

УДК 531.383

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/0203-377130201568993>

Кришталь В. Ф.<sup>1</sup>, к.ф-м.н., доцент

## ОСОБЛИВОСТІ ВПЛИВУ ГІРОСКОПІЧНОЇ СИСТЕМИ НА КОЛИВАННЯ СИСТЕМИ ВІБРОЗАХИСТУ ПАСИВНОГО ТИПУ

**En** The paper examines the impact of gyroscopic system on vibration protection system. Object of research is adjustable gyro compass. It is shown that the horizontal vibration of base can cause hull angular oscillations of the gyroscopic compass around a horizontal axis, even when rational installation of the device on vibration isolators passive type. Angular oscillations arise as a result of passing the vibration through the channel of indicator of horizon and the emergence of an appropriate signal of control system. As a result, the moment of couple of force that is opposite moment of control, acts on the vibration isolation system. The amplitudes of these oscillations depends on the ratio of the moments of inertia and hull horizontal frame with a sensing element, the transfer functions of the closed horizontal channel of control system and the transfer function of the indicator of hori-

---

<sup>1</sup> Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", кафедра теоретичної механіки

zon. The amplitudes of the acquire a maximum value in the case of coincidence of the natural frequencies of the angular and translational horizontal vibrations of the vibration protection system.

The consequence of these fluctuations is the appearance of the gimbal error. Reducing the impact of these fluctuations is achieved by using different natural frequencies of the translational and angular fluctuations hull, displacement of natural frequencies of the angular fluctuations beyond the band pass control system of horizontal frame.

**Ru**

В работе на примере виброизолированного скорректированного гироскопического компаса исследуется влияние гироскопической системы на систему виброзащиты. Показано, что горизонтальная поступательная вибрация основания может вызвать угловые колебания корпуса вокруг горизонтальной оси даже при рациональном монтаже прибора на пространственных виброизоляторах пассивного типа. Амплитуды этих колебаний зависят от соотношения моментов инерции корпуса и горизонтной рамы с чувствительным элементом, передаточных функций замкнутой системы управления горизонтного канала и передаточной функции индикатора горизонта. Следствием указанных колебаний может быть появление кардановой погрешности. Уменьшение данной погрешности достигается обеспечением несовпадения собственных частот поступательных и угловых колебаний системы виброзащиты.

## **Вступ**

Використання систем віброзахисту (СВЗ) є одним з методів збереження точності та надійності навігаційних систем при вібраційних збуреннях. Окрім задачі зменшення вібраційних прискорень, до СВЗ, як правило, висувається вимога мінімізації кутових коливань приладу при поступальних коливаннях основи [1]. У багатьох випадках пропонується використання пасивної СВЗ, при цьому, дослідження динаміки СВЗ проводиться без урахування впливу на неї гіроскопічної системи [1, 2]. Для пасивної СВЗ просторового типу, без обмеження степенів вільності, наявність двигунів або датчиків моментів гіроскопічної системи обумовлюють необхідність дослідження їх впливу на динаміку самої СВЗ.

## **Постановка задачі**

В роботі ставиться завдання визначити залежність коливань СВЗ пасивного типу від дії виконавчих пристроїв гіроскопічної системи на приладі коректованого гіроскопічного компаса (КГК) з рідинно-торсіонним підвісом чутливого елемента (ЧЕ) [3]. Конструкція КГК, який складається з тристепеневого гіроскопа та індикатора горизонту (ІГ), що знаходяться у зовнішньому кардановому підвісі, дві осі якого мають виконавчі пристрої, а третя вісь має маятникову стабілізацію, обумовлює чутливість приладу до вібраційних збурень.

## Основна частина

Вважаємо, що СВЗ складається з чотирьох однакових віброізоляторів (ВІ) розташованих у горизонтальній площині симетрично. ВІ подаються як три ортогональних шарнірно закріплених пружних елементи. Переміщення приладу відбуваються в межах лінійних деформацій ВІ. Сили опору СВЗ пропорційні першому степеню швидкості.

За опорну оберемо географічну систему координат  $O\xi\eta\zeta$ , вісь  $O\xi$  - напрямлена на схід, вісь  $O\eta$  - на північ.

Вібрацію місця встановлення КГК на об'єкті задамо горизонтальними поступальними прискореннями  $w_\xi = w_{\xi_0} \sin(\omega t + \mu_1)$  та  $w_\eta = w_{\eta_0} \sin(\omega t + \mu_2)$ , напрямленими вздовж осей географічної системи координат, об'єкт вважаємо нерухомим.

Враховуючи, що КГК призначений для визначення курсу об'єкта, накладемо обмеження на обертальний рух корпусу приладу навколо вертикальної осі відносно об'єкта.

Оскільки частоти власних коливань ротора гіромотора лежать у межах 700-1000 Гц, для частот вібрації, що на практиці не перевищують 60 Гц, можна знехтувати відповідними доданками у рівняннях руху КГК.

Диференціальні рівняння обертального руху, власне КГК, подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\alpha} + H [\Omega_\xi + \Omega_\eta \alpha - \Omega_\zeta \gamma + \dot{\beta}] &= -c_z \alpha_T - h_z \dot{\alpha}_T + L_\alpha; \\ I_x \ddot{\beta} - H [\Omega_\xi \gamma - \Omega_\eta \beta + \Omega_\zeta + \dot{\alpha}] &= -c_x \beta_T - h_x \dot{\beta}_T + L_\beta; \\ I_\gamma \ddot{\gamma} + h_\gamma \dot{\gamma} + m_c g l_c \gamma - H \Omega_\xi \beta_T - H \Omega_\zeta \alpha_T &= m_c l_c (w_\xi + \ddot{\xi}) + h_\gamma \dot{\phi} + L_{\gamma_c}; \\ I_\xi \ddot{\beta}_{ca} + h_\beta \dot{\beta}_{ca} + a_\xi g \beta_{ca} - h_x \dot{\beta}_T - c_x \beta_T - W_2 (\beta_T - \beta_K) + H \Omega_\xi \gamma_c &= h_\beta \dot{\vartheta} + L_{\beta_c}; \\ I_\zeta \ddot{\alpha}_{ca} + h_\alpha \dot{\alpha}_{ca} - h_z \dot{\alpha}_T - c_z \alpha_T - W_1 (\alpha_T - \alpha_K) - H \Omega_\zeta \gamma_c &= L_{\alpha_c}; \\ T_1 \ddot{\delta} + T \dot{\delta} + \delta = [T_1 - (r_3 + l_{tp}) / g] \ddot{\beta}_{ca} + \beta_{ca} + (w_\eta + \ddot{\eta}) / g + r_1 \ddot{\alpha}_{ca} / g + L_\delta. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $\alpha, \beta$  - кути повороту ЧЕ в географічній системі відліку навколо осей  $O\zeta$  та  $O\eta$  відповідно;  $\alpha_{ca}, \beta_{ca}, \gamma$  - кути повороту азимутальної, горизонтної рам та слідкуючої сфери в географічній системі відліку навколо осей  $O\zeta, O\eta$  та  $O\xi$ ;  $\gamma_c$  - відносний кут повороту слідкуючої сфери;  $\alpha_T, \beta_T$  - відносні кути повороту ЧЕ (кути закручування торсіонів);  $\vartheta, \phi$  кути повороту корпусу приладу навколо осей  $O\xi$  та  $O\eta$ ;  $\Omega_\xi, \Omega_\eta, \Omega_\zeta$  - проекції кутової швидкості географічної системи координат;  $\xi, \eta$  - переміщення центра мас корпусу відносно об'єкта в напрямку осей  $O\xi$  та  $O\eta$ . Вважаємо величину лінійних прискорень такою, що відносний кут відхилення  $\delta$  маятника П змінюється в межах лінійної зони його характеристики.

Диференціальні рівняння руху віброізолюваного корпусу:

$$\begin{aligned}
 I_9 \ddot{\Theta} + (h_9 + h_\beta) \dot{\Theta} + c_9 \Theta + h_{9\eta} \dot{\eta} + c_{9\eta} \eta - h_\beta \dot{\beta}_{ca} + W_2 (\beta_T - \beta_K) &= 0; \\
 I_\varphi \ddot{\Phi} + h_\varphi \dot{\Phi} + c_\varphi \Phi - m_{гб} l_{гп} g \Phi + m_{гб} l_{гп} \ddot{\xi} + h_{\varphi\xi} \dot{\xi} + c_{\varphi\xi} \xi - m_c l_c l_{гп} \ddot{\gamma} - h_\gamma \dot{\gamma}_c & \\
 &= -m_{гб} l_{гп} W_\xi; \\
 M (w_\xi + \ddot{\xi}) + h_\xi \dot{\xi} + c_\xi \xi + m_{гб} l_{гп} \ddot{\Phi} + h_{\varphi\xi} \dot{\Phi} + c_{\varphi\xi} \Phi - m_c l_c \ddot{\gamma} &= 0; \\
 M (w_\eta + \dot{\eta}) + h_\eta \dot{\eta} + c_\eta \eta + h_{\eta 9} \dot{\Theta} + c_{\eta 9} \Theta &= 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В рівняннях (1) та (2) позначено:  $H$  – кінетичний момент ротора ЧЕ;  $I_x, I_z$  – моменти інерції ЧЕ відносно осі повороту горизонтального та вертикального торсіонів;  $I_\gamma$  – момент інерції слідкуючої сфери відносно її осі підвісу;  $I_\xi, I_\zeta$  – моменти інерції горизонтної та азимутальної рами зовнішнього карданового підвісу разом з ЧЕ відносно їх осей обертання;  $I_9, I_\varphi$  – моменти інерції корпусу та елементів зовнішнього карданового підвісу КГК відносно горизонтальних осей;  $c_x, c_z$  – коефіцієнти жорсткості горизонтальних та вертикальних торсіонів підвісу ЧЕ;  $h_x, h_z, h_\alpha, h_\beta, h_\gamma$  – коефіцієнти в'язкого тертя;  $W_1(\alpha_T - \alpha_K), W_2(\beta_T - \beta_K)$  – керуючі моменти;  $\alpha_K, \beta_K$  – кути керування;  $n_x, n_z$  – сталі коефіцієнти;  $m_{гб}$  – маса ЧЕ;  $m_c$  – маса слідкуючої сфери;  $m_c g l_c \gamma$  – маятниковий момент слідкуючої сфери;  $M$  – маса приладу;  $T_1, T$  – сталі часу індикатора горизонту;  $r_1, r_3$  – координати точки підвісу маятника ПГ. Коефіцієнти жорсткості  $c_\xi, c_\eta, \dots, c_{\varphi\xi}$  та в'язкого тертя  $h_\xi, h_\eta, \dots, h_{\varphi\xi}$  СВЗ визначаються за [4]. Координати закріплення ВІ:  $r_{\xi i}, r_{\eta i}, r_{\zeta i}$  – визначаються у системі координат, зв'язаній з корпусом КГК. Вважаємо, що центр мас корпусу збігається з точкою перетину осей підвісу азимутальної та горизонтної рами. Центри мас азимутальної та горизонтної рам знаходяться в тій же точці.

Припускаємо, що для СВЗ виконується умова раціонального монтажу ( $r_{\zeta i} = 0$ ), що дозволяє записати  $h_{\varphi\xi} = c_{\varphi\xi} = h_{9\eta} = c_{9\eta} = 0$ .

Для зменшення впливу маятничкової стабілізації слідкуючої сфери на перетворювач моменту (двигун) горизонтної рами, вісь підвісу слідкуючої сфери знаходиться вище по вертикалі на відстань  $l_{гп}$  від осі підвісу горизонтної рами і виконується умова:  $m_c l_c = m_{гб} l_{гп}$ . Тут  $l_c$  – відстань від осі підвісу слідкуючої сфери до її центра ваги.

Доданки  $L_\alpha, L_\beta, L_{\gamma_c}, L_{\beta_c}, L_{\alpha_c}, L_\delta$  є величинами другого порядку малості.

Перейдемо до операторної форми запису лінеаризованої системи рівнянь (1), уводячи оператор диференціювання  $p = \frac{d}{dt}$ . Враховуємо в динаміці  $\alpha_k = n_z \delta$  і  $\beta_k = n_x \delta$ . Тоді з рівнянь руху зовнішнього карданового підвісу (четверте та п'яте рівняння системи (1)), отримаємо:

$$\begin{aligned}\alpha_\tau &= \Phi_1(p)n_z \delta + \theta_1(p)M_1(p)\alpha, \\ \beta_\tau &= \Phi_2(p)n_x \delta + \theta_2(p)M_2(p)\beta - \theta_2(p)h_\beta p \vartheta,\end{aligned}\quad (3)$$

де  $\Phi_i(p) = W_{Pi}(p)[1 + W_{Pi}(p)]^{-1}$ ,  $W_{Pi}(p) = W_i(p)W_{Oi}(p)$  – передатні функції замкнених ( $\Phi_i(p)$ ) та розімкнених ( $W_{Pi}(p)$ ) слідкуючих систем КГК,  $W_i(p)$  та  $W_{Oi}(p)$  – передатні функції регулятора та об'єкта регулювання ( $i=1, 2$ ):

$$\begin{aligned}W_{O_1} &= (I_\zeta p^2 + (h_\alpha + h_z)p + c_z)^{-1}, \quad W_{O_2} = (I_\xi p^2 + (h_\beta + h_x)p + c_x)^{-1}, \\ \theta_i(p) &= W_{Oi}(p)(1 + W_{Pi}(p))^{-1}, \quad M_1(p) = I_\zeta p^2 + h_\alpha p, \\ M_2(p) &= I_\xi p^2 + h_\beta p.\end{aligned}\quad (4)$$

Враховуючи (3) та (4), розв'язок системи (1) можна подати так:

$$\begin{aligned}\alpha &\approx (h_x p + c_x)(Hp)^{-1} (W_{\alpha 1}(p)(w_\eta + p^2 \eta) + W_{\alpha 2}(p)h_\beta p \vartheta); \\ \beta &\approx -(h_z p + c_z)(Hp)^{-1} (W_{\beta 1}(p)(w_\eta + p^2 \eta) + W_{\beta 2}(p)h_\beta p \vartheta); \\ \alpha_\tau &\approx W_{\beta 1}(p)(w_\eta + p^2 \eta) + W_{\beta 2}(p)h_\beta p \vartheta; \\ \beta_\tau &\approx W_{\alpha 1}(p)(w_\eta + p^2 \eta) + W_{\alpha 2}(p)h_\beta p \vartheta;\end{aligned}\quad (5)$$

$$\delta \approx W_{\delta \alpha}(p)\Phi_1(p)\alpha + W_{\delta \beta}(p)\Phi_2(p)\beta + W_{\delta 1}(p)(w_\eta + p^2 \eta) + W_{\delta 2}(p)h_\beta p \vartheta,$$

де  $W_{\delta 1}(p) = g^{-1}W_{\delta \Sigma}(p)$ ,  $W_{\delta 2}(p) = W_{\delta \Sigma}(p)W_{\delta \beta}(p)\theta_2(p)$ ,

$$W_{\delta \alpha}(p) = r_1 p^2 g^{-1}, \quad W_{\delta \beta}(p) = (T_1^2 - (r_3 + l_{rp})g^{-1})p^2 + 1,$$

$$W_{\delta \Sigma}(p) = (T_1^2 p^2 + Tp + 1 + W_{\delta \beta}(p)\Phi_2(p)n_x + W_{\delta \alpha}(p)\Phi_1(p)n_z)^{-1},$$

$$W_{\alpha 1}(p) = g^{-1}\Phi_2(p)n_x W_{\delta \Sigma}(p),$$

$$W_{\alpha 2}(p) = (\Phi_2(p)n_x W_{\delta \Sigma}(p)W_{\delta \beta}(p) - 1)\theta_2(p),$$

$$W_{\beta 1}(p) = g^{-1}\Phi_1(p)n_z W_{\delta \Sigma}(p), \quad W_{\beta 2}(p) = \Phi_1(p)n_z W_{\delta \Sigma}(p)W_{\delta \beta}(p)\theta_2(p).$$

Аналіз рівнянь (2) показує можливість їх розділення. Вплив КГК на рух СВЗ за координатами  $\eta$ ,  $\vartheta$  визначається керуючим моментом  $W_2(\beta_\tau - \beta_y)$  горизонтної слідкуючої системи та в'язким тертям в осі пово-

роту горизонтної рами  $h_\beta \dot{\beta}_c$ . Вводячи оператор диференціювання  $p = \frac{d}{dt}$ ,

розв'язок системи рівнянь руху корпусу (2) за координатами  $\eta$ ,  $\vartheta$ , після підстановки отриманих раніше виразів (5) для  $\beta$ ,  $\beta_T$ ,  $\delta$  та врахування співвідношень  $W_{\delta\Sigma}(p)W_{\delta\beta}(p) \square 1$ ,  $W_2(p)\theta_2(p) = \Phi_2(p)$ ,  $1 - \Phi_2(p) = \theta_2(p)M_2(p)$ ,  $W_{\delta\Sigma}(p)W_{\delta\alpha}(p) \square 1$ , подамо так:

$$\vartheta = \Delta_9(w_\eta + p^2\eta) / \Delta, \quad \eta = -Mw_\eta(Mp^2 + h_\eta p + c_\eta)^{-1}, \quad (6)$$

де  $\Delta_9 = ((h_\beta p + W_2(p))\Phi_2(p) - W_2(p))n_x W_{\delta\Sigma}(p)g^{-1}$ ,

$$\Delta = I_9 p^2 + h_9 p + c_9 + h_\beta p(1 - h_\beta p\theta_2(p) - W_2(p)\theta_2(p)).$$

Вирази для  $\Delta_9$  та  $\Delta$  можна спростити, якщо скористатись співвідношеннями:

$$\begin{aligned} (h_\beta p + W_2(p))\Phi_2(p) - W_2(p) &= -I_\xi p^2 \Phi_2(p), \\ 1 - h_\beta p\theta_2(p) - W_2(p)\theta_2(p) &= I_\xi p^2 \theta_2(p), \end{aligned} \quad (7)$$

які отримуються з урахуванням формул (4) та виразу для  $\Phi_2(p)$ . Величина доданка  $I_\xi p^2 \theta_2(p)$  зростає від нуля та прямує до одиниці. Оскільки коефіцієнт  $h_\beta$  при  $I_\xi p^2 \theta_2(p)$  у виразі для  $\Delta$  задовольняє умову  $h_9 \square h_\beta$ , цим доданком можна нехтувати:

$$\Delta = I_9 p^2 + h_9 p + c_9.$$

Таким чином, коливання корпусу приладу за координатами  $\eta$ ,  $\vartheta$  можна визначити з формул:

$$\begin{aligned} \eta &= -w_\eta(p^2 + 2\varepsilon_\eta \omega_\eta p + \omega_\eta^2)^{-1}, \\ \vartheta &= (p^2 + 2\varepsilon_9 \omega_9 p + \omega_9^2)^{-1} \Phi_2(p) i_{\xi 9} p^2 n_x W_{\delta\Sigma}(p) (w_\eta + p^2 \eta) g^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $\omega_9^2 = c_9 I_9^{-1}$ ,  $\omega_\eta^2 = c_\eta M^{-1}$ ,  $i_{\xi 9} = I_\xi / I_9$ .

Відомо, що у випадку раціонального монтажу твердого тіла на віброізоляторах ( $h_{9\eta} = c_{9\eta} = 0$ ), поступальні коливання основи викликають тільки поступальний рух цього тіла. Але у нашому випадку, як впливає з останнього виразу формул (8), горизонтальна поступальна вібрація об'єкта з прискоренням  $w_\eta$  спричиняє появу кутових коливань віброізолизованого корпусу КГК (розкачувань) за координатою  $\vartheta$  внаслідок дії на нього моменту реакції, протилежного до керуючого моменту  $W_2(\beta_T - \beta_K)$ . Амплітуду цих коливань можна визначити з частотної передатної функції шляхом підстановки виразу  $p = i\omega$ , де  $\omega = 2\pi f$  – колова частота гармонічних коливань, у формули (8). Амплітуда коливань за координатою  $\vartheta$  залежить від відношення  $i_{\xi 9} = I_\xi / I_9$  моментів інерції горизонтної рами разом з ЧЕ ( $I_\xi$ ), які стабілізуються відносно осі  $O\xi$ , та корпусу з азимутальною рамою ( $I_9$ ),

передатних функцій  $\Phi_2(i\omega)$  та  $W_{\delta\Sigma}(i\omega)$ . Як відомо, модуль замкненої передатної функції  $\Phi_2(i\omega)$  в межах смуги перепуску приблизно дорівнює одиниці, а після частоти зрізу прямує досить швидко до нуля. Для реальних параметрів значення частоти зрізу слідкуючих систем лежить в межах 12-15 Гц.

На рис. 1 показано графіки зміни амплітуди коливань корпусу за координатою  $\vartheta$ . Лінії 1, 2 та 3 відповідають різним значенням власної частоти  $\omega_\theta$  (1 – 2,5 Гц, 2 – 3,5 Гц, 3 – 4,0 Гц), якщо власна частота  $\omega_\eta$  дорівнює 3,7 Гц. Лінії 4, 5 та 6 відповідають наступним значенням власних частот  $\omega_\vartheta$  кутових коливань: 4 - 5,0 Гц, 5 - 6,0 Гц, 6 - 6,6 Гц, а власна частота  $\omega_\eta$  дорівнює 6,0 Гц. Величина прискорення дорівнювала  $w_{\eta_0} = 0,5g$ . Значення параметрів КГК взято з [5]. Відносний коефіцієнт в'язкого тертя прийнято  $\varepsilon_\vartheta = \varepsilon_\eta = 0,1$ , маса приладу  $M = 11$  кг, параметр  $i_{\xi\vartheta} = 1$ .

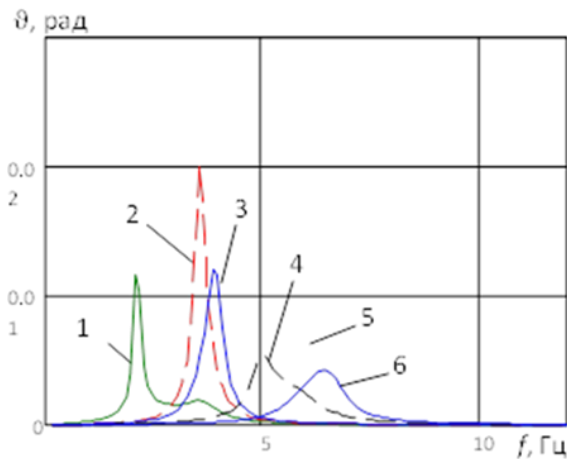


Рис.1. Графіки зміни амплітуди коливань корпусу за координатою  $\vartheta$

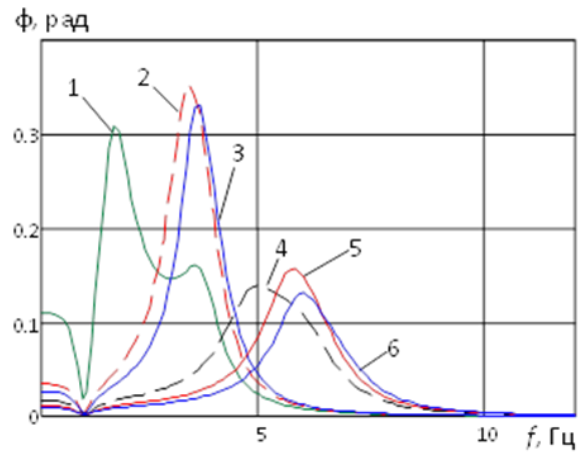


Рис.2. Графіки амплітудних значень кута  $\varphi$

З рис. 1 випливає, що амплітудні значення коливань за кутом  $\vartheta$  набувають максимальних значень, якщо власна частота кутових коливань збігається з власною частотою горизонтальних поступальних коливань (для лінії 2 досягає  $2,05 \cdot 10^{-2}$  рад). При зростанні власної частоти поступальних коливань корпусу (наприклад, за рахунок збільшення горизонтальної жорсткості віброізоляторів) максимальні амплітудні значення коливань за координатою  $\vartheta$  зменшуються.

Зазначимо, що власна частота  $\omega_\vartheta$  визначається коефіцієнтом жорсткості  $c_\vartheta$  та моментом інерції  $I_\vartheta$ , який включає момент інерції тільки корпусу і азимутальної рами, а не усього приладу (горизонтна рама разом з гіроблоком відносно цієї осі стабілізована).

Рух СВЗ за координатами  $\xi$  та  $\varphi$  визначається з третього рівняння системи (1), другого та третього рівнянь системи (2). Нехтуючи досить малими доданками  $H\Omega_\xi\beta_T$ ,  $H\Omega_\xi\alpha_T$  у порівнянні з іншими членами рівнянь, можна записати:

$$\begin{aligned}\gamma_{ca} &\approx W_{\gamma\xi}(p)(w_\xi + p^2\xi) + W_{\gamma\varphi}(p)\varphi, \\ \varphi &\approx \left(i_{\varphi\gamma}\omega_\gamma^2 g^{-1}W_{\gamma\varphi}(p) - m_{\gamma\sigma}l_{\gamma p}I_\varphi^{-1}\right)W_\varphi(p)(w_\xi + p^2\xi), \\ \xi &\approx -w_\xi \left(p^2 + 2\varepsilon_\xi\omega_\xi p + \omega_\xi^2\right)^{-1},\end{aligned}\quad (9)$$

де  $W_{\gamma\xi}(p) = \omega_\gamma^2 W_\gamma(p)g^{-1}$ ,  $W_{\gamma\varphi}(p) = (\omega_\gamma^2 l_{\gamma p} g^{-1} p^2 + 2\varepsilon_\gamma \omega_\gamma p)W_\gamma(p)$ ,

$$i_{\varphi\gamma} = I_\gamma I_\varphi^{-1}, \quad W_\gamma(p) = \left(p^2 + 2\varepsilon_\gamma \omega_\gamma p + \omega_\gamma^2\right)^{-1},$$

$$W_\varphi(p) = \left(p^2 + (2\varepsilon_\varphi \omega_\varphi + 2\varepsilon_\gamma \omega_\gamma i_{\varphi\gamma})p + \omega_\varphi^2\right)^{-1}, \quad \omega_\gamma^2 = m_c g l_c I_\gamma^{-1}, \quad \omega_\varphi^2 = c_\varphi I_\varphi^{-1},$$

$$\omega_\xi^2 = c_\xi M^{-1}.$$

Як впливає з формул (9), кутові коливання корпусу КГК за координатою  $\varphi$  спричиняються коливальним рухом слідкуючої сфери внаслідок її маятникової стабілізації. Амплітуди коливань за кутом  $\varphi$  набувають максимальних значень у випадку рівності власних частот  $\omega_\xi$  та  $\omega_\varphi$ . На рис. 2 подано графіки амплітудних значень кута  $\varphi$  для  $\omega_\xi$ , що відповідає 3,7 Гц (лінії 1-3) та  $\omega_\varphi$  - 6 Гц (лінії 4-6). Значення власних частот  $\omega_\varphi$  дорівнюють відповідно: 1 - 2,5 Гц, 2 - 3,5 Гц, 3 - 4,0 Гц, 4 - 5,0 Гц, 5 - 6,0 Гц, 6 - 6,6 Гц. Параметри СВЗ узято такими ж, як і при побудові рис. 1. Власна частота  $\omega_\gamma$  відповідає частоті 1 Гц, коефіцієнт відносного опору  $\varepsilon_\gamma = 0,5$ ,  $w_{\xi_0} = 0,5g$ .

Кутові коливання корпусу в першу чергу здійснюють вплив на величину карданової похибки КГК. Визначимо величину цієї похибки. Для цього проведемо процедуру усереднення рівнянь руху (1) за період коливань. Вирази для  $\langle L_\alpha \rangle$ ,  $\langle L_\beta \rangle$  набувають вигляду:

$$\langle L_\alpha \rangle = \langle I_x \dot{\beta} \dot{\gamma} - I_y \dot{\beta}_{ca} \dot{\gamma} - H\Omega_x + D_z \rangle, \quad \langle L_\beta \rangle = \langle H\Omega_z - (I_z - I_y) \dot{\alpha} \dot{\gamma} + D_x \rangle,$$

де  $\langle f(t) \rangle = T^{-1} \int_0^T f(t) dt$  - оператор усереднення, відповідні усереднені значення проєкцій кутової швидкості супроводжуючого тригранника записуються у формі

$$\langle \Omega_x \rangle = \langle -\Omega_\xi (\alpha^2 + \gamma^2) / 2 + \Omega_\eta (\alpha + \beta_{ca} (\gamma - \varphi) + \varphi \vartheta) - \Omega_\zeta \gamma - \dot{\alpha} \dot{\gamma} \rangle,$$

$$\langle \Omega_z \rangle = \langle \Omega_\xi (\gamma + \alpha \beta) - \Omega_\eta (\beta - \alpha_{ca} \gamma) - \Omega_\zeta (\beta^2 + \gamma^2) / 2 + \dot{\beta} \dot{\gamma} \rangle;$$



а  $\langle D_x \rangle$ ,  $\langle D_z \rangle$  – усереднені складові моментів динамічного та статичного дебаланса чутливого елемента. Формули для  $L_{\alpha_c}$ ,  $L_{\beta_c}$ ,  $L_{\gamma_c}$ ,  $L_{\delta}$  внаслідок їх громіздкості не наводяться.

Систематична похибка КГК встановлюється величиною  $\langle \alpha_c \rangle$ , оскільки інформація про зміну курсу об'єкта визначається як кут відхилення азимутальної рами відносно корпусу. Цю величину можна знайти, виразивши з першого рівняння системи (1) кут  $\alpha_c$ , а четверте та п'яте рівняння записуючи у вигляді:

$$\langle \alpha_T \rangle = \langle \alpha_K \rangle - \langle \Delta \alpha_c \rangle, \quad \langle \beta_T \rangle = \langle \beta_K \rangle - \langle \Delta \beta_c \rangle,$$

де  $\langle \Delta \alpha_c \rangle = \langle L_{\alpha_c} / (c_z + W_1(p)) \rangle$ ,  $\langle \Delta \beta_c \rangle = \langle L_{\beta_c} / (c_x + W_2(p)) \rangle$ .

Після нескладних перетворень, враховуючи  $\alpha_K = n_z \delta$ ,  $\beta_K = n_x \delta$ , отримаємо

$$\langle \alpha_c \rangle = \delta_r + c_z n_z c_x^{-1} n_x^{-1} \delta_a + \delta_\gamma + \delta_K + \delta_\delta + \delta_\alpha + \delta_\beta.$$

Тут  $\delta_a = \langle H \dot{\beta} \gamma - (I_z - I_y) \dot{\alpha} \dot{\gamma} + D_x \rangle / H \Omega_\eta$  – відхилення, що викликано азимутальним та  $\delta_r = \langle I_x \dot{\beta} \dot{\gamma} - I_y \dot{\beta}_{ca} \dot{\gamma} - H \dot{\alpha} \dot{\gamma} + D_z \rangle / H \Omega_\eta$  – горизонтним дрейфом гіроскопа,  $\delta_\gamma = \langle \gamma \rangle (\Omega_\zeta - c_z n_z c_x^{-1} n_x^{-1} \Omega_\xi) / \Omega_\eta$ ,  $\delta_\delta = -c_z n_z c_x^{-1} n_x^{-1} \langle L_\delta \rangle$  – похибки, що викликані сталими складовими відхилення маятника слідкуючої сфери та індикатора горизонту,  $\delta_\alpha = c_z \langle \Delta \alpha_c \rangle / H \Omega_\eta$  та  $\delta_\beta = c_z n_z n_x^{-1} \langle \Delta \beta_c \rangle / H \Omega_\eta$  – сталі складові похибок слідкуючих систем,  $\delta_K = -\langle \theta \varphi \rangle + \langle \beta_{ca} (\gamma - \varphi) \rangle$  – карданова похибка (відповідає випадку  $K=0$ , де  $K$  – курсовий кут об'єкта).

На рис. 3 та рис. 4 показано залежність похибки  $\delta_K$  у випадку, відповідно, «лінійної» ( $\mu_1 = \mu_2$ ) та «еліптичної» ( $\mu_1 = \mu_2 + \pi/2$ ) вібрації для власних частот поступальних коливань  $\omega_\xi$ ,  $\omega_\eta$  рівних 3,7 Гц (лінії 1, 2, 3) та 6 Гц (лінії 4, 5, 6). Власні частоти  $\omega_\theta$ ,  $\omega_\varphi$  кутових коливань дорівнюють 2,5 Гц (лінія 1, 4), 3,5 Гц (лінія 2, 5) та 4,0 Гц (лінія 3, 6), тобто мають значення для яких визначались амплітуди коливань на рис. 1 та рис. 2.

З рис. 3 та рис. 4 випливає, що карданова похибка набуває найбільших значень в околі частоти резонансу у випадку збігу власних частот поступальних та кутових коливань (лінія 2 або лінія 5). Для значення  $i_{\xi\theta} = 1$  та амплітуд віброприскорень  $w_{\xi_0} = w_{\eta_0} = 0,5g$  вказана похибка у випадку «еліптичної» вібрації досягає 0,22 градуса (рис.4). При збільшенні амплітуд віброприскорень до 1g відповідна похибка досягне значення 0,9 градуса. Максимальні значення карданової похибки будуть меншими для більших значень власних частот поступальних і кутових коливань СВЗ за рахунок динамічних властивостей ПГ та маятника слідкуючої сфери.

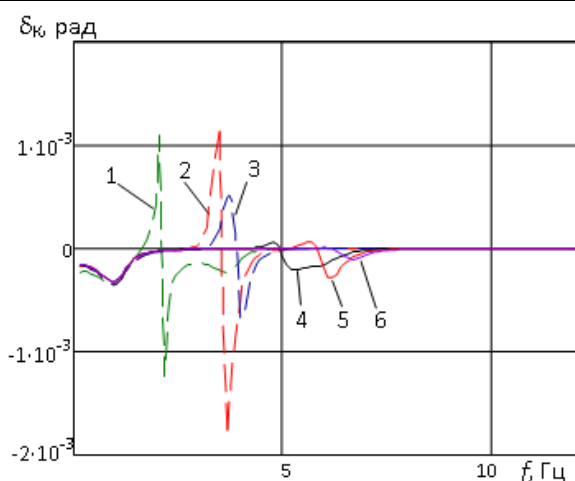


Рис. 3. Графік залежність похибки  $\delta_k$  у випадку «лінійної» вібрації

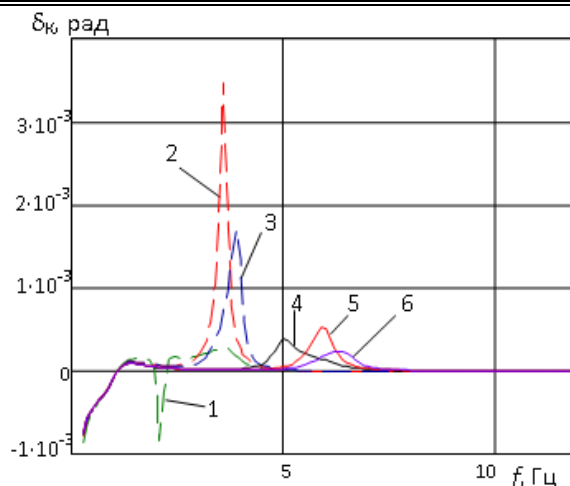


Рис. 4. Графік залежність похибки  $\delta_k$  у випадку «еліптичної» вібрації

### Висновки

Таким чином, горизонтальна поступальна вібрація основи може викликати кутові коливання корпусу КГК навіть при раціональному монтажі приладу на віброізоляторах пасивного типу. Коливання корпусу навколо осі повороту горизонтної рами виникають внаслідок проходження вібраційних збурень через канал ІГ і відпрацювання відповідного сигналу системою керування, що спричиняє дію на систему віброзахисту моменту протилежного до керуючого моменту горизонтного каналу системи стабілізації. Амплітуди цих коливань залежать від співвідношення моментів інерції корпусу та горизонтної рами з ЧЕ, передатних функцій замкненої системи керування горизонтного каналу та передатної функції ІГ. Максимальні значення набуваються у випадку збігу власних частот колових та поступальних горизонтальних коливань і можуть досягати декількох градусів. Коливання корпусу навколо осі повороту слідкуючої сфери викликаються коливаннями самої слідкуючої сфери.

Наслідком вказаних коливань є поява карданової похибки та підвищене зношування відповідних елементів зовнішнього карданового підвісу. Зменшення впливу цих коливань досягається забезпеченням розбіжності власних частот поступальних та кутових коливань корпусу КГК, зсувом власних частот кутових коливань за межі смуги перепуску горизонтної слідкуючої системи.

### Список використаної літератури

1. *Елисеев Д. П.* Обзор средств защиты инерциальных чувствительных элементов от инерционных воздействий // Материалы XIV конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург – 2012. – С. 464 - 470.
2. *Безвесільна О. М.* Про вибір параметрів систем вібро- і ударозахисту з сухим тертям // О. М. Безвесільна, Л. М. Рижков, Ю. В. Киричук/ Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 1998.- № 3. – С. 95-98.
3. Технические средства судовождения [Текст] / Е. Л. Смирнов, А. В. Яловенко, В. В. Сизов; под общ. ред. А. В. Яловенко. - СПб.: Элмор, Т. 1(2015): Теория. - 2015. - 648 с.
4. *Ганиев Р. Ф.* Колебания твердых тел. // Р. Ф. Ганиев, В. О. Кононенко/ М.:Наука, 1976.- 432 с.
5. *Коган В. М.* Судовой гироазимуткомпас «Вега» // В. М. Коган, М. В. Чичинадзе/ М.:Транспорт, 1983.-200 с.