

УДК 531.383

DOI: <http://dx.doi.org/>

Горелов Є. М.¹, керівник відділу, Збруцький О. В.², д.т.н., професор,
Лихоліт М. І.³, д.т.н., директор-головний конструктор, Янкелевич
Г. Є.⁴, к.т.н., керівник лабораторії

ФОРМУВАННЯ КОНТУРУ ФАЗОВОГО АВТОНАЛАШТОВУВАННЯ ЧАСТОТИ ТВЕРДОТІЛЬНОГО ХВИЛЬОВОГО ГІРОСКОПА

En When you create a wave solid-state gyro an important factor that determines the precision parameters of the device, there is a reasonable formation of gyro feedback circuit parameters, such as phase-locked loop circuit.

The above method of determining the phase locked loop parameters, which is designed based on direct digital synthesis chips (DDS), it allows to fulfill the requirements for accuracy, system stability and a given system bandwidth.

This method can also be used to synthesize a phase-locked loop based on other types of microcircuits.

¹ Казенне підприємство спеціального приладобудування «Арсенал»

² Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» факультет авіаційних і космічних систем

³ Казенне підприємство спеціального приладобудування «Арсенал»

⁴ Казенне підприємство спеціального приладобудування «Арсенал»

Ru При создании твердотельных волновых гироскопов одним из важных факторов, который определяет точностные параметры прибора, есть обоснованное формирование параметров контура обратной связи гироскопа, в частности контура фазовой автоподстройки частоты.

Приведенная методика определения параметров контура фазовой автоподстройки частоты, который спроектирован на базе микросхем прямого цифрового синтеза (DDS), позволяет обеспечить выполнение требований по точности, устойчивости системы и заданной полосе пропускания.

Этот метод может быть использована также для синтеза контура фазовой автоподстройки частоты на базе других типов микросхем.

Вступ

При створенні твердотільних хвильових гіроскопів (ТХГ) одним із важливих факторів, який визначає точності параметри приладу, є обґрунтоване формування параметрів контуру зворотного зв'язку ТХГ, зокрема контуру фазового автоналаштування частоти (ФАНЧ). Проектуванню цього контуру присвячено багато робіт [1–3], але в разі формування ФАНЧ, як цифрової системи, необхідне більш детальне відпрацювання методики визначення параметрів цієї системи з точки зору критеріїв автоматичного регулювання.

Постановка задачі

Розробити методику визначення параметрів контуру ФАНЧ, який спроектовано на базі микросхем прямого цифрового синтезу (*DDS*), що забезпечує виконання вимог щодо точності, стійкості системи та заданої смуги пропускання.

Принцип роботи контуру ФАНЧ ТХГ

Контур ФАНЧ ТХГ повинен забезпечувати формування керуючих сигналів, що збуджували коливання резонатору ТХГ на резонансній частоті, мати нульовий фазовий зсув відносно цих коливань та використовувати для живлення та демодуляції вихідних сигналів датчиків положення кромки резонатора ТХГ, тобто хвильової картини коливань резонатору. Функціональна схема контуру ФАНЧ представлена на рис. 1.

Контур ФАНЧ створено на основі микросхеми *DDS*, наприклад, *AD9854*. Із виходу цифро-аналогових перетворювачів (ЦАП) *DDS* дискретні сигнали $U \sin((\omega \cdot n\Delta t) + \phi(\omega t))$, $U \cos((\omega \cdot n\Delta t) + \phi(\omega t))$ надходять у фільтри низьких частот.

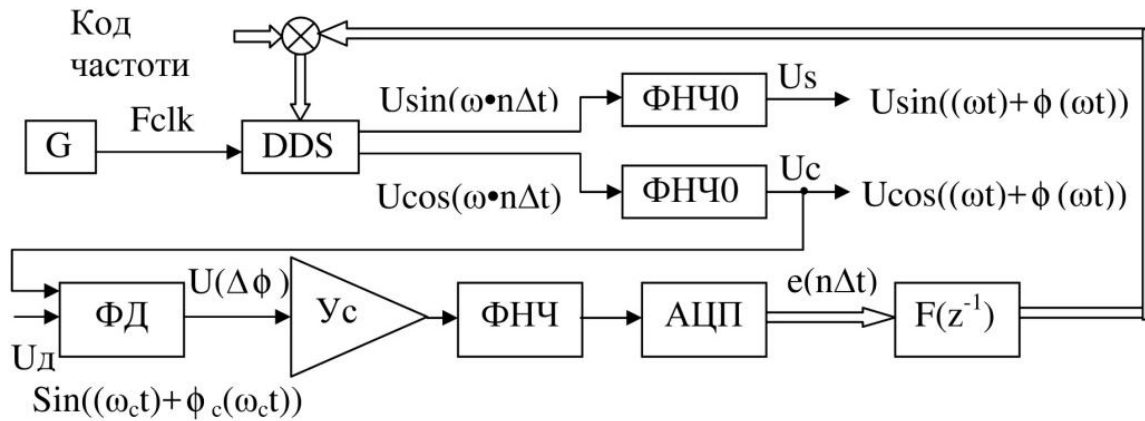


Рис. 1. Функціональна схема контуру фазового автоналаштування частоти: ФД – фазовий детектор, ФНЧ – фільтр низьких частот, U_c – підсилювач, АЦП – аналого-цифровий перетворювач, G – генератор тактових імпульсів частотою F_{clk} , $F(z^{-1})$ – пристрій для формування цифрової передаточної функції регулятора

Далі вони використовуються для демодуляції сигналів датчиків положення (ДП) хвильової картини, а сигнал U_c у якості опорного сигналу також поступає у фазовий детектор (ФД) на вхід якого поступає із ДП сигнал $U_{\Delta\phi}$. На виході ФД сигнал $U(\Delta\phi)$ є прямо пропорційним зсуву фаз між сигналами U_c і $U_{ДП}$. Зазначений зсув фаз визначається нерівністю частот ω_c – частоти хвильової картини, ω – частоти, яка формується у DDS , тобто величиною $(\omega_c - \omega)t$ та початковим зсувом – сталою величиною. Вихідний сигнал ФД після низькочастотної фільтрації, яка придушує пульсації на виході ФД, та підсилювання із метою узгодження сигналу із входом АЦП, поступає вже у вигляді цифрового коду на вхід пристрою, що формує необхідну передаточну функцію для забезпечення зазначених вище характеристик ФАНЧ. Коефіцієнт підсилювання k_d підсилювача U_c забезпечує масштабування діапазону вихідних сигналів із ФНЧ і діапазону вхідних сигналів АЦП. На виході АЦП формується цифровий код сигналу різності фазових зсувів $e(n \cdot \Delta t)$. Контур ФАНЧ забезпечує наближення частоти ω до частоти резонансу за рахунок дії контуру зворотного зв'язку, який по сигналу $U(\Delta\phi)$ формує відповідний цифровий код, що поступає на DDS у якому відбувається переналаштування частоти ω до ω_c . Тоді напруга $U(\Delta\phi)$, а відповідно й величина $e(n \cdot \Delta t)$ наближаються до нуля.

Математичні положення

Функціональній схемі, що наведена на рис. 1, при малих значеннях різності фаз сигналу із ДП ТХГ і опорного сигналу, який формується у *DDS*, відповідає структурна схема контуру регулювання, яка наведена на рис. 2.

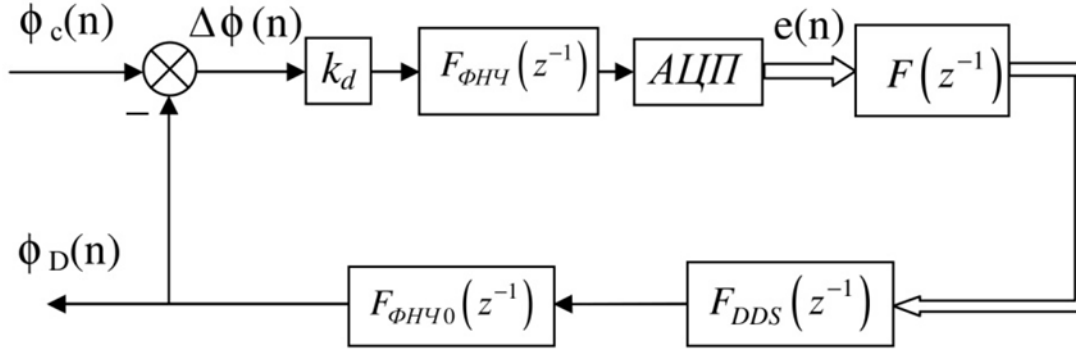


Рис. 2. Структурна схема контуру ФАНЧ

На рис. 2:

k_d – коефіцієнт передачі підсилювача,

$F_{\text{ФНЧ}}(z^{-1})$ – передаточна функція фільтру низьких частот сигналу ФД,

$F_{\text{DDS}}(z^{-1})$ – передаточна функція мікросхеми *DDS*,

$F_{\text{ФНЧ0}}(z^{-1})$ – передаточна функція фільтру низьких частот сигналу *DDS*,

$\phi_c(n) = (\omega_c n + \phi_c)$ – фазовий зсув сигналу з ДП ТХГ,

$\phi_D(n) = (\omega n + \phi_0)$ – фазовий зсув сигналу з фільтрів *DDS*,

$\Delta\phi(n) = \phi_c(n) - \phi_D(n)$ – різниця поточного фазового зсуву сигналу ДП ТХГ та сигналу із фільтрів *DDS*,

$e(n)$ – похибка компенсації фазових зсувів.

Визначимо передаточну функцію регулятора

$$F(z^{-1}) = k_p + \frac{k_i z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad (1)$$

де k_p , k_i – коефіцієнти передачі пропорційної та інтегруючої ланок.

Передаточна функція фільтра $F_{\text{ФНЧ}}(p) = \frac{1}{T_d p + 1}$, де T_d – стала часу фільтру.

Дискретна передаточна функція цього фільтру дорівнює:

$$F_{\text{ФНЧ}}(z^{-1}) = \frac{1}{T_d} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1} e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}}, \quad (2)$$

де Δt – дискрет часу обробки інформації у контурі ФАНЧ.

Призначенням фільтру низьких частот $F_{\text{ФНЧ0}}$ є згладжування «сходинок» на виході ЦАП мікросхеми DDS. Оскільки період тактових імпульсів із частотою F_{clk} , яка визначає частоту зміни інформації на виході ЦАП, суттєво менший ніж дискрет часу Δt , то передаточну функцію фільтра $F_{\text{ФНЧ0}}$ можна вважати рівною одиниці, тому що його стала часу менша за дискрет.

Передаточну функцію мікросхеми DDS можна записати так:

$$F_{\text{DDS}}(z^{-1}) = \frac{k_D z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad (3)$$

де k_D – коефіцієнт передачі, $k_D = \frac{M \cdot F_{\text{clk}}}{2^N}$, M – код частоти,

N – ефективна розрядність акумулятора фази мікросхеми.

Таким чином, відповідно до рис. 2 та із урахуванням передаточних функцій (1), ..., (3), передаточна функція $W_{\phi}(z^{-1}) = \frac{\phi_D}{\phi_c}$ контуру, має вигляд:

$$W_{\phi}(z^{-1}) = \frac{\frac{k_d k_D}{T_d} [k_p z^{-1} + (k_i - k_p) z^{-2}]}{1 + z^{-1} \left(\frac{k_d k_D}{T_d} k_p - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - 2 \right) + z^{-2} \left[2e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} + \frac{k_d k_D}{T_d} (k_i - k_p) + 1 \right] - z^{-3} e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}}. \quad (4)$$

Передаточна функція $W_{\Delta\phi}(z^{-1}) = \frac{\Delta\phi}{\phi_c}$ по похибці контуру, має вигляд:

$$W_{\Delta\phi}(z^{-1}) = \frac{\left(1 - z^{-1} e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) (1 - z^{-1})^2}{1 + z^{-1} \left(\frac{k_d k_D}{T_d} k_p - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - 2 \right) + z^{-2} \left[2e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} + \frac{k_d k_D}{T_d} (k_i - k_p) + 1 \right] - z^{-3} e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}}. \quad (5)$$

Визначимо умови стійкості цих передаточних функцій за допомогою критерію Гурвіца. Характеристичне рівняння запишемо таким чином:

$$A_0 z^3 + A_1 z^2 + A_2 z + A_3 = 0, \quad (6)$$

де $A_0 = 1$, $A_1 = \frac{k_d k_D}{T_d} k_p - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - 2$, $A_2 = 2e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} + \frac{k_d k_D}{T_d} (k_i - k_p) + 1$, $A_3 = -e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}$.

Для знаходження умов стійкості для характеристичного рівняння (6) запишемо нерівності:

$$\begin{aligned}
B_0 &= A_0 + A_1 + A_2 + A_3 = \frac{k_d k_D}{T_d} k_i > 0, \\
B_1 &= 3(A_0 - A_3) + A_1 - A_2 = \frac{k_d k_D}{T_d} (2k_p - k_i) > 0, \\
B_2 &= 3(A_0 + A_3) - A_1 - A_2 = 4 - 4e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - \frac{k_d k_D}{T_d} k_i > 0, \\
B_3 &= A_0 - A_1 + A_2 - A_3 = 4 + 4e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - \frac{k_d k_D}{T_d} (2k_p - k_i) > 0, \\
B_1 B_2 - B_0 B_3 &= 8 \frac{k_d k_D}{T_d} (k_p - k_i - k_p e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}) > 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

Перша із нерівностей (7) виконується. Другу – можна записати так $k_p > 0,5k_i$. Враховуючи, що $\frac{\Delta t}{T_d}$ є малою величиною та

$e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \sim 1 - \frac{\Delta t}{T_d} + 0,5\left(\frac{\Delta t}{T_d}\right)^2$ нерівності (7) можна спростити, а саме третю

нерівність представити у вигляді $B_2 = 4\frac{\Delta t}{T_d} - 2\left(\frac{\Delta t}{T_d}\right)^2 - \frac{k_d k_D}{T_d} k_i > 0$, тобто

$4\Delta t - 2\frac{\Delta t^2}{T_d} - k_d k_D k_i > 0$. Четверта нерівність набуває вигляду

$B_3 = 8 - 4\frac{\Delta t}{T_d} - \frac{k_d k_D}{T_d} k_i > 0$. Якщо скласти третю та четверту нерівності, то

одержимо $4 > \frac{k_d k_D}{T_d} k_p$. Ця нерівність еквівалентна одній із зазначених

нерівностей. П'яту нерівність можна записати так

$$B_1 B_2 - B_0 B_3 = 8 \frac{k_d k_D}{T_d} \left[k_p \frac{\Delta t}{T_d} - 0,5k_p \left(\frac{\Delta t}{T_d}\right)^2 - k_i \right] > 0,$$

тобто $k_p \frac{\Delta t}{T_d} - 0,5k_p \left(\frac{\Delta t}{T_d}\right)^2 - k_i > 0$.

Наведені нерівності визначають умови стійкості контуру ФАНЧ.

Далі проаналізуємо точність контуру ФАНЧ. Як було зазначено вище, поточна фаза сигналу ДП ТХГ має сталу складову та складову, що змінюється за часом $\omega_c t$. Z-перетворення сталої складової має вигляд

$\phi(z^{-1}) = \frac{1}{1-z^{-1}}$, складової, що змінюється за часом, є $\phi(z^{-1}) = \frac{\Delta t \omega_c z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$. За

допомогою теореми про кінцеве значення знайдемо, використовуючи передаточну функцію (5), усталене значення похибки компенсації фазових зсувів $\Delta\phi(n)$ при зазначеній зміні поточної фази $\phi_c(n)$ сигналу ДП. Будемо мати

$$\Delta\phi(z^{-1}) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)W_{\Delta\phi}(z^{-1}) \left[\frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{\Delta t \omega_c z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \right]. \quad (8)$$

Звідки бачимо, що $\Delta\phi(z^{-1}) = 0$, тобто усталене значення похибки зсуву фаз дорівнює нулю. Це забезпечується завдяки вибраній передаточній функції (1), але дещо ускладнює забезпечення стійкості контуру.

Основні сигнали, що використовуються у контурі зворотного зв'язку ТХГ, мають частоти близькі до резонансної частоти гіроскопа ω_p . Визначимо параметри контуру ФАНЧ, що забезпечують смугу проходження на рівні резонансної частоти гіроскопа. Для цього застосуємо передаточну функцію (4). Перейдемо у частотну область за допомогою білінійного перетворення. Підставимо в (4) $z^{-1} = \frac{1-w}{1+w}$, де w – комплексна величина. Будемо мати

$$W_{\phi}(w) = \frac{\frac{k_d k_D}{T_d} k_i (1-w-w^2+w^3)}{\frac{k_d k_D}{T_d} k_i + w \frac{k_d k_D}{T_d} (2k_p - k_i) + w^2 \left(4 - 4e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - \frac{k_d k_D}{T_d} k_i \right) + w^3 \left[4 + 4e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - \frac{k_d k_D}{T_d} (2k_p - k_i) \right]} \quad (9)$$

Перейдемо до абсолютної псевдочастоти λ шляхом заміни у (9) $w = j \frac{\Delta t}{2} \lambda$, де $\lambda = \frac{2}{\Delta t} \operatorname{tg} \frac{\omega \Delta t}{2}$

$$\begin{aligned}
W_\phi\left(j\frac{\Delta t}{2}\lambda\right) = & \frac{\frac{k_d k_D}{T_d} k_i \left[1 + \frac{\Delta t^2}{4} \lambda^2 - j \left(\frac{\Delta t}{2} \lambda + \frac{\Delta t^3}{8} \lambda^3\right)\right]}{\frac{k_d k_D}{T_d} k_i - \frac{\Delta t^2}{4} \lambda^2 \left(4 - 4e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - \frac{k_d k_D}{T_d} k_i\right) +} \\
& \frac{\frac{k_d k_D}{T_d} k_i \left[1 + \frac{\Delta t^2}{4} \lambda^2 - j \left(\frac{\Delta t}{2} \lambda + \frac{\Delta t^3}{8} \lambda^3\right)\right]}{+ j \left\{ \frac{\Delta t}{2} \lambda \frac{k_d k_D}{T_d} (2k_p - k_i) - \frac{\Delta t^3}{8} \lambda^3 \left[4 + 4e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - \frac{k_d k_D}{T_d} (2k_p - k_i)\right] \right\}}. \quad (10)
\end{aligned}$$

Згідно за теоремою Кательнікова частота дискретизації сигналів повинна бути не менше, ніж подвоєна максимальна частота ω_m у спектрі сигналів, тобто $\frac{2}{\Delta t} > \omega_m$. Це означає, що $\lambda \sim \omega$ у смузі пропускання.

Знайдемо модуль передаточної функції (10) та зробимо спрощення, нехтуючи членами $\left(\frac{\Delta t}{2}\lambda\right)^6$ оскільки величина $\frac{\Delta t}{2}\lambda$ мала. Позначимо $\lambda^2 = v$. Будемо мати:

$$|W_\phi(v)|^2 = \frac{X(v)}{Y(v)}, \quad (11)$$

$$\text{де } X(v) = \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 \left(1 + \frac{3}{4} \Delta t^2 v + \frac{3}{16} \Delta t^4 v^2\right),$$

$$\begin{aligned}
Y(v) = & \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 + \frac{\Delta t^2}{4} v \left[3 \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 + 4 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2 - 4 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i - 8k_i \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}\right)\right] + \\
& + \frac{\Delta t^4}{16} v^2 \left[16 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}\right) + 3 \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 + 16k_i e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} - 16k_p \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{T_d}}\right) - 8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i + \right. \\
& \left. + 8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2\right].
\end{aligned}$$

При $v = 0$ $|W_\phi(v)|^2 = 1$. У смузі пропускання модуль $|W_\phi(v)|^2 \geq 1 - \sigma$, де σ – мала позитивна величина. Вона характеризує зменшення модуля передаточної функції на кінці смуги пропускання. Підставимо модуль (11) у останній вираз. Після перетворень одержимо таку нерівність:

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta t^4}{16} v^2 \left\{ (1-\sigma) \left[8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i - 8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2 - 16 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) - 16 k_i e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 16 k_p \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) \right] + 3\sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 \right\} + \frac{\Delta t^2}{4} v \left\{ (1-\sigma) \left[8 k_i \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - 4 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2 + 4 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i \right] + 3\sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 \right\} + \sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 \geq 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Оскільки вираз (12) являє собою квадратичну функцію, то для виконання цієї нерівності тільки у смузі пропускання необхідно, щоб коефіцієнт при v^2 був менший нуля, тобто

$$\begin{aligned}
& (1-\sigma) \left[8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i - 8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2 - 16 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) - 16 k_i e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} + \right. \\
& \left. + 16 k_p \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) \right] + 3\sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 < 0,
\end{aligned} \tag{13}$$

а дискримінант $D = b^2 - 4ac$, де $a = \frac{\Delta t^4}{16} \left\{ (1-\sigma) \left[8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i - 8 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2 - \right. \right.$

$$\left. \left. - 16 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) - 16 k_i e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} + 16 k_p \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) \right] + 3\sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 \right\},$$

$$b = \frac{\Delta t^2}{4} \left\{ (1-\sigma) \left[8 k_i \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_d}} \right) - 4 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p^2 + 4 \frac{k_d k_D}{T_d} k_p k_i \right] + 3\sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2 \right\},$$

$c = \sigma \frac{k_d k_D}{T_d} k_i^2$, був більший нуля. У нерівності (12) рівність за малих

значеннях σ досягається у разі $v = \omega_{\delta}^2$. Одержане таким чином рівняння разом із одержаними нерівностями дозволяють визначити параметри контуру ФАНЧ, які забезпечать необхідну смугу пропускання.

Висновки

Наведена методика може бути використана у разі синтезу контуру ФАНЧ твердотільного хвильового гіроскопа. Вона дозволяє знайти область визначення параметрів контуру, які забезпечують його стійкість, необхідну точність та смугу пропускання.

Література

1. *Матвеев В. А.* Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах / В. А. Матвеев, Б. С. Лунин, М. А. Басараб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 240 с.
2. *Jungshin Lee.* Design and verification of a digital controller for a 2-piece hemispherical resonator gyroscope / Lee Jungshin, Yun Sung Wook, Rhim Jaewook // *Sensors*. – 2016. - №16 (4), 555. – Mode of access: www.mdpi.com/journal/sensors.
3. *Lynch D. D.* Vibratory Gyro Analysis by the Method of Averaging // Proc. 2nd St. Petersburg International Conf. on Gyroscopic Technology and Navigation. Russia, May 24–25, 1995. P. 26–34.