© Кричевець Олександр, 2017

Державне підприємство “Науково-дослідний інститут метрології вимірювальних та управляючих систем”,
вул. М. Кривоноса, 679008, Львів, Україна

Розглянуто динамічні властивості обчислювальних компонентів вимірювальних систем на базі теорії елементарних кінцевих автоматів. Показано, що динамічні властивості обчислювальних компонентів у представленні елементарного автомата Мілі виникають переважно внаслідок змін вхідних сигналів $x(t)$. Для обчислювальних компонентів у представленні елементарного автомата Мура динамічні властивості залежать від метрологічного стану компонентів. Подано результати розрахунків динамічних характеристик обчислювальних компонентів, які використовують типові обчислювальні алгоритми. Ключові слова: обчислювальний компонент, автомат Мілі, автомат Мура, динамічні характеристики.

Рассмотрены динамические свойства вычислительных компонентов измерительных систем на базе теории элементарных конечных автоматов. Показано, что динамические свойства вычислительных компонентов в представлении элементарного автомата Мили возникают преимущественно в результате изменений входных сигналов $x(t)$. Для вычислительных компонентов в представлении элементарного автомата Мура динамические свойства зависят от метрологического состояния компонентов.

Представлены результаты расчетов динамических характеристик вычислительных компонентов, которые используют типовые вычислительные алгоритмы.

Ключевые слова: вычислительный компонент, автомат Мили, автомат Мура, динамические характеристики.

The results of research dynamic properties of computing components of measuring systems is considered. It is shown that the dynamic properties of computing components in the presentation Mealy machine arising due to the dynamic changes in input signals $x(t)$. For the computing components to present Moore dynamic properties are determined mainly dynamic changes of metrological conditions computing components.

A distinctive feature of Mealy machines is that their output signals depend on the state of the machine, and the value of the input signal. In Moore machine outputs $y(t)$ at each discrete time t is uniquely determined by the state machine at the same time and do not depend on the input signal. Hence, if the input mealy machine that keeps the same state will change the input of its value and in time, the output signal will change according to the algorithm of the machine. In the Moore machine this happens, change the output signal is possible only after the change in status.

Therefore, when you receive repeated the same input signal at the outputs Moore machine can form various signals. In Moore machines forming the output signal takes time, and is usually divided into cycles. In each cycle, depending on the input signal and state machine output signal is formed and a new state. Thus, we can say that the output signal Moore automaton depends on the sequence of inputs. This causes the output depending on the time of admission to the input signal machine.

Hence, one should note the existence of dynamic properties of the machine during operation.

So the dynamic properties of computing component in the presentation Mealy machine arising due to the dynamic changes in the time of the input signals $x(t)$. For the computing component to present Moore machine dynamic properties are determined mainly dynamic changes of metrological conditions of computing component.

Then the dynamic properties of computing component in the presentation Mealy machine determined dynamic characteristic – the dependence of error of the results of numerical measurement conversion on the values of the error signal input at the time, and for the computing component to present Moore machine – dependent error numerical measuring conversion of options approach, which, in fact, responsible for change computing component metrological conditions at the time.

The first type conversion is typical in the implementation of computational algorithms for the calculation formula, and the other type – in the implementation of computational algorithms for approximate calculation.

A computational experiments with different types of computer algorithms are presented. For the first type conversion formula used for linear dependencies. For the second – iterative procedures and numerical integration.

Key words: computing component, Mealy machine, Moore machine, dynamic characteristic.

Вступ. Обчислювальні компоненти (ОК) вимірювальних систем, що являють собою числові вимірювальні перетворювачі, мають особливі специфічні властивості, які відрізняють їх від апаратних вимірювальних перетворювачів. Базовою відмінністю функціональних властивостей ОК від ЗВТ є те, що ОК реалізують детерміновані процедури над дискретними масивами даних, звідси ОК доцільно описати моделлю кінцевого автомата. Модель кінцевого автомата задається математичною схемою, яка характеризується шістьма елементами: кінцевою множиною X вхідних даних (вхідний алфавіт), кінцевою множиною Y вихідних даних (вихідний алфавіт), кінцевою множиною Z внутрішніх станів (алфавіт станів), початковим станом Z_0 , перехідною функцією $\varphi(z, x)$ та функцією виходів $\psi(z, x)$. У кожний момент $t=0, 1, 2$ дискретного часу автомат перебуває у певному стані $z(t)$ з множини Z станів автомата, в початковий момент часу $t = 0$ він завжди буде у початковому стані $z(0) = z_0$. На момент t , будучи у стані $z(t)$, автомат сприймає на вході сигнал $x(t)$ і видає на виході сигнал $y(t)=\psi[z(t), x(t)]$, переходячи у стан $z(t+1)=\varphi[z(t), x(t)]$. У поданні кінцевого автомата узагальнена модель ОК виглядатиме так:

- стан на момент часу $t - Z(t)$; Множина вхідних даних – $X(t)+\Delta X(t)$;
- функція виходів – $Y(t)+\Delta Y(t)=\psi[Z(t), (X(t)+\Delta X(t))]$;
- перехідна функція виду:

$$\varphi[Z(t), (X(t)+\Delta X(t))]. \quad (1)$$

де $\Delta X(t)$ – похибка вхідних даних; $\Delta Y(t)$ – похибка вихідних даних.

Зі співвідношень (1) випливає, що ОК реалізують метрологічну функцію, а саме: перетворення похибок масивів вхідних даних $\Delta X(t) \rightarrow \Delta Y(t)$, причому кожне значення як похибок вхідних даних, так і вихідних даних приписується конкретному фіксованому часу і

відповідному метрологічному стану ОК. Кількісно метрологічний стан ОК визначається значеннями коефіцієнта перетворення похибок вхідних даних f у певному такті, в якому визначається результат вимірювання з похибкою $\Delta Y(t)$. Попередні дослідження ОК вимірювальних систем показали доцільність використання елементів теорії кінцевих автоматів для оцінки їхніх метрологічних властивостей [1–5]. По-перше, доведено, що метрологічні характеристики ОК детерміновані, по-друге, визначено важливу характеристику ОК – коефіцієнт перетворення, яка визначає метрологічний стан ОК під час проведення обчислень, по-третє, виявлено залежність коефіцієнтів перетворення ОК від ймовірності виникнення обчислювальних схем під час функціонування “гнучких” ОК. Водночас не досліджено динамічних властивостей ОК, які відіграють істотну роль у виникненні додаткових похибок вимірювальних систем.

Метою роботи є дослідження динамічних характеристик ОК з використанням елементів теорії кінцевих автоматів.

Теоретичні основи. Зазвичай автомати прийнято розділяти на два класи – елементарні автомати Мілі й автомати Мура [6, 7]. Автомат Мілі можна описати рівнянням (2). Модель автомата Мура описана рівнянням (3):

$$a(t+1) = \delta[a(t), x(t)], y(t) = \lambda[a(t), x(t)] \quad (t = 0, 1, 2, \dots). \quad (2)$$

$$a(t+1) = \delta[a(t), x(t)], y(t) = \lambda(a(t)), \quad (t = 0, 1, 2, \dots). \quad (3)$$

де $a(t)$ – значення стану автомата; $x(t)$ – вхідний сигнал; $\delta(a(t), x(t))$ – функція переходів автомата; $\lambda(a(t), x(t))$ – функція виходів автомата.

Відмінною особливістю автоматів Мілі є те, що їхні вихідні сигнали залежать і від стану автомата, і від значення вхідного сигналу. Автомат Мілі описується двома матрицями: матрицею переходів (табл. 1) і матрицею виходів (табл. 2).

Таблиця 1

Матриця переходів

Table 1

Transition matrix

$x_j \backslash a_i$	a_0	...	a_m
x_1	$\delta(a_0, x_1)$...	$\delta(a_m, x_1)$
...
x_m	$\delta(a_0, x_m)$...	$\delta(a_m, x_m)$

Таблиця 2

Матриця виходів

Table 2

Output matrix

$x_j \backslash a_i$	a_0	...	a_m
x_1	$\lambda(a_0, x_1)$...	$\lambda(a_m, x_1)$
...
x_m	$\lambda(a_0, x_m)$...	$\lambda(a_m, x_m)$

Рядки цих матриць відповідають вхідним сигналам $x(t)$, а стовпці – станам. На перетині стовпця a_i і рядка x_j у матриці переходів ставиться стан $a_j = \delta[a_i, x_j]$, в який автомат перейде зі стану a_i під впливом сигналу x_j ; а в матриці виходів – відповідає цьому переходу вихідний сигнал $y = \lambda[a_i, x_j]$. В автоматах Мура вихідні сигнали у (t) в кожен дискретний момент часу t однозначно визначаються станом автомата в той самий момент часу і не залежать від значення вхідного сигналу. Щоб задати його, потрібна тільки т. зв. зазначена матриця переходів автомата Мура (табл. 3).

Таблиця 3

Зазначена матриця переходів

Table 3

Set transition matrix

y	$\lambda(a_0)$...	$\lambda(a_n)$
$x_j \backslash a_c$	a_0	...	a_n
x_1	$\delta(a_0, x_1)$...	$\delta(a_n, x_1)$
...
x_m	$\delta(a_0, x_m)$...	$\delta(a_n, x_m)$

Звідси, якщо на вході автомата Мілі, що зберігає той самий стан, відбудеться зміна вхідного сигналу за його значенням і в часі, то зміниться і вихідний сигнал відповідно до алгоритму роботи автомата. В автоматі Мура цього не станеться: зміна вихідного сигналу можлива тільки після зміни стану. Тому у випадку багаторазового надходження одного і того самого вхідного сигналу на виходах автомата Мура можуть формуватися різні сигнали.

В автоматах Мура формування вихідного сигналу займає певний час, який зазвичай поділяється на такти. У кожному такті залежно від вхідного сигналу і стану автомата формується вихідний сигнал і новий стан. Отже, можна сказати, що вихідний сигнал автомата Мура залежить від послідовності вхідних сигналів. Це призводить до залежності вихідного сигналу від часу надходження сигналів на вхід автомата. Звідси можна констатувати наявність динамічних властивостей автоматів під час функціонування. Ураховуючи наведені дані, розглянемо метрологічні моделі ОК у представленні автомата Мілі та автомата Мура. Тоді матрицю переходів для ОК у представленні автомата Мілі подано в табл. 4, а матрицю виходів – в табл. 5.

Таблиця 4

Матриця переходів ОК

Table 4

Transition matrix of computing component

$x_j \backslash a_i$	a_0
$x_1(t_1) + \Delta x_1(t_1)$	$\delta(a_0, (x_1(t_1) + \Delta x_1(t_1)))$
...	...
$x_m(t_m) + \Delta x_m(t_m)$	$\delta(a_0, (x_m(t_m) + \Delta x_m(t_m)))$

Таблиця 5

Матриця виходів ОК

Table 5

Output matrix of computing component

$x_j \backslash a_i$	a_0
$x_1(t_1) + \Delta x_1(t_1)$	$y_1(t_1) + \Delta y_1(t_1) = \lambda(a_0, x_1(t_1))$
...	...
$x_m(t_m) + \Delta x_m(t_m)$	$y_m(t_m) + \Delta y_m(t_m) = \lambda(a_0, x_m(t_m))$

Зазначена матриця переходів для ОК у представленні автомата Мура матиме вигляд:

Таблиця 6

Зазначена матриця переходів ОК

Table 6

Set transition matrix of computing component

$x_j a_c$	a_0	...	a_n
$x_1(t_1)+\Delta x_1(t_1)$	$\delta(a_0, (x_1(t_1)+\Delta x_1(t_1)))$...	$\delta(a_n, (x_1(t_1)+\Delta x_1(t_1)))$
...
$x_m(t_m)+\Delta x_m(t_m)$	$\delta(a_0, (x_m(t_m)+\Delta x_m(t_m)))$...	$\delta(a_n, (x_m(t_m)+\Delta x_m(t_m)))$
$y_m(t_m)+\Delta y(t_m)$	$\lambda(a_0, x_m(t_m))$...	$\lambda(a_n, x_m(t_m))$

де $a_0, a_1 \dots a_n$ – значення метрологічних станів ОК [3].

Отже, динамічні властивості ОК у представленні автомата Мілі виникають за рахунок динамічних змін у часі вхідних сигналів $x(t)$. Для ОК у представленні автомата Мура динамічні властивості визначаються переважно динамікою змін метрологічних станів ОК. Тоді динамічні властивості ОК у представленні автомата Мілі визначатимуться динамічною характеристикою – залежністю похибки результатів числового вимірювального перетворення від значень похибки вхідного сигналу у часі, а для ОК у представленні автомата Мура – залежністю похибки числового вимірювального перетворення від параметрів наближення, які, власне, відповідають за зміни метрологічних станів ОК у часі. Перший тип перетворення характерний під час реалізації обчислювальних алгоритмів розрахунку за формулами, а другий тип – під час реалізації обчислювальних алгоритмів наближеного розрахунку [3]. Здійснено обчислювальні експерименти з різними типами обчислювальних алгоритмів. Для першого типу перетворення використовувалися формули розрахунку для лінійних залежностей. Для другого – ітераційні процедури та процедури числового інтегрування.

Визначання динамічної характеристики обчислювального компонента, що реалізує процедуру розрахунку за формулою (лінійна залежність). Розглянемо процедуру лінеаризації результатів прямих вимірювань певної фізичної величини x за формулою:

$$y=2x+3. \quad (4)$$

На вхід обчислювального компонента подавалося значення $x=0,1$, яке приймають за дійсне значення фізичної величини. Отримане значення $y_0=3.2$ фіксують. Далі формують масив n “засмічених” значень

$\{x'_i\}=\{x_i+\Delta x_i\}$ в діапазоні ± 0.5 використовуючи, наприклад, генератор псевдовипадкових чисел. Інтервал значень Δx_i має збігатись з інтервалом похибок результатів прямих вимірювань. Розрахунок виконують за формулою (3), отримуючи масив n значень $\{y'_i\}$. Формують масив похибок обчислень величини:

$$\Delta y_i = \{y'_i - y_0\}, i=1 \dots n. \quad (5)$$

Розраховують коефіцієнти перетворення ОК (функцію переходів) f_i за формулою

$$f_i = \Delta y_i / \Delta x_i \quad \text{за умови, що } \Delta x_i > 0. \quad (6)$$

Отримано масив значень $\{f_i\}$. Результати обчислень наведено в табл. 7.

Таблиця 7

Розрахунок коефіцієнтів перетворення ОК

Table 7

Calculation of computing component conversion coefficient

$\Delta x_i(t)$	$x'_i(t)$	$y'_i(t)$	$\Delta y_i(t)$	f_i
-0,05	0,05	3,1	-0,1	2,0
-0,04	0,06	3,12	-0,08	2,0
-0,02	0,08	3,16	-0,04	2,0
0,01	0,11	3,22	0,02	2,0
0,02	0,12	3,24	0,04	2,0
0,03	0,13	3,26	0,06	2,0
0,04	0,14	3,28	0,08	2,0
0,05	0,15	3,30	0,10	2,0

За результатами обчислень приймають значення коефіцієнта перетворення обчислювального компонента (функції переходів) у діапазоні значень похибок прямих вимірювань $f=2,0$. Це означає, що метрологічний стан ОК для цього обчислення є незмінним. Використовуючи дані табл. 7, визначаємо динамічну характеристику цього ОК. Зміна вихідного сигналу $y'_i=y_0 \pm \Delta y_i$ відбувається за рахунок змін у похибках вхідних сигналів у часі $\Delta x_i(t)$. Звідси динамічна характеристика ОК є залежністю $\Delta y_i(t)=\Delta x_i(t)=\varphi(t)$.

Визначання динамічних характеристик обчислювального компонента, який реалізує процедуру ітераційного розв'язування системи лінійних рівнянь методом Якобі. Розглядають систему з трьох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 12x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases} \quad (7)$$

Ітераційна матриця системи така:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{12}x_3 \\ x_2 = \frac{8}{5} - \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_3 \\ x_3 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 \end{cases} \quad (8)$$

Ітераційний процес полягає у цикловому подаванні попередньо обчисленої величини на вхід обчислювача з певною трансформованою похибкою. Це означає, що функція переходів (функція перетворення) має залежати від кількості циклів ітерації n , тобто метрологічні стани ОК теж повинні залежати від n , що характерно для моделі автомата.

Похибка ітерації залежить від кількості ітерацій n . Отже, для цього обчислювального компонента регламентується динамічна похибка:

$$\Delta_{id}^{(n)} = \Delta x_i^{(n+1)} - \Delta x_i^{(n)}. \quad (9)$$

Подають на вхід обчислювального компонента масив значень початкових наближень:

$$x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)}. \quad (10)$$

Результати розрахунку наведено в табл. 8.

Таблиця 8

Розрахунок значень x_i залежно від кількості ітерацій

Table 8

Calculation of values x_i depending on the number of iterations

	n					
$x_i^{(n)}$	0	1	2	3	4	5
$x_1^{(n)}$	0	0,750	0,927	0,998	0,999	1,00
$x_2^{(n)}$	0	1,600	1,983	1,997	1,999	2,00
$x_3^{(n)}$	0	2,666	2,950	2,997	2,999	3,00

Визначають значення динамічних похибок обчислень згідно з (9). Результати розрахунку наведено в табл. 9 і на рис. 1.

Таблиця 9

Визначення значень динамічної похибки ОК

Table 9

Determining the dynamic error values of computing component

$\Delta x_i^{(n)}$	1	2	3	4	5
$\Delta x_1^{(n)}$	0,17	0,07	0,01	0,001	0,0
$\Delta x_2^{(n)}$	0,38	0,014	0,002	0,001	0,0
$\Delta x_3^{(n)}$	0,29	0,04	0,002	0,001	0,0

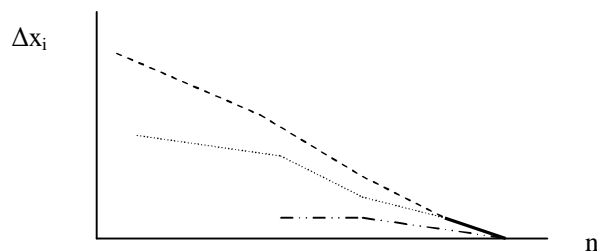


Рис. 1. Динамічна характеристика ОК, що реалізує ітераційну процедуру

Fig. 1. Dynamic characteristic of computing component implements the iterative procedure

За даними табл. 9 розраховуємо значення коефіцієнтів перетворення $f_i^{(n)} = \Delta x_i^{(n+1)} / \Delta x_i^{(n)}$.

Таблиця 10

Розрахунок значень коефіцієнтів перетворення ОК

Table 10

Calculation of conversion coefficient values of computing component

$f^{(n)}$	1	2	3	4
$f_1^{(n)}$	0,4	0,14	1,0	0,0
$f_2^{(n)}$	0,11	0,14	0,5	0,0
$f_3^{(n)}$	0,14	0,05	0,5	0,0

За даними табл. 10 робимо висновок, що коефіцієнт перетворення (функція переходу) справді залежить від параметрів наближення. Отже, метрологічний стан ОК змінюється з кожним тактом ітераційного обчислення.

Визначення динамічної похибки обчислювального компонента, що реалізує алгоритм числового інтегрування методом Сімпсона. Обчислюють інтеграл виду

$$I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx.$$

За методом Сімпсона наближене значення інтеграла I визначають за формулою:

$$I \approx h/3[f(x_0) + 4(f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})) + 2(f(x_2) + \dots + f(x_{n-2})) + f(x_n)], \quad (11)$$

де h – крок інтегрування, що визначають за формулою $h=(b-a)/n$; n – парна кількість елементів розбиття інтервалу інтегрування (параметр наближення); $f(x_0)$, $f(x_n)$ – значення підінтегральної функції на початку та в кінці інтервалу інтегрування відповідно; $f(x_1)$, $f(x_2) \dots$ – поточні значення підінтегральної функції.

Динамічну похибку визначають за формулою (8):

$$\Delta y_d = y(n) - y_d, \quad (12)$$

де $y(n)$ – значення обчислюваної величини, отримане за фіксованого параметра наближення n ; y_d – дійсне значення обчислюваної величини, одержане за умови збігу значень обчислюваної величини для двох послідовних значень параметра наближення.

Формується таблиця значень обчислювальної величини залежно від кількості елементів розбиття інтервалу інтегрування (табл. 11) Згідно з (8) розраховуються поточні значення похибки визначення інтеграла залежно від n (динамічна похибка) (табл. 12). За даними табл. 12 розраховуємо значення функціональної залежності $f^{(n)} = \Delta y^{(n+1)} / \Delta y^{(n)}$ (табл. 13).

Таблиця 11

Залежність значень обчислювальної величини від кількості елементів розбиття інтервалу інтегрування

Table 11

The dependence of the calculated value of the number of integration interval elements

N	2	4	6	10	12	14
$y(n)$	0,697	0,696	0,695	0,694	0,693	0,693

Таблиця 12

Динамічна похибка ОК, що реалізує процедуру числового інтегрування

Table 12

Dynamic characteristic of computing component implements numerical integration procedure

n	2	4	6	10	12	14
Δy_d	0,004	0,003	0,002	0,001	0,0	0,0

Таблиця 13

Значення коефіцієнта перетворення ОК

Table 13

The value conversion coefficient of computing component

n	2	4	6	10
$f^{(n)}$	0,75	0,66	0,5	0,00

За даними табл. 13 робимо висновок, що коефіцієнт перетворення (функція переходу) ОК, який реалізує алгоритм числового інтегрування, залежить від параметрів наближення. Отже, метрологічний стан ОК змінюється залежно від кількості елементів розбиття інтервалів інтегрування (рис. 2).

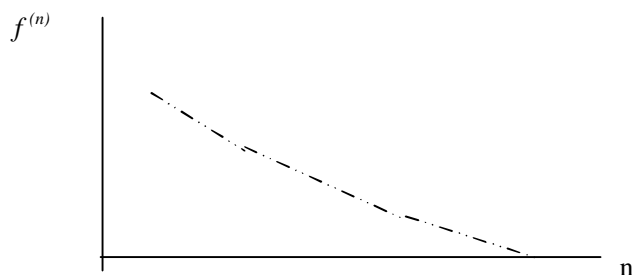


Рис. 2. Динамічна характеристика ОК, що реалізує процедуру числового інтегрування

Fig. 2. Dynamic characteristic of computing component implements the numerical integration procedure

Висновок. Динамічні властивості обчислювальних компонентів у представленні елементарних кінцевих автоматів переважно залежать від їхнього метрологічного стану в певний момент часу. Метрологічний стан ОК може бути незмінним, що характерно для елементарних автоматів Мілі, які реалізують обчислення за формулами, або змінюватися залежно від параметрів наближених обчислень – елементарні автомати Мура. Динамічні характеристики ОК мають детерміновані залежності від параметрів обчислень.

1. Кричевець О. М. // Праці IV Міжнародної науково-технічної конференції “Метрологія – 2004”. – Харків, 2004.
2. Кричевець О. М. // Международная конференция “Метрология и измерительная техника”: сб. науч. трудов. – Т. VII – Харьков, 2005.
3. Кричевець О. // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2008. – № 68.
4. Кричевець А. М. // Матеріали міжнародної наукової конференції “Моделювання-2010”: зб. наук. праць. – Т. 2. – К., 2010.
5. Кричевець О. М. // Український метрологічний журнал. – 2014. – № 4.
6. Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. – М.: Физматгиз, 1962.
7. Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. – М.: Физматгиз, 1962.