

УДК: 681.3+615.89

Мелащенко О. М., Рижков Л. М., Лукавий А. М.

**ОЦІНКА ТОЧНОСТІ КУТОВОЇ ОРІЄНТАЦІЇ МІКРОСУПУТНИКА
МЕТОДОМ КАЛМАНА В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА
ШУМІВ ВИМІРЮВАННЯ**

Вступ

На даний час одним з найбільш поширених шляхів побудови систем керування мікросупутників (МС) є використання позиційних датчиків, інформація з яких оброблюється фільтром Калмана (ФК) [1], [2], де в якості математичного апарату використовується алгебра кватерніонів. Позиційними датчиками, як правило, є магнітометр та датчик Сонця. При використанні ФК першочерговою задачею є оцінка ефективності ФК за наявності інструментальних похибок вимірювачів та неточності математичної моделі МС. В роботі [1], [2] недостатньо уваги приділено впливу невизначеності магнітного поля Землі, невраховані похибки

датчика Сонця, неточність задання тензору інерції МС та шуми вимірювань.

Постановка задачі

Метою роботи є оцінка точності визначення орієнтації МС при використанні позиційних датчиків та ФК за наявності інструментальних похибок вимірювачів та неточності математичної моделі МС.

Математична модель МС

Введемо орбітальну систему координат (ОСК) $OX_OY_OZ_O$ та зв'язану систему координат (ЗСК) $OX_BY_BZ_B$ (вісь OX_B – поздовжня вісь, вісь OY_B напрямлена вгору, вісь OZ_B доповнює систему до правої).

Рівняння руху МС в ОСК запишемо у вигляді [1]:

$$J\dot{\omega}_{BI}^B + \omega_{BI}^B (J\omega_{BI}^B) = \tau_g^B + \tau_{RW}^B + \tau_m^B + \tau_d^B,$$

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \circ \tilde{\omega}_{BO}^B,$$

де $J = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ – тензор інерції МС; $q^T = (q_0, \varepsilon)$ і $\omega_{BO}^B = \omega_{BI}^B - R_O^B \omega_{OI}^O$ – відповідно кватерніон орієнтації і вектор кутової швидкості МС відносно ОСК; ω_{BO}^B – вектор абсолютної кутової швидкості МС; $\tilde{\omega}_{BO}^B = (*\omega_{BO}^B)^T$ – гіперкомплексне розширення вектора ω_{BO}^B ; $\tau_g^B = 3\omega_0^2 c_3 \times (Jc_3)$ – гравітаційний момент; $\tau_{RW}^B = \dot{h} + \omega_{BI}^B \times h$ – вектор моменту керування, який прикладається до МС двигуном-маховиком (ДМ); h – кінетичний момент ДМ; $\tau_m^B = \mu^B \times B^B$ – момент керування, який формується магнітними котушками; μ^B – магнітний момент котушок; B^B – вектор індукції магнітного поля Землі (МПЗ) в ЗСК; τ_d^B – момент збурення, який діє на МС.

Модель фільтра Калмана

При оцінюванні фазового вектора МС за сигналами магнітометрів і ДС використовують інформацію про вектор напруженості МПЗ та напрямок на Сонце. Моделі вимірювань магнітометрами та ДС без врахування похибок калібрування і зміщенням нуля мають вигляд:

$$B^{mes} = R_O^B B^{orb} + n_{mag},$$

$$S^{mes} = R_O^B S^{orb} + n_{sun},$$

де B^{mes} і S^{mes} – вектори, компонентами яких є сигнали відповідно магнітометрів та ДС; n_{mag} і n_{sun} – шуми вимірювань (відповідно магнітометрів та ДС).

Для оцінювання фазового вектора МС в даній статті використано підхід, описаний в [2], за винятком модифікації, яка полягає в тому, що фазовий вектор складатиметься із вектора кутової швидкості та кватерніона обертання, та з урахуванням шумів та невизначеності МПЗ, ДС та тензору інерції. Невизначеність будемо задавати через генератор випадкових чисел з нормальним розподіленням методом зіккурат [3] та постійної складової.

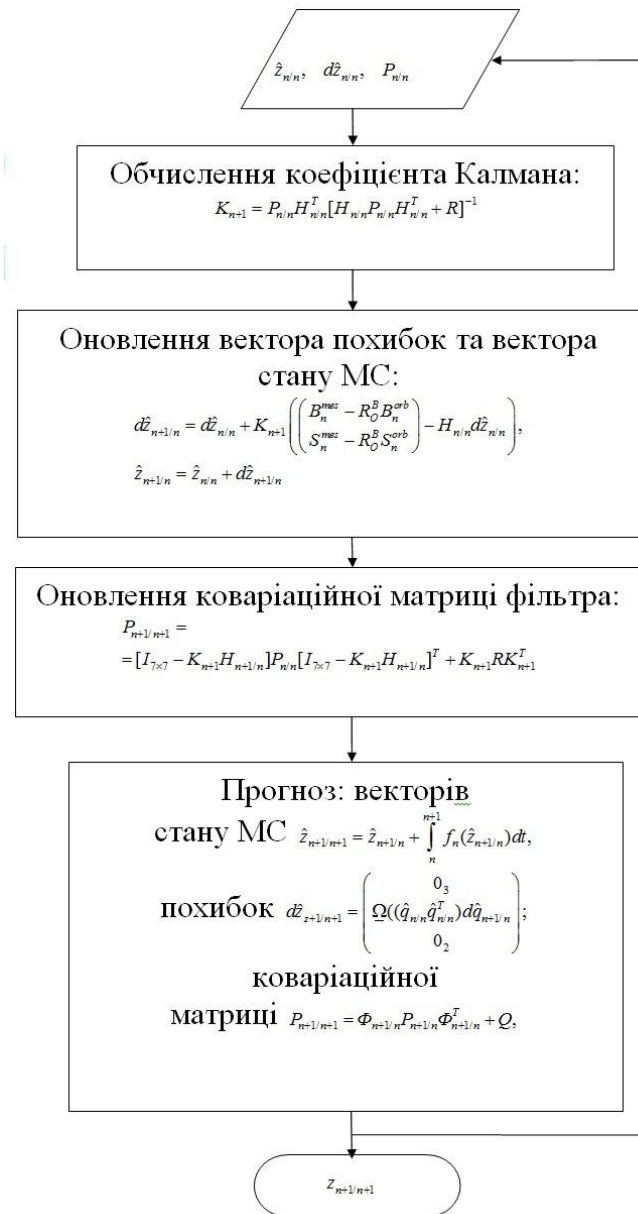


Рис. 1. Структурна схема алгоритму фільтра Кальмана оцінювання фазового вектора МС

Системи та процеси керування

На рис. 1 наведено структурну схему алгоритму ФК, згідно з якою здійснюється оцінювання вектора стану.

$$\hat{z}^T = ((\hat{\omega}_{BI}^B)^T, \hat{q}^T).$$

Матриці $Q \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ і $R \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ на рис. 1 – коваріаційні матриці шумів (відповідно процесу і вимірювань).

Матриця вимірювань $H_{n/n}$ на рис. 1 має вигляд:

$$H_{n/n} = [0_{6 \times 3} \quad h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4],$$

де

$$h_1 = 2 \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \\ -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \end{bmatrix} B_n^{orb} \\ \begin{bmatrix} \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \\ -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \end{bmatrix} S_n^{orb} \end{pmatrix}, \quad h_2 = 2 \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{1,n} \end{bmatrix} B_n^{orb} \\ \begin{bmatrix} \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{2,n} & -\hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \end{bmatrix} S_n^{orb} \end{pmatrix},$$

$$h_3 = 2 \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -\hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{1,n} & -\hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \end{bmatrix} B_n^{orb} \\ \begin{bmatrix} -\hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{1,n} & -\hat{q}_{0,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \\ \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{3,n} & -\hat{q}_{2,n} \end{bmatrix} S_n^{orb} \end{pmatrix}, \quad h_4 = 2 \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{2,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \end{bmatrix} B_n^{orb} \\ \begin{bmatrix} -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{0,n} & \hat{q}_{1,n} \\ -\hat{q}_{0,n} & -\hat{q}_{3,n} & \hat{q}_{2,n} \\ \hat{q}_{1,n} & \hat{q}_{2,n} & \hat{q}_{3,n} \end{bmatrix} S_n^{orb} \end{pmatrix}.$$

Нижнім індексом біля векторів та компонент кватерніонів тут і далі позначається дискретний момент часу. Відмінність між матрицями $H_{n/n}$ і $H_{n+1/n}$ на рис. 1 полягає в тому, що для утворення матриці $H_{n+1/n}$ використовуються компоненти оновленого кватерніона.

Функція $f_n(\cdot)$ на рис. 1 має вигляд

$$f_n(\hat{z}_{n+1/n}) = \begin{pmatrix} J^{-1}(\hat{\tau}_g^B + \hat{\tau}_m^B + \hat{\tau}_d^B - \hat{\omega}_{BI}^B \times (J\hat{\omega}_{BI}^B)) \\ \frac{1}{2} \hat{q} \circ (0, (\hat{\omega}_{BO}^B)^T)^T \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрицю стану $\Phi_{n+1/n}$ дискретної моделі похибок у схемі на рис. 1 взято у вигляді

$$\Phi_{n+1} = I_{7 \times 7} + F(\hat{z}_{n+1/n})T_s,$$

де T_s – період дискретизації; $F(\hat{z}_{n+1/n})$ – обчислена в точці $\hat{z}_{n+1/n}$ матриця стану неперервної моделі похибок:

$$F(\hat{z}_{n+1/n}) = \begin{bmatrix} J^{-1}([J\omega_{BO}^B \times] - [\omega_{BO}^B \times]J) & 0 \\ \underline{\beta} & \underline{\Omega} \end{bmatrix},$$

де

$$\underline{\beta} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}_1 & -\hat{q}_2 & -\hat{q}_3 \\ \hat{q}_0 & -\hat{q}_3 & \hat{q}_2 \\ \hat{q}_3 & \hat{q}_0 & -\hat{q}_1 \\ -\hat{q}_2 & \hat{q}_1 & \hat{q}_0 \end{bmatrix}; \quad \underline{\Omega} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -(\hat{\omega}_{BO}^B)^T \\ \hat{\omega}_{BO}^B & [\hat{\omega}_{BO}^B \times] \end{bmatrix}.$$

Значення всіх векторів взято в момент часу $n+1/n$. Для спрощення через \hat{R}_{ij} позначено оцінку (i, j) -го елемента матриці R_O^B .

Числове моделювання фільтра

Виконаємо числовий аналіз ефективності використання ФК для оцінювання кутової орієнтації МС.

На рис. 2 побудовано графіки оцінювання кутів Ейлера ФК за відсутності похибок вимірювання і точної моделі МПЗ. На цьому рисунку і далі штрихова крива відповідає оцінці ФК, а суцільна крива відповідає істинному руху супутника. Як видно з графіків на рис.2, за вказаних ідеальних умов функціонування співпадання є достатньо хорошим: в середньому похибки складають від 1° до $0,58^\circ$

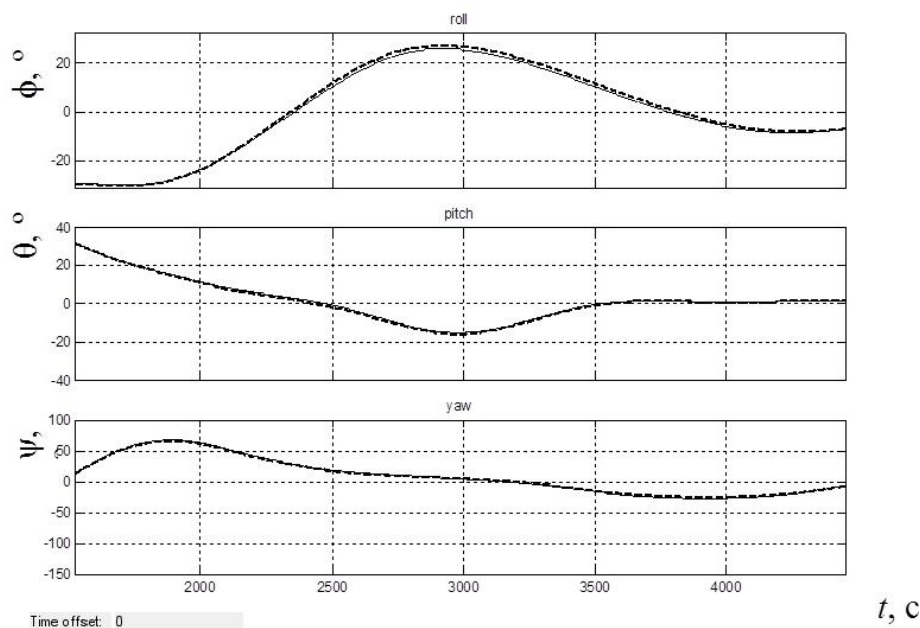
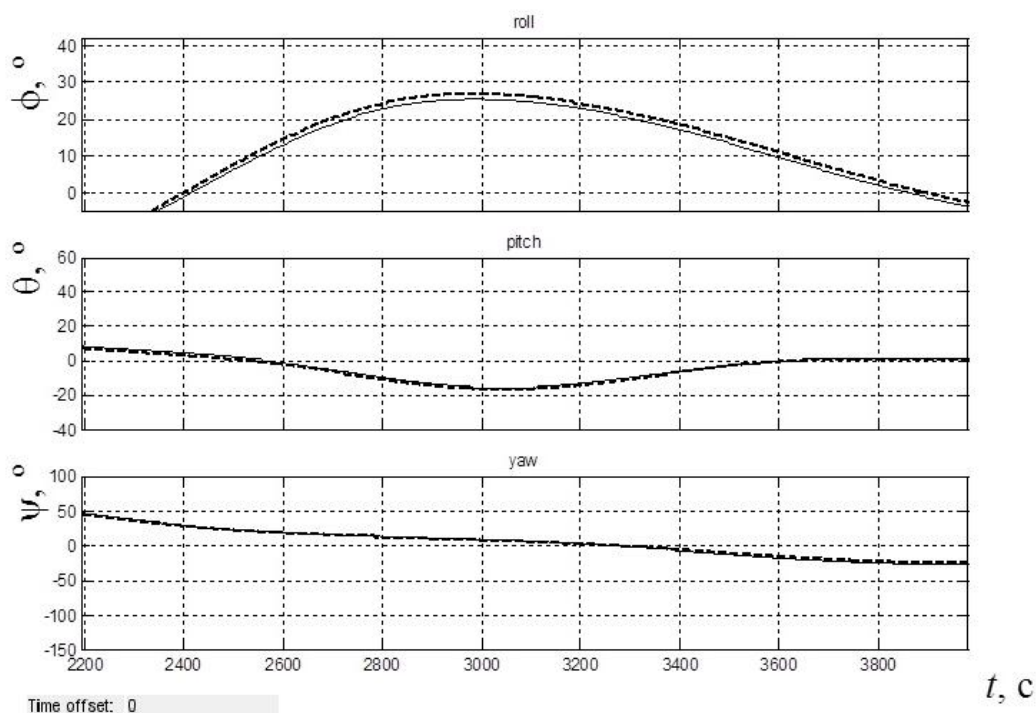


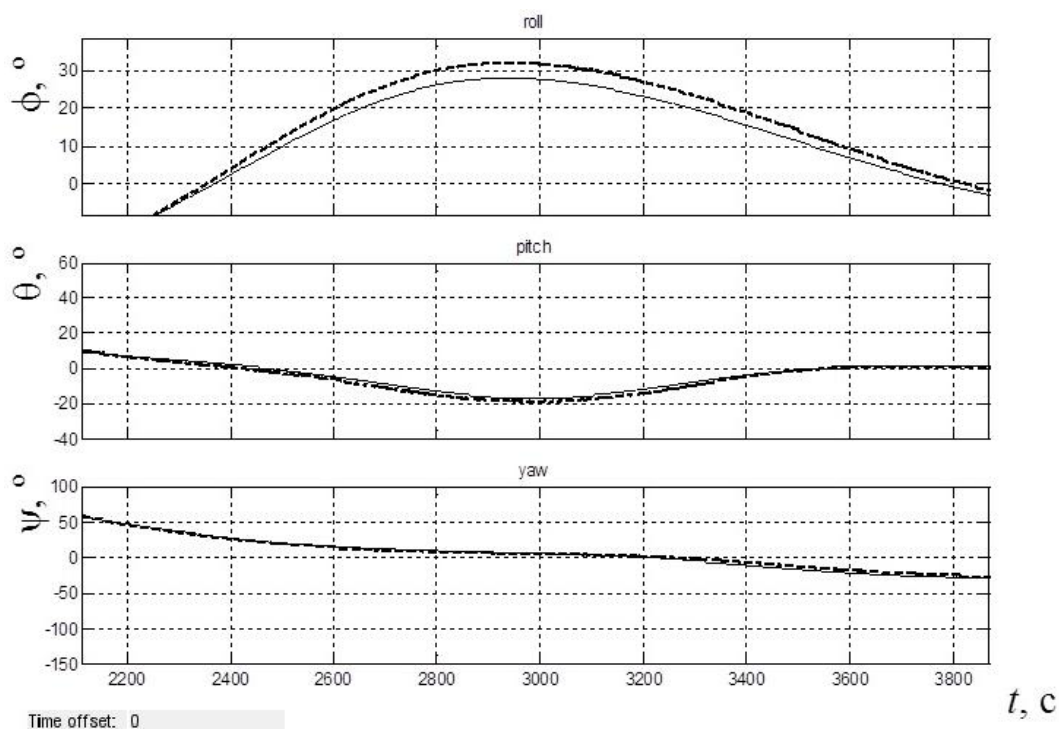
Рис. 2. Оцінювання кутів Ейлера МС за ідеальних умов вимірювання

Системи та процеси керування

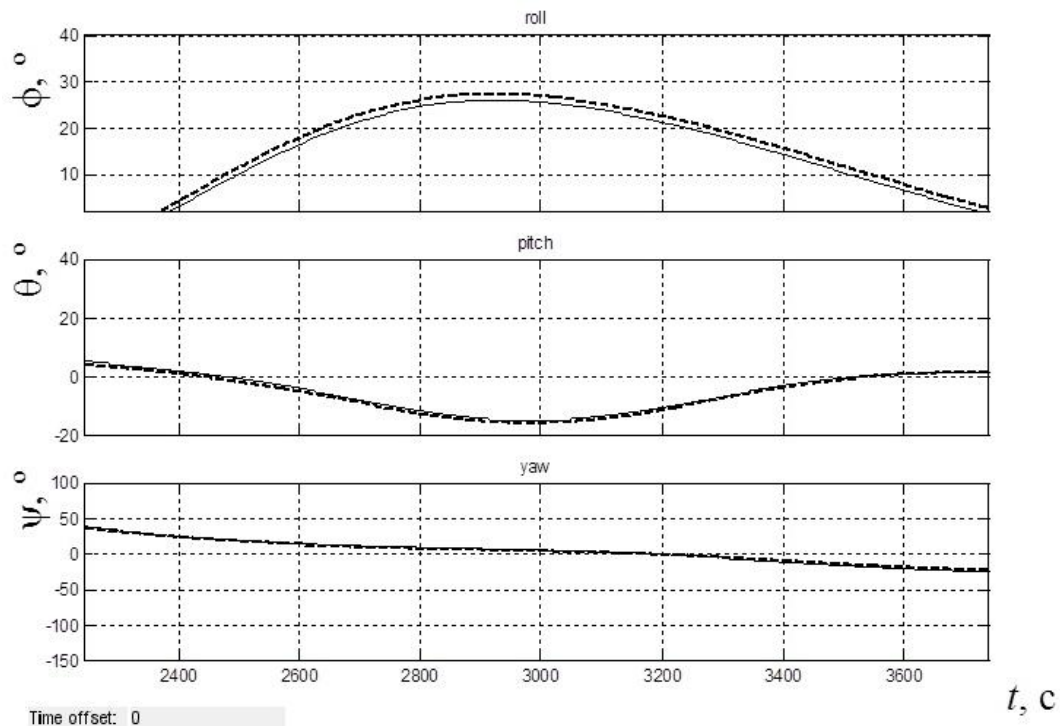
Наступний числовий експеримент поставлено по перевірці чутливості ФК до неточності задання моделі МПЗ, оцінці ДС, визначення тензору інерції та впливу шумів вимірювання. Вважаємо, що невизначеність складає 2%, 10% від істинного значення.



a)



б)



в)

Рис. 3. Оцінювання кутів Ейлера МС з урахуванням невизначеності; а) тензору інерції; б) магнітного поля Землі; в) датчика Сонця

Як видно з кривих на рис. 3 неточності критично позначилися на якості оцінювання кутової орієнтації ФК – в певні моменти часу похибка оцінювання орієнтації супутника цим фільтром в першому випадку зростає на 0.5° , у другому, за неточності МПЗ до 4° , а з урахуванням похибки датчика Сонця на 1° .

У зв'язку з тим що ДС періодично потрапляє в тінь Землі, дослідимо поведінку алгоритму оцінювання орієнтації при зникненні сигналу з цього датчика. На рис. 4 наведено графіки оцінок кутів Ейлера МС при потраплянні МС в тінь Землі.

Як видно з графіків на рис. 4 при симуляції потрапляння МС в тінь Землі точність оцінювання кутової орієнтації ФК значно погіршується, а в деякі моменти часу (100, 500, 1000 с) похибка оцінки орієнтації стає неприпустимо великою. Симуляція проводилась з урахуванням неточності задання МПЗ, вплив невизначеності тензору інерції аналогічний

Висновки

Виконане в статті дослідження показало, що використання ФК дозволяє досягнути точності оцінки фазового вектора, кращої, ніж 1° . Крім того, встановлено, що така точність стабілізації досягається за відсутності інструментальних похибок вимірювачів та неточності математичної моделі МС.

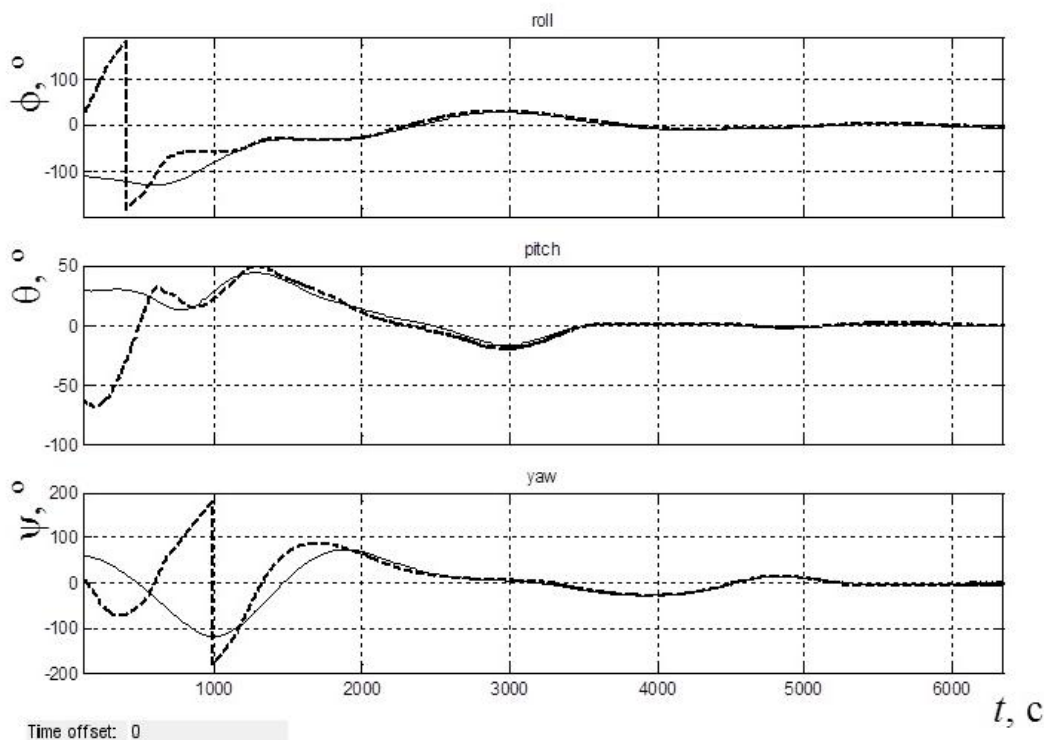


Рис. 4. Оцінювання кутів Ейлера при потраплянні МС в тінь Землі

Дослідження впливу інструментальних похибок вимірювачів та неточності математичної моделі МС показало суттєвий вплив на похибку оцінки кутової орієнтації МС, особливо за неточності моделі МПЗ. Особливо чутливим ФК є за відсутності інформації з ДС, внаслідок потрапляння МС в тінь Землі.

Список використаної літератури

1. Мелащенко О. М. Дослідження гравітаційно-магнітної системи стабілізації мікросупутника з оцінюванням фазового вектора фільтром Калмана // О. М. Мелащенко, Л. М. Рижков / Наукові вісті НТУУ „КПІ”. – 2008. – №2. С. 61-67.
2. Иванов Д. С. Алгоритм оценки параметров ориентации малого космического аппарата с использованием фильтра Калмана // Д. С. Иванов, С. О. Карпенко, М. Ю. Овчинников/ (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН). – М., 2009. – 32 с.
3. Консультационный центр MatLab компании Softline // – URL: <http://matlab.exponenta.ru>.