ОПРАЦЮВАННЯ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

ВПЛИВ ВИПАДКОВИХ ВІДХИЛЕНЬ У РЕЗУЛЬТАТАХ ВИМІРЮВАНЬ НА НЕПЕВНІСТЬ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

THE EFFECT OF RANDOM DEVIATIONS ON UNCERTAINTY OF EXTREME OBSERVATIONS

Дорожовець М. М.[1]***, д-р техн. наук, проф., Бубела І. В.***[1,2]***, канд. техн. наук, ст. наук. співр.***

[1]*Національний університет «Львівська політехніка»,*

кафедра інформаційно-вимірювальних технологій, Україна; e-mail: michdor@prz.edu.pl;

[2]*Державне підприємство «Науково-дослідний інститут метрології вимірювальних і управляючих систем»*

(ДП НДІ «Система»), Україна; e-mail: popovych.i@ukr.net

https://doi.org/10.23939/istcmtm2018.01.005

Анотація. Здійснено аналіз та кількісне оцінювання впливу випадкових відхилень у результатах вимірювань на розширену непевність екстремальних спостережень, які є критичними під час контролю якості багатьох різновидів продукції. Знайдено значення коефіцієнтів довірчих границь екстремального (мінімального) спостереження, залежно від комбінацій різних розподілів значень технологічного розкиду досліджуваного параметра (від зразка до зразка) та випадкових впливів, пов'язаних із самим вимірюванням цих параметрів. Подано результати досліджень для n = 5 кількості спостережень і таких комбінацій розподілів спостережень і випадкових відхилень: нормальний-рівномірний, рівномірний-рівномірний, рівномірний-нормальний за різного співвідношення їхніх стандартних відхилень складових. На підставі аналізу одержаних результатів зроблено висновки, що у разі нестачі інформації про розподіл випадкових впливів коефіцієнти для обчислення розширеної непевності з достатньою для практики точністю (декілька відсотків) можна взяти такими, як для нормального розподілу. Результати досліджень можна використовувати для опрацювання результатів вимірювань під час контролю параметрів якості продукції та виробів у промисловості, сільському господарстві та медицині.

Ключові слова: вимірювання, екстремальні спостереження, непевність результату, випадкові відхилення, метод Монте-Карло.

Annotation. In connection with the set requirements for processing measurement results the attention is considered to analysis of instrumental component of result's uncertainty. While production control in industry, the mentioned component for concrete measuring instrument with the concrete measurement results has to be determined and analyzed. Important is the question of random impacts effect on to uncertainty of extreme (minimum or maximum) observations. Since in the practice of the test products qualifying there exist the cases when the result of such measurement is an extreme value: the minimal value $x_{\min}$ that is the first one $x_{\min} = x_1$ from ordered observations or the maximal $x_{\max}$ that is the last one $x_{\max} = x_n$ from ordered observations.

As this question seems to be contemporary, the article is devoted to research of random deviations influence on the uncertainty of extreme observations measurement results. Random deviations in measuring instrument indications are caused by different inside and outside effects. Their avoidance is impossible. To provide the reliable result of the experiment, it is important to take into account the impact of these random deviations in evaluating the uncertainty of processing the measurement results.

We estimate here the value of coefficients of the confidence limits of the extreme (minimum) observation and the values of relative errors of the approximate values of the expansion coefficient, depending on the ratio of the standard deviations σ_r / σ_x related with two components: (i) instrumental one (σ_r) and (ii) dispersion of the parameter of testing samples (σ_x), for the number of observations n = 5 and three combinations of the distributions of both components. Research is fulfilled for: (i) the normal distribution of the parameter of testing samples and the uniform distribution of the instrumental component (ii) the uniform distribution of the parameter of testing samples and uniform distribution of the instrumental component and (iii) the uniform distribution of the parameter of testing samples and normal distribution of the instrumental component. With the aim of quality comparison the change in the distribution shape, the histograms of the normalized relative deviation $z_{1,y1}$ and minimal observation y_1 are built. If we measure x_i the value of i^{th} tested sample parameter, the random impacts Δr_i cause the changes of the considered observations $y_i = x_i + \Delta r_i$. Then standard deviation of registered observation becomes bigger than the standard deviation σ_x of parameter x. In every measurement these changes are random, and their impact can be described by convolution of the distribution $p_x(x)$ of the tested parameter values and the random effects distribution $p_r(\Delta r)$. If the distribution of observations and random effects is normal, the its density $p1(z_1)$ and other parameters including the expansion coefficient are immutable and remain such as for normal distribution. If the distribution differs from the normal, the resultant distribution is normalized in the next way; due to this the expansion coefficient even less differs from to the expansion coefficient calculated according to the distribution of the observations themselves. I.e., for the number of observations $n \leq 10$ the expansion coefficient does not exceed a few percent. Dependences of the expansion coefficients on the random deviation impacts of measuring instruments results at different distributions are investigated by Monte Carlo method. The researches confirm the approximation obtained in the theoretical analysis of the random influences in measuring results.

Therefore, in calculation of the expanded uncertainty of extreme observation when distributions of both components in measurements are known, the random impacts can be taken into account directly. In case of shortage of information on distribution of random affects, the coefficients for the calculating the expanded uncertainty with sufficient accuracy (for practice equal to the few percent) are accepted such as for normal distribution.

Key words: measurement, extreme observations, uncertainty of result, random deviations, Monte Carlo method.

Вступ

У багатьох галузях виробництва важливо дотримуватись контролю якості виготовлення виробів чи продукції. Контроль здійснюється згідно з вимогами нормативної документації (НД), встановленими законодавством країни, які враховують специфіку продукції. Загалом контроль якості виробу продукції передбачає:

1. Вибірку певного обсягу (рис. 1), яка зазвичай складається з декількох спостережень, особливо за руйнівного контролю, де n – кількість дослідних зразків, що є обмеженою, тому n = 4, 5, …, 10.

2. Вимірювання потрібного параметра дослідного об’єкта.

3. Порівняння (рис. 2) відповідного значення виміряного параметра із встановленим допустимим значенням, вказаним у НД.

Для певної категорії виробів, у разі дослідження декількох проб зразків чи елементів об’єкта, результатом контрольного вимірювання можуть бути екстремальні значення (рис. 1) – мінімальне $x_{\min} = x_1$ чи максимальне $x_{\max} = x_n$ значення з впорядкованої вибірки з декількох спостережень [1–5]. Оскільки екстремальні значення є елементами випадкової вибірки, результати вимірювань яких містять непевності, то для отримання коректного результату контролю під час порівняння необхідно враховувати непевності екстремальних спостережень x_1 чи x_n (рис. 3).

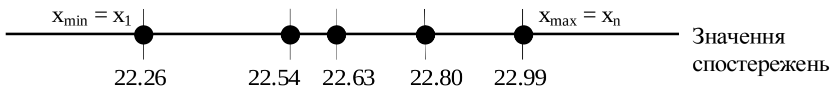

Рис. 1. Приклад впорядкованої вибірки з декількох спостережень

Fig. 1. Example of ordered (sorted) sample of several observations

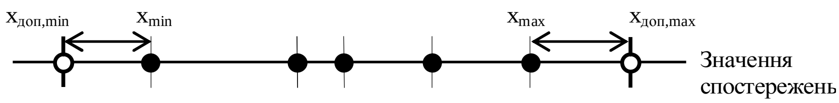

Рис. 2. Порівняння виміряних параметрів з допустимими значеннями

Fig. 2. Comparison measured observations with allowable values

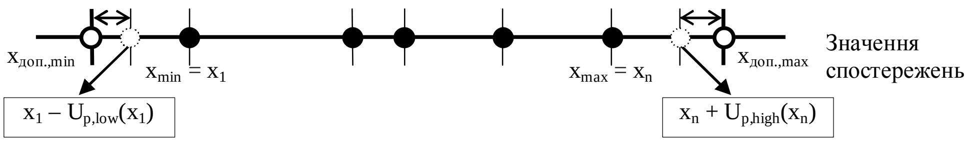

Рис. 3. Порівняння екстремальних спостережень з допустимими значеннями

Fig. 3. Comparison extreme observations with allowable values

Наприклад, контролюючи механічні параметри виробів, потрібно порівнювати мінімальне значення з допустимим [6–8], а під час контролю якості продуктів харчування чи медичних препаратів максимальне значення порівнюють із допустимим.

Важливим аспектом опрацювання результатів вимірювань є врахування інструментальної складової непевності $u_{cB}(x_1)$ чи $u_{cB}(x_n)$. Зазвичай випадкові та систематичні відхилення [9] у результатах вимірювань по-різному впливають на непевність екстремальних спостережень. У будь-якій галузі під час контролю виготовлення виробів чи продукції складова інструментальної непевності для конкретних засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) і результатів вимірювань повинна бути визначена. Тому актуальним завданням є аналіз і випадкових, і систематичних відхилень на непевність екстремальних спостережень під час експериментальних досліджень з контролю якості продукції.

Недоліки

Відомі методики опрацювання результатів вимірювання, основані на визначенні чи обчисленні середнього значення і його розкиду, неможливо безпосередньо застосовувати для оцінювання непевності екстремальних значень.

Мета роботи

Метою роботи є дослідження і кількісне оцінювання впливу випадкових відхилень на непевність екстремальних спостережень.

Теоретичне дослідження випадкових впливів

Аналізуючи вплив випадкових відхилень Δr, припускаємо, що він спричиняє різні невідомі зміщення Δr_i у всіх спостереженнях досліджуваної вибірки, тобто:

$$y_i = x_i + \Delta r_i. \qquad (1)$$

Отже, змінюється мінімальне y_1 чи максимальне y_n значення, середнє значення $\bar{y}$, стандартне відхилення s_y спостережень:

$$y_1 = x_1 + \Delta r_1, \quad y_n = x_n + \Delta r_n,$$

$$\bar{y} = \bar{x} + \overline{\Delta}r, \quad s_y = \sqrt{s_x^2 + s_r^2}, \qquad (2)$$

де s_r^2 – дисперсія випадкового впливу.

Змінюється і відхилення мінімального чи максимального спостереження від середнього значення, нормоване до стандартного відхилення, відповідно до виразів:

$$z_{1,y} = (y_1 - \bar{y})/s_y \neq z_{1,x},$$

$$z_{n,y} = (y_n - \bar{y})/s_y \neq z_{n,x}. \qquad (3)$$

Приймаємо густини розподілів самих випадкових спостережень та випадкових впливів незалежними, тому густина розподілу суми $p_{yr}(y)$ двох незалежних випадкових величин (досліджуваних спостережень та випадкових впливів (1)) є згорткою розподілу спостережень $p_x(x)$ та розподілу випадкового впливу $p_r(Dr)$ [1]:

$$p_{yr}(y) = p_x(x) \otimes p_r(\Delta_r) = \int_{-\infty}^{\infty} p_r(\Delta_r) \cdot p_x(y - \Delta_r) \cdot d\Delta_r. \qquad (4)$$

Використовуючи методику, яка детально описана у працях [1–5], та розподіл суми $p_{yr}(y)$ (4), можемо знайти розподіл $p1(z_{1,y})$ чи $pn(z_{n,y})$ нормованого до стандартного відхилення s_y спостережень випадкового відхилення $z_{1,y}$ чи $z_{n,y}$ (3) екстремального спостереження від середнього значення $\bar{y}$. Коефіцієнт розширення $z_{1,1,low}(n, p)$ чи $z_{n,1,high}(n, p)$ для заданої кількості спостережень n та рівня довіри p можна обчислити, розв'язавши нелінійне рівняння для функції розподілу $F1(z_1)$ чи $Fn(z_n)$ [1]:

$$\int_{z_{1(b,1)}}^{z_{1,1,\mathrm{low}}(n,p)} p1(z_1)dz_1 = F1(z_{1,1,\mathrm{low}}(n,p)) = 1 - p,$$

$$\int_{z_{n(b,3)}}^{z_{n,1,\mathrm{high}}(n,p)} pn(z_n)dz_n = Fn(z_{n,1,\mathrm{high}}(n,p)) = 1 - p. \qquad (5)$$

У практиці вимірювань обчислити густину розподілу $p1(z_{1,y})$ чи $pn(z_{n,y})$ нерідко аналітично неможливо або дуже складно. У таких випадках доцільно застосувати метод Монте-Карло [10] і розв'язок нелінійного рівняння (5) отримати числовим способом.

Задача спрощується, якщо розподіл випадкових впливів $p_r(Dr)$ є нормальним і тоді розподіл спостережень $p_x(x)$ також є нормальним. У такому разі розподіл $p_{yr}(y)$ суми (4) залишається нормальним зі стандартним відхиленням s_y (2). Тому значення коефіцієнта розширення (5) не змінюється. Розширену непевність екстремальних спостережень знайдемо за виразом [1, 2] (використовується стандартне відхилення s_y, обчислене на підставі опрацювання зареєстрованих спостережень):

$$U_{p,low}(x_1) = k_{1,low}(n, p) \cdot u_c(x_1),$$

$$U_{p,high}(x_n) = k_{1,high}(n, p) \cdot u_c(x_n), \qquad (6)$$

де $k_{1,\mathrm{low}}(n, p)$, або $k_{1,\mathrm{high}}(n, p)$ – коефіцієнти розширення [1, 2], які не залежать від параметрів самих спостережень, а залежать тільки від кількості та густини розподілу генеральної сукупності; $u_c(x_1)$, або $u_c(x_n)$ – сумарна стандартна непевність екстремального спостереження [1, 2].

Якщо розподіл спостережень $p_x(x)$ нормальний, а розподіл випадкових впливів $p_r(\Delta r)$ рівномірний або навпаки, тоді розподіл $p_{yr}(y)$ суми (4) стає плосконормальним розподілом, властивості якого детально проаналізовано у працях [1, 2, 11].

Дослідження випадкових впливів методом Монте-Карло

Аналіз впливу випадкових відхилень на непевність екстремального (мінімального) значення виконано за допомогою методу Монте-Карло. Дослідження виконано для мінімальних спостережень, оскільки за симетричних розподілів спостережень розширені непевності мінімального та максимального спостереження однакові $U_{p,\mathrm{low}}(x_1) = U_{p,\mathrm{high}}(x_n)$ з урахуванням протилежного знака [1]. У програмному середовищі MathCad для розподілів спостережень та випадкових впливів під час вимірювань задано такі характеристики:

- кількість спостережень…………………...…………………… $n = 5$;
- розподіл спостережень $p_x(x)$ …………………...…………….. 1 – рівномірний, 2 – нормальний;
  математичне сподівання…………………..………………….... $m_x = 0$;
  стандартне відхилення…………………..………………..…. $\sigma_x = 1$;
- розподіл випадкового впливу $p_r(\Delta r)$ ……………………..…. 1 – рівномірний, 2 – нормальний;
  математичне сподівання…………………..…………………. $m_x = 0$;
  стандартне відхилення…………………..……………….…. σ_r;
- рівень довіри для односторонньої довірчої границі………... p = 0,90; 0,925; 0,95; 0,975; 0,99;
- відношення стандартних відхилень………………….……… $s_r/s_x = 1/1; 1/\sqrt{3}; 1/3; 1/3\sqrt{3}; 1/10$.

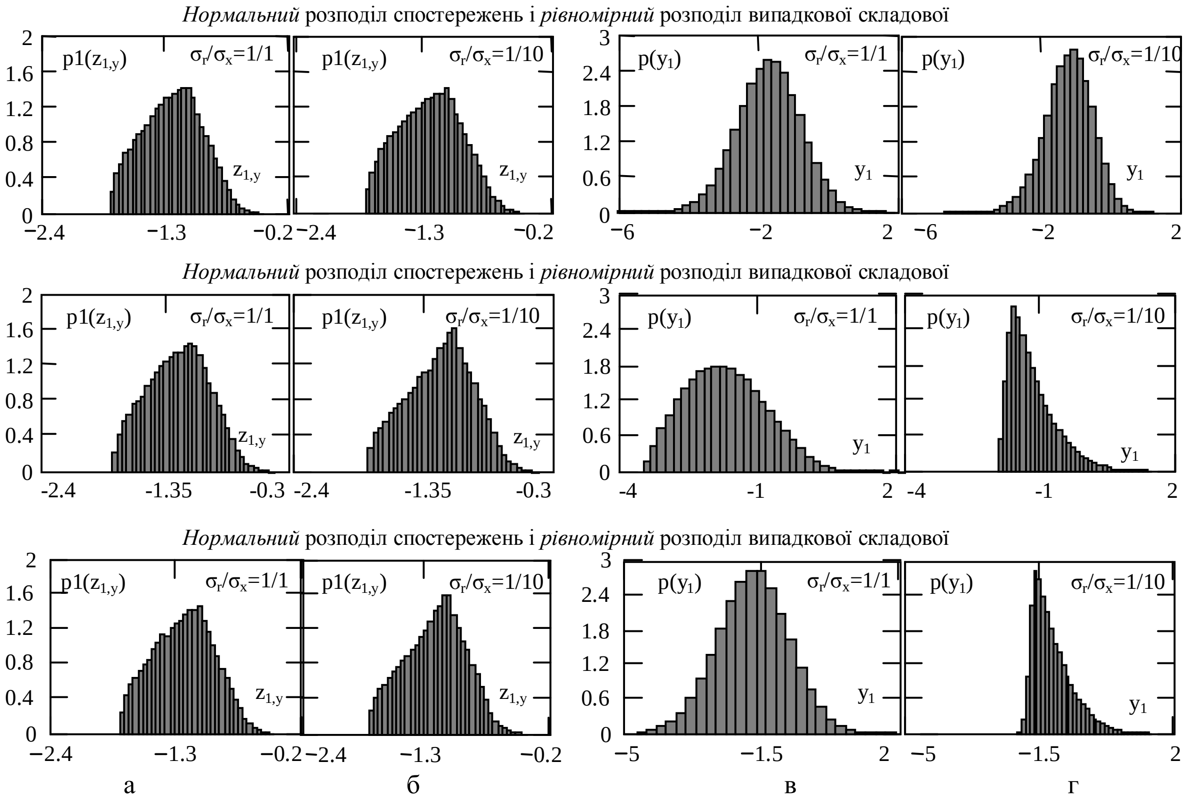

Рис. 4. Гістограми відносного відхилення $z_{1,y1}$ та мінімального спостереження y_1:
а, б – гістограми нормованого відносного відхилення $z_{1,y1}$; в, г – гістограми мінімального спостереження y_1

Fig. 4. Histograms of the relative deviation $z_{1,y1}$ and minimal observation y_1:
а, б – histograms of the normalized relative deviation $z_{1,y1}$; в, г – histograms of the minimal observation y_1

Для наближеного обчислення розширеної односторонньої непевності застосовано значення на основі коефіцієнта розширення для нормального розподілу згідно з виразом [1]:

$$y_{1,1,p,\text{low}} = \bar{y} - z_{1,1,\text{low,norm}}(n,p)\cdot s_y \approx$$
$$\approx y_1 - k_{1,\text{low,norm}}(n,p)\cdot u_A(y_1). \quad (7)$$

З метою якісного порівняння зміни форми розподілів побудовано гістограми нормованого відносного відхилення $z_{1,y1}$ та гістограми мінімального спостереження y_1 (рис. 4) [1] за різних комбінацій розподілів спостережень і розподілів випадкової складової та за відношення стандартних відхилень $\sigma_r / \sigma_x = 1 / 1$; $1 / 10$.

Проаналізувавши гістограми (рис. 4), ми встановили, що зменшення вмісту у результатах випадкової складової з рівномірним (з нормальним чи рівномірним) розподілом у десять разів спричинено трансформацією розподілу $p1(z_{1,y1})$ для нормального розподілу(для рівномірного).

На основі методу Монте-Карло обчислено значення коефіцієнтів довірчих границь $z_{1,r,1,\text{low}}(n,p)$ мінімального спостереження залежно від відношення стандартних відхилень $s_r/s_x = 1/1; 1/\sqrt{3}; 1/3; 1/3\sqrt{3};$ $1/10$ для $n = 5$ та різних комбінацій розподілів спостережень і випадкових відхилень (табл. 1) [1].

Як бачимо з наведених вище табличних значень, для кожного співвідношення стандартних відхилень $s_r/s_x = 1/1; 1/\sqrt{3}; 1/3; 1/3\sqrt{3}; 1/10$ зміна відбувається лише у третьому знаку приблизно на 0,02. Тому вважаємо за доцільне узагальнити, що зміни комбінацій розподілів спостережень і випадкових зміщень мало впливають на значення коефіцієнтів $z_{1,r,1,\text{low}}(n,p)$.

Порівнявши наближені значення коефіцієнтів $z_{1,r,1,\text{low}}(n,p)$ (табл. 1) для обчислення довірчих границь мінімального спостереження зі значеннями коефіцієнтів $z_{1,1,\text{low}}(n,p)$ (табл. 2) [1], отриманими за нормального розподілу спостережень, спостерігаємо, що вони близькі.

Отже, проаналізувавши числові значення (табл. 1, 2), бачимо, що випадкові відхилення у результатах спостережень неістотно впливають на точність обчислення розширених границь. Це також підтверджують значення відносних похибок $\delta_{z1,u,\text{набл.}}(n,p)$ наближених значень коефіцієнта розширення $z_{1,r,1,\text{low}}(n,p)$ залежно від σ_r/σ_x та різних комбінацій розподілів і випадкових зміщень, $n = 5$, $p = 0{,}90; \ldots; 0{,}99$ (табл. 3) [1]:

$$d_{z1,u,\text{набл.}} = \frac{z_{1,1,\text{low(high)}}(n,p) - z_{1,U,1,\text{low(high)}}(n,p)}{z_{1,U,1,\text{low(high)}}(n,p)}\cdot 100\,\%. \quad (8)$$

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів довірчих границь $z_{1,r,1,low}(n, p)$ залежно від σ_r / σ_x

Table 1

The values of coefficients of the confidence limits depending on σ_r / σ_x

Нормальний – рівномірний		*p = 0,90*	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$\sigma_r/\sigma_x = 1/1$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5956	-1,6295	-1,6675	-1,7115	-1,7465
$\sigma_r/\sigma_x = 1/\sqrt{3}$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,6008	-1,6337	-1,6722	-1,7149	-1,7479
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,6023	-1,6354	-1,6720	-1,7159	-1,7484
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3\sqrt{3}$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,6018	-1,6343	-1,6710	-1,7157	-1,7498
$\sigma_r/\sigma_x = 1/10$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,6033	-1,6363	-1,6712	-1,7157	-1,7499
Рівномірний – рівномірний		*p = 0,90*	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$\sigma_r/\sigma_x = 1/1$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5924	-1,6253	-1,6630	-1,7071	-1,7439
$\sigma_r/\sigma_x = 1/\sqrt{3}$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5885	-1,6241	-1,6638	-1,7093	-1,7443
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5822	-1,6202	-1,6606	-1,7095	-1,7451
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3\sqrt{3}$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5849	-1,6221	-1,6652	-1,7131	-1,7494
$\sigma_r/\sigma_x = 1/10$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5838	-1,6207	-1,6637	-1,7146	-1,7502
Рівномірний – нормальний		*p = 0,90*	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$\sigma_r/\sigma_x = 1/1$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5942	-1,6291	-1,6675	-1,7118	-1,7459
$\sigma_r/\sigma_x = 1/\sqrt{3}$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5892	-1,6250	-1,6643	-1,7113	-1,7453
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5819	-1,6184	-1,6607	-1,7090	-1,7477
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3\sqrt{3}$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5825	-1,6213	-1,6634	-1,7116	-1,7487
$\sigma_r/\sigma_x = 1/10$	$z_{1,r,1,low}(5, p)$	-1,5812	-1,6193	-1,6634	-1,7126	-1,7489

Таблиця 2

Значення коефіцієнта $z_{1,1,low}(n, p)$ за нормального розподілу спостережень, якщо $n = 5$

Table 2

The values of coefficient $z_{1,1,low}(n, p)$ for the normal distribution of observations and for $n = 5$

	p = 0,90	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$z_{1,1,low}(5, p)$	-1,6016	-1,6346	-1,6714	-1,7150	-1,7489

Таблиця 3

Значення відносних похибок $\delta_{z1,u,набл.}(n, p)$ коефіцієнта розширення $z_{1,r,1,low}(n, p)$ залежно від σ_r / σ_x

Table 3

The values of the relative errors $\delta_{z1,u,набл.}(n, p)$ of the expansion coefficient $z_{1,r,1,low}(n, p)$ depending on σ_r / σ_x

Нормальний – рівномірний		*p = 0,90*	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$\sigma_r/\sigma_x = 1/1$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
$\sigma_r/\sigma_x = 1/\sqrt{3}$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,04	0,01	0,04	0,03	0,02
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,04	0,03	0,04	0,04	0,03
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3\sqrt{3}$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,04	0,04	0,06	0,08	0,06
$\sigma_r/\sigma_x = 1/10$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,23	0,44	0,37	0,35	0,28
Рівномірний – рівномірний		*p = 0,90*	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$\sigma_r/\sigma_x = 1/1$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	1,40	0,56	0,84	0,78	0,88
$\sigma_r/\sigma_x = 1/\sqrt{3}$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	1,38	1,21	1,03	1,07	0,84
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	1,48	1,01	1,59	0,94	1,18
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3\sqrt{3}$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,95	0,91	0,38	0,68	0,76
$\sigma_r/\sigma_x = 1/10$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,40	0,66	0,56	0,51	0,47
Рівномірний – нормальний		*p = 0,90*	*p = 0,925*	*p = 0,95*	*p = 0,975*	*p = 0,99*
$\sigma_r/\sigma_x = 1/1$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	1,22	0,67	1,65	0,76	1,01
$\sigma_r/\sigma_x = 1/\sqrt{3}$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	1,19	1,51	1,11	1,21	1,04
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	1,00	0,86	0,79	0,58	0,93
$\sigma_r/\sigma_x = 1/3\sqrt{3}$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,70	0,81	0,99	0,76	0,87
$\sigma_r/\sigma_x = 1/10$	$\delta_{z1,u,набл.}(5, p)$, %	0,27	0,59	0,57	0,21	0,26

Аналізуючи значення, подані у табл. 3, бачимо, що похибки наближених значень коефіцієнтів для обчислення розширеної непевності унаслідок впливу випадкової складової є нехтовно малими. Тому використання для обчислення розширеної непевності мінімального спостереження згідно з (7), такого коефіцієнта розширення, як для нормального розподілу, цілком обґрунтоване, оскільки не спричиняє істотних неточностей значення розширеної непевності.

Результати і обговорення

З урахуванням практичних аспектів для комбінацій різних розподілів необхідно застосувати процедуру згортки, беручи до уваги, що завдяки операції згортки відбувається нормалізація отриманої густини розподілу суми складових, тобто розширена непевність стає щораз ближчою до такої непевності, як у нормального розподілу [1]. У літературі доведено [1, 4], що за невеликої кількості спостережень для невідомого апріорі їх розподілу коефіцієнт розширення $z_{1,1,\text{low}}(n, p)$ чи $z_{n,1,high}(n, p)$ щодо значення для нормального може змінитися лише на декілька відсотків.

Отже, якщо стандартне відхилення випадкових зміщень порівняно зі стандартним відхиленням самих спостережень невелике (≤ 1/3), то використання коефіцієнта розширення для нормального розподілу може змінити розширену непевність мінімального (максимального) спостережень також лише на декілька відсотків.

Водночас, якщо у ЗВТ, використовуваних для вимірювань, виникають випадкові впливи, які не залежать від змін властивостей досліджуваних зразків і змінюють всі спостереження, тоді обчислене стандартне відхилення s_y (2) зареєстрованих значень враховує дисперсію випадкового впливу (s_r^2). Завдяки цьому розширена непевність мінімального (максимального) спостереження збільшиться, але це збільшення буде враховано безпосередньо під час оцінювання непевності.

Висновки

Встановлено, що випадкові відхилення на результати екстремальних спостережень впливають, змінюючи їх стандартне відхилення, що дає змогу безпосередньо їх врахувати у розширеній непевності. Якщо не вистачає інформації про розподіл випадкових впливів, коефіцієнти для обчислення розширеної непевності з достатньою для практики точністю (декілька відсотків) можна взяти такими, як для нормального розподілу.

Подяка

Автори висловлюють вдячність колективу кафедри інформаційно-вимірювальних технологій Національного університету «Львівська політехніка» за надану допомогу та всебічне сприяння у підготовці статті.

Список літератури

1. *Бубела І. В. (2016). Опрацювання результатів вимірювання при відхиленні їх статистичних властивостей від типових: дис. канд. тех. наук: 05.01.02; М-во освіти і науки України, Нац. ун-т «Львівська політехніка»; наук. кер. Дорожовець М.М., Львів, Україна. – 168 с.*

2. *Бубела І. В. (2016). Опрацювання результатів вимірювання при відхиленні їх статистичних властивостей від типових: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. тех. наук: спец. 05.01.02 «Стандартизація, сертифікація та метрологічне забезпечення», Львів, Україна. – С. 20.*

3. *Dorozhovets M,. Popovych I., Warsza Z. L. (2016). Method of evaluation the measurement uncertainty of the minimal value of observations and its application in testing of plastic products // Advanced Mechatronics Solutions. Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer International Publishing Switzerland. – Vol. 393. – P. 421–430. (SCOPUS).*

4. *Dorozhovets M., Bubela I. (2016). Computing uncertainty of the extreme values in random samples // International Journal of Computing. – Vol. 15 (2). – P. 127–135. (SCOPUS).*

5. *Dorozhovets M., Warsza Z. L., Popovych I. (2015). Uncertainty evaluation of the minimal value measurements // Measurement Automation Monitoring. Aug. – Vol. 61, No. 08. – P. 395–398.*

6. *ASM International. Tensile Testing, Second Edition, (2004).*

7. *D 638 Test Method for Tensile Properties of Plastics Annual Book of ASTM Standards. – Vol. 08.01.*

8. *ГОСТ 11262-80 Пластмассы. Метод испытания на растяжение (Пластмаси. Метод випробування на розтяг). ГОСТ 26277-84 Пластмассы. Общие требования к изготовлению образцов способом механической обработки (Пластмаси. Загальні вимоги до виготовлення зразків способом механічної обробки). ГОСТ 12423-66 Пластмассы. Условия кондиционирования и испытаний образцов (проб) (Пластмаси. Умови кондиціонування і випробувань зразків (проб)).*

9. *JCGM 100: 2008. Evaluation of measurement data — Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM 1995 with minor corrections). – 101 p.*

10. *JCGM 101: 2008. Evaluation of measurement data-Supplement 1 to the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement». – Propagation of distributions using a Monte-Carlo method.*

11. *Bubela I. V. (2015). Opracowanie wyników losowych obserwacji z plasko-normalnym rozkładem metodą statystyk pozycyjnych. Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Elektrotechnika. – No. 34. – S. 71–80.*

References

1. *Bubela I. V. (2016). Processing of measurement results by deviation of their statistics properties from typical: Dissertation of PhD in Engineering: 05.01.02; The Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv Polytechnic National University; scientific supervisor Dorozhovets M.M., Lviv, Ukraine, p. 168.*

2. Bubela I. V. (2016). Processing of measurement results by deviation of their statistics properties from typical: Autosummery for the scientific degree of Candidate of Technical Sciences (PhD in Engineering) in specialty 05.01.02 – Standardization, Certification and Metrological Assurance., Lviv, Ukraine, p.20.

3. Dorozhovets M., Popovych I., Warsza Z. L. (2016). Method of evaluation the measurement uncertainty of the minimal value of observations and its application in testing of plastic products // Advanced Mechatronics Solutions. Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer International Publishing Switzerland. – Vol. 393. – P. 421–430. (SCOPUS).

4. Dorozhovets M., Bubela I. (2016). Computing uncertainty of the extreme values in random samples // International Journal of Computing. – Vol. 15 (2). – P. 127–135. (SCOPUS).

5. Dorozhovets M., Warsza Z.L, Popovych I. (2015). Uncertainty evaluation of the minimal value measurements // Measurement Automation Monitoring. Aug. – Vol. 61, No. 08. – P. 395–398.

6. ASM International. Tensile Testing, Second Edition, (2004).

7. D 638 Test Method for Tensile Properties of Plastics Annual Book of ASTM Standards. – Vol. 08.01.

8. GOST 11262-80, GOST 26277-84, GOST 12423-66. Ukraine standards of testing methods and conditions of plastic materials and products.

9. JCGM 100: 2008. Evaluation of measurement data – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM 1995 with minor corrections). – 101 p.

10. JCGM 101: 2008. Evaluation of measurement data—Supplement 1 to the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement» – Propagation of distributions using a Monte-Carlo method.

11. Bubela I. V. (2015). Processing of the observations results with the Flatten-Gaussian distribution by the order statistics method. Scientific Papers of RUT. Electrotechnics. – No. 34. – S. 71–80.