

УДК 681.5.01: 629.52.7

<http://orcid.org/0000-0002-2040-1613>  
<http://orcid.org/0000-0001-9920-4879>  
<http://orcid.org/0000-0002-3420-1613>  
<http://orcid.org/0000-0002-8273-2306>  
<http://orcid.org/0000-0003-2640-4735>  
<http://orcid.org/0000-0002-3672-8242>  
<http://orcid.org/0000-0003-4447-9415>

**О.А. МАШКОВ, В.М. ТРИСНЮК, Ю.В. МАМЧУР, С.В. ЖУКАУСКАС,  
С.А. НІГОРОДОВА, Т.В. ТРИСНЮК, О.В. КАЩИШИН**

**ТЕХНОЛОГІЯ СИНТЕЗУ АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ ДЛЯ  
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТАБІЛІЗАЦІЇ ДИСТАНЦІЙНО ПІЛОТОВАНОГО  
ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ  
ДЛЯ ОПЕРАТИВНО ПРОГРАМОВАНОЇ ТРАЄКТОРІЇ**

***Анотація.** В статті запропонована технологія синтезу алгоритму керування для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативно програмованій траєкторії. Розроблено алгоритм керування детермінованою багатовимірною автоматичною системою, який забезпечує стабілізацію об'єкта керування (дистанційно пілотованого літального апарату) на оперативно програмованій траєкторії. При цьому формування програмної траєкторії здійснюється дистанційно оператором по каналу зв'язку з ДПЛА. Запропоновану технологію синтезу алгоритму керування доцільно застосовувати для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативно програмованій траєкторії в детермінованій постановці. Показано, що процес оптимізації за обґрунтованою технологією має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стає значення функціонала, що мінімізується, що дозволяє здійснювати синтез керування у процесі польоту дистанційно пілотованого літального апарату в реальному часі.*

***Ключові слова:** зворотна задача динаміки, перехідний процес, програмна траєкторія руху, система керування, час перехідного процесу, якість керування.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-33-47**

**Вступ**

Відомо, що ефективне керування дистанційно пілотованим літальним апаратом (ДПЛА) передбачає вибір і здійснення найкращої програми дій для досягнення бажаного стану керованого об'єкта (виходячи з його певного початкового стану) через вплив на параметри управління. Критерієм оптимального керування можуть бути різні технічні, економічні та інші показники функціонування ДПЛА.

---

© О.А. Машков, В.М. Триснюк, Ю.В. Мамчур, С.В. Жукаускас,  
С.А. Нігородова, Т.В. Триснюк, О.В. Кащисин, 2019

Розгляду питання аналітичного конструювання алгоритмів керування складними динамічними об'єктами присвячено багато праць, серед яких особливо доцільно відзначити праці видатних вчених Р. Белмана, Л.С. Понтрягіна, Р.В. Гамкрелідзе, Е.Ф. Мищенко, М.М. Красовського, О.А. Красовського, О.М. Льютова, Л.А. Ростригіна, А.Я. Лернера, В.Т. Болтянського та ін. Проблеми оптимального керування літальними апаратами присвячено праці українських вчених В.М. Кунцевича, А.Є. Асланяна, М.С. Сівова, А.А. Туніка, Л.М. Блохіна, В.М. Азарського, О.І. Лисенка та ін. Разом з тим, незважаючи на їх значний науковий доробок, на наш погляд, недостатньо дослідженим залишається питання оперативного синтезу алгоритмів оптимального керування в реальному часі при змінах польотних завдань літального апарату [1–8].

Оптимальне керування має теоретичні, обчислювальні та прикладні аспекти. Так, реальна поведінка об'єкта або системи може відрізнятись від бажаної (програмної) за рахунок впливу зовнішніх факторів, неточності у початкових даних, неточності реалізації програмного управління тощо. Тому для мінімізації відхилення поведінки об'єкта від оптимальної зазвичай використовується система автоматичного керування.

## 1. Загальна постановка задачі, об'єкт, предмет та мета досліджень

Особливість системи керування ДПЛА полягає в тому, що у зв'язку зі змінами польотних завдань потрібно корегувати алгоритми керування. Це потребує формування відповідних алгоритмів керування у реальному часі польоту ДПЛА. Існуючі підходи до оптимального керування передбачають обчислювальні процедури, які у реальному часі не можуть бути реалізовані на ДПЛА. Тому проблематика розробки та впровадження систем оптимального керування ДПЛА є актуальною. Метою статті є обґрунтування технології синтезу алгоритму керування для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативному програмованій траєкторії в детермінованій постановці.

## 2. Виклад основного матеріалу дослідження

Розглянемо алгоритм керування детермінованою багатовимірною автоматичною системою [9, 10] такою, що забезпечує стабілізацію об'єкта керування (дистанційно пілотованого літального апарату) на оперативному програмованій траєкторії. При цьому формування програмної траєкторії здійснюється дистанційно оператором по каналу зв'язку з ДПЛА.

Початкове рівняння керуваного детермінованого руху ДПЛА приймає вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX(t) + BU(t), \quad Z(t) = HX(t), \\ U(x) &= CZ(t) = CHX(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $X(t)$  –  $n$ -вимірний вектор фазових координат об'єкта керування;  $U(t)$  –  $m$ -вимірний вектор керуючих функцій;  $Z(t)$  –  $l$ -вимірний вектор вимірювань.

Вважаємо матриці  $A, B, H, C$  заданими.

Нехай оперативною програмована траєкторія руху ДПЛА  $X^*(t)$  задана диференціальним рівнянням

$$X^*(t) = \Gamma X^*(t), \quad X^*(0) = X_0. \quad (2)$$

Приймемо, що характер зміни функцій  $\{X_i(t)\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  відповідає бажаній динаміці проєктованої системи при її русі  $X(t) \rightarrow O_{(n)}$ . Функції  $\{X_i^*\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  можуть бути задані з урахуванням фізичного змісту задачі і визначені не тільки у вигляді рішень диференціального рівняння (2), але й у вигляді аналітичних залежностей.

Потрібно знайти матрицю  $C$  розмірності  $(m, k)$  закону керування в результаті наближення траєкторії  $X(t) \rightarrow X^*(t)$ . Ступінь наближення може характеризуватися функціоналом

$$J(c) = \int_0^T [X(t) - X^*(t)]^T V [X(t) - X^*(t)] dt. \quad (3)$$

Мінімізація функціонала  $J(c)$  забезпечує наближення  $X(t) \rightarrow X^*(t)$ . Найчастіше матриця  $V$  вибирається діагональною, елементи якої зворотно пропорційні квадратам максимально допустимих відхилень поточних координат  $X_i(t)$  від еталонних координат  $X_i^*(t)$ , тобто

$$V = \text{diag} \{ [X_i(t) - X_i^*(t)]_{\text{макс}}^{-2} \}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Отже, розглядаємо задачу визначення оптимальних параметрів  $\{c_{ij}\}$  закону керування, при яких досягається мінімум  $J(c)$ .

Для вирішення даної задачі перетворимо початкові рівняння (1). З цією метою введемо  $k$  векторів, утворених із стовпців матриці  $C$ :

$$\begin{aligned} c_1^T &= [c_{11} \ c_{21} \ \dots \ c_{m1}] \\ c_2^T &= [c_{12} \ c_{22} \ \dots \ c_{m2}] \ . \\ &\dots\dots\dots \\ c_k^T &= [c_{1k} \ c_{2k} \ \dots \ c_{mk}] \end{aligned} \quad (5)$$

Крім того, з рядків матриці  $H$  визначимо також  $k$  векторів:

$$\begin{aligned} h_1^T &= [h_{11} \ h_{12} \ \dots \ h_{1n}] \\ h_2^T &= [h_{21} \ h_{22} \ \dots \ h_{2n}] \ . \\ &\dots\dots\dots \\ h_k^T &= [h_{k1} \ h_{k2} \ \dots \ h_{kn}] \end{aligned} \tag{6}$$

З урахуванням прийнятих позначень (5), (6)

$$CH = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_k] \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \\ \dots \\ h_k^T \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k c_i h_i^T. \tag{7}$$

Таким чином, рівняння системи (1) можна представити у вигляді:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) = F(X, U), \tag{8}$$

$$U = \left( \sum_{i=1}^k c_i h_i^T \right) X = G(X, C). \tag{9}$$

Приймаючи  $C = C^0 + \delta$ , введемо  $(n, m)$  – матриці чутливості вектора стану керованої системи по відношенню до змін її параметрів:

$$\psi_i(t, C^0) = \left[ \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} \right]_{\delta=0}, \quad i = \overline{1, k}. \tag{10}$$

Крім того, введемо  $(m, m)$  – матриці чутливості керуючих функцій:

$$\theta_i(t, C^0) = \left[ \frac{\partial U(t, C)}{\partial C} \right]_{\delta=0}, \quad i = \overline{1, k}. \tag{11}$$

Знайдемо співвідношення для визначення  $\psi_i, \theta_i$ . З урахуванням (8), (9) маємо:

$$\frac{\partial \dot{X}(t, C)}{\partial C_i} = F_X \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + F_U \frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i} \tag{12}$$

$$\frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i} = G_X \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + G_{C_i}(x, C), \tag{13}$$

де

$$F_X \triangleq \frac{\partial F(x, u)}{\partial X}, \quad F_U \triangleq \frac{\partial F(x, u)}{\partial U},$$

$$G_X \triangleq \frac{\partial G(x, C)}{\partial X}, \quad G_{C_i} \triangleq \frac{\partial G(x, C)}{\partial C_i}.$$

Відповідно до (8), (9) маємо:

$$F_X = A, \quad F_U = B, \quad G_X = \sum_{i=1}^k c_i h_i^T, \quad G_{C_i} = h_i^T X(t, C). \quad (14)$$

Підставляючи (14) в (12) і (13), отримаємо:

$$\frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} = A \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + B \frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i} = \left( \sum_{i=1}^k c_i h_i^T \right) \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + h_i^T X(t, C). \quad (16)$$

Приймаючи  $\delta = 0$  з урахуванням (10), (11), отримаємо рівняння для функцій чутливості:

$$\frac{d\psi_i(t, C)}{dt} = A\psi_i(t, C^0) + B\theta_i(t, C^0), \quad (17)$$

$$\theta_i(t, C^0) = \left( \sum_{i=1}^k c_i^0 h_i^T \right) \psi_i(t, C^0) + h_i^T X(t, C^0), \quad (18)$$

$$\psi_i(0, C^0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (19)$$

Вектор-функція  $X(t, C^0)$ , що входить у (18), визначається з урахуванням (1) в результаті інтегрування рівняння:

$$\frac{dX(t, C^0)}{dt} = (A + BC^0H)X(t, C^0), \quad (20)$$

$$X(0, C^0) = X_0. \quad (21)$$

Підставляючи (18) в (19), маємо:

$$\frac{d\psi_i(t, C^0)}{dt} = (A + BC^0H)\psi_i(t, C^0) + B[h_i^T X(t, C^0)]. \quad (22)$$

Таким чином, для визначення функцій чутливості замкнутої системи слід інтегрувати  $k$  матричних рівнянь (22) і одне векторне рівняння (20). Далі вважаючи відомими  $\psi_i(t, C^0)$  і  $X(t, C^0)$ , представимо вектор стану  $X(t, C) = X(t, C^0 + \delta)$  наближеним виразом:

$$X(t, C) = X(t, C^0) + \sum_{i=1}^k \psi_i(t, C^0) \delta_i, \quad (23)$$

який встановлює явну залежність  $X(t, C)$  від параметрів закону керування.

Підставляючи (23) в (3), функціонал, який мінімізується, представимо у вигляді:

$$I(\delta) = \int_0^T \sum_{i=1}^k \psi_i(t, C^0) \delta_i - \Delta(t, C^0)]^T V [\sum_{i=1}^k \psi_i(t, C^0) \delta_i - \Delta(t, C^0)] dt, \quad (24)$$

де вектор-функція

$$\Delta(t, C^0) \triangleq X^*(t) - X(t, C) \quad (25)$$

характеризує відхилення фактичної траєкторії руху від призначеної.

Отже, задача наближення  $X(t, C^0) \rightarrow X^*(t)$  зведена до відшукування векторів  $\delta_\mu$ , які мінімізують функціонал (24). Мінімум  $I(\delta)$  досягається при таких значеннях  $I(\delta_\mu^0)$ , які задовольняють системі векторних рівнянь

$$\frac{\partial I(\delta)}{\partial \delta_\mu} = 0, \quad \delta_\mu^T = [\delta_{C1\mu} \ \delta_{C2\mu} \dots \delta_{Cm\mu}], \quad \mu = 1, 2, \dots, k. \quad (26)$$

Щоб отримати ці рівняння в явній формі, виконаємо диференціювання (24) по вектору  $\delta_\mu$ .

Тоді матимемо:

$$\int_0^T \psi_i^T(t, C^0) V [\sum_{\mu=1}^k \psi_\mu(t, C^0) \delta_\mu - \Delta(t, C^0)] dt = 0. \quad (27)$$

Після введення позначень

$$P_{i\mu}(C^0, T) \stackrel{\Delta}{=} \int_0^T \psi^T(t, C) V \psi_{\mu}(t, C^0) dt, \quad (28)$$

$$\gamma_i(C^0, T) \stackrel{\Delta}{=} \int_0^T \psi_i^T(t, C^0) V \Delta(t, C^0) dt, \quad (29)$$

рівняння (27) в матричній формі прийме вигляд:

$$\begin{bmatrix} p_{11}(C^0, T) \dots p_{1k}(C^0, T) \\ \dots \\ p_{k1}(C^0, T) \dots p_{kk}(C^0, T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1^0 \\ \dots \\ \delta_k^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1(C^0, T) \\ \dots \\ \gamma_k(C^0, T) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

або в загальному вигляді:

$$P(C^0, T) \delta_C^0 = \gamma(C^0, T). \quad (31)$$

Матриця  $P(C^0, T)$  позитивно визначена, тому її визначник відмінний від нуля.

Отже, вектор  $\delta_C^0$  може бути визначений з виразу (31)

$$\delta_C^0 = P^{-1}(C^0, T) \gamma(C^0, T). \quad (32)$$

Вектор  $\delta_C^0$  досягає локальний мінімум функціонала  $I(\delta) = I(C^0 + \delta)$  при заданому значенні  $C^0$ . Високий ступінь наближення

$$\min_{\delta^s} I(c^s + \delta^s) \rightarrow \min_c I(c)$$

можна отримати багатократним вирішенням рівняння

$$P(C^s, T) \delta_C^s = \gamma(C^s, T), \quad (33)$$

для знов обчисленого значення матриці  $C^{s+1} = C^s + \delta^s$ ,  $s = 0, 1, \dots$ . На цьому і засновано алгоритм пошуку оптимальних параметрів закону управління.

Структура алгоритму складається з послідовності приписів.

Припис 1. Інтегрувати (на один крок) диференціальне рівняння замкнутої системи

$$\frac{dX(t, C^S)}{dt} = (A + BC^S H)X(t, C^S H)X((t, C^S), \quad X((0, C^S) + X_0$$

при даному значенні  $C^S$ .

Припис 2. Інтегрувати диференціальне рівняння еталонного руху

$$\frac{dX^*(t)}{dt} = \Gamma X^*, \quad X^*(0) = X_0$$

і обчислити вектор-функцію

$$\Delta(t, C^S) = X^*(t) - X(t, C^S)$$

на поточному кроці інтегрування.

Припис 3. Інтегрувати (на один крок) систему матричних диференціальних рівнянь чутливості

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_i(t, C^S)}{d} &= [A + BC^S H]\psi_i(t, C^S) + B[h_i^T X(t, C^S)], \\ \psi_i(0, C^S) &= 0, \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned}$$

Припис 4. Інтегрувати (на один крок) вирази

$$\begin{aligned} \frac{dP_{ij}(C^S, t)}{dt} &= \psi_i^T(t, C^S) V \psi_j(t, C^S); \quad P_{ij}(C^S, 0) = O_i; \\ \frac{d\gamma(C^S, t)}{dt} &= \psi_i^T(t, C^S) V \Delta(t, C^S); \quad \gamma_i(C^S, 0) = O_i, \quad i, j = \overline{1, k}. \end{aligned}$$

Припис 5. Виконати порівняння:

$$\text{якщо } \left. \begin{array}{l} t - T \\ \end{array} \right\} \begin{cases} < 0, & \text{то продовжити інтегрування – перейти до припису 1;} \\ \geq 0, & \text{то закінчити інтегрування – перейти до припису 6.} \end{cases}$$

Припис 6. Сформувати  $(m_k, m_k)$  – матрицю

$$P(C^S, T) = \{P_{ij}(C^S, T)\}$$

і  $m_k$  мірний вектор

$$\gamma(C^S, T) = \{\gamma_i(C^S, T)\}.$$



Припис 7. Обчислити вектор-поправку параметрів

$$\delta_C^s = P^{-1}(C^s, T)\gamma(C^s, T).$$

Припис 8. Сформувати матрицю

$$\delta^s = [\delta_1^s \ \delta_2^s \ \dots \ \delta_k^s]$$

з компонентів вектора

$$\delta_C^s = \{(\delta_1^s)^T \ (\delta_2^s)^T \ \dots \ (\delta_k^s)^T\}^T$$

і обчислити нове значення

$$C^{s+1} = C^s + \delta^s$$

матриці шуканих параметрів закону керування.

Припис 9. Вивести результати рахунку на друк

$$C^s, \delta^s, I(C^s), s \dots$$

Припис 10. Перевірити ознаку закінчення процесу оптимізації  
– обчислити квадрат довжини вектора

$$\|\delta_C^s\|^2 = (\delta_C^s)^T (\delta_C^s),$$

– виконати порівняння:

якщо	}	$\delta_C^s - \varepsilon_C = \pm$	$> 0,$	то провести черговий цикл обчислень – перейти до припису 11;
		$\leq 0,$	то рахунок закінчено.	

Припис 11. Відновити початкові умови:

$$X(0, C^s) = X_0, \quad \psi_i(0, C^s) = 0, \quad P_{ij}(C^s, 0) = 0,$$

$$X^*(0) = X_0, \quad \gamma_i(C^s, 0) = 0, \quad i, j = \overline{1, k}.$$

Припис 12. Перейти до припису 1 на повторення циклу обчислень при черговому значенні s.

Особливості отримання розрахункових співвідношень для алгоритму оптимізації і ефективність його роботи досліджуємо для об'єкта, що описується матричним диференціальним рівнянням

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,3 & -3 & -0,1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

У даному випадку згідно з позначенням (34) маємо:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,3 & -3 & -0,1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вважаємо, що вимірюванню доступні дві перші фазові координати  $X_1$ ,  $X_2$  вектора стану. Тоді,  $k = 2$ , матриця

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Закон керування має вигляд:

$$U(x) = CHx(t) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \\ C_{31} & C_{32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Для побудови алгоритму оптимізації введемо вектори

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \end{bmatrix}; \quad C_2 = \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \\ C_{32} \end{bmatrix}; \quad h_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Отже, справедливі вирази

$$C = [C_1 \ C_2]; \quad H = \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \end{bmatrix}.$$

Параметри  $C_{v\mu}$ ,  $v=1,2,3$ ;  $\mu=1,2$  будемо визначати з умови, щоб траєкторія замкнутої системи (34), (35) найбільш можливою мірою наближалася до траєкторії

$$[X^*(t)]^T = [X_1^*(t) X_2^*(t) X_3^*(t)]$$

руху еталонної системи

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$X_v^*(0) = X_v(0), \quad v = 1, 2, 3.$$

Відповідно до (2) матриця

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Перехідні процеси, що характеризують вільний рух еталонної системи (36), практично закінчуються за час  $T = 6c$ . Ця величина  $T$  приймається як верхня межа інтегрування у функціоналі, що мінімізується.

Як міру близькості  $X(t)$  і  $X^*(t)$  приймаємо функціонал (3), у якого матриця

$$V = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матриці функцій чутливості будуть дорівнювати

$$\psi_1(t, C) = \left[ \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_1} \right]_{\delta_0} = \begin{bmatrix} \psi_{11}^1 & \psi_{21}^1 & \psi_{31}^1 \\ \psi_{11}^2 & \psi_{21}^2 & \psi_{31}^2 \\ \psi_{11}^3 & \psi_{21}^3 & \psi_{31}^3 \end{bmatrix},$$

$$C_1^T = [C_{11} \quad C_{21} \quad C_{31}],$$

$$\psi_2(t, C) = \left[ \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_2} \right]_{\delta_0} = \begin{bmatrix} \psi_{12}^1 & \psi_{22}^1 & \psi_{32}^1 \\ \psi_{12}^2 & \psi_{22}^2 & \psi_{32}^2 \\ \psi_{12}^3 & \psi_{22}^3 & \psi_{32}^3 \end{bmatrix},$$

$$C_2^T = [C_{12} \quad C_{22} \quad C_{32}].$$

Верхній індекс  $\nu$  функцій чутливості  $\psi_{i\mu}^\nu$  укаже номер координати, а нижній  $i\mu$  – номер параметра.

Наприклад,  $\psi_{22}^1$  характеризує чутливість координати  $X_1$  по відношенню до зміни параметра  $C_{22}$ .

З урахуванням цього, для даної задачі

$$h_1^T X(t) = X_1(t); \quad h_2^T X(t) = X_2(t),$$

диференціальні рівняння (22) для матриць чутливості мають вигляд:

$$\frac{d\psi_\mu(t, C^S)}{dt} = (A + BC^S H)\psi_\mu(t, C^S) + BX_\mu(t, C^S), \quad \mu = 1, 2. \quad (37)$$

При цьому вектор-функція  $X(t, C^S)$  є вирішення диференціального рівняння замкнутої системи:

$$\frac{dX(t, C^S)}{dt} = (A + BC^S H)X(t, C^S), \quad X(0, C^S) = X_0. \quad (38)$$

Вектори  $\delta_1^S, \delta_2^S$ , мінімізуючи функціонал  $I(\delta)$ , визначаються із системи рівнянь

$$P_{i1}(C^S, T)\delta_1^S + P_{i2}(C^S, T)\delta_2^S = \gamma_i(C^S, T), \quad i = 1, 2.$$

Вхідні в цю систему матриці  $P_{ij}$  і вектори  $\gamma_i$  визначаються згідно з (28), (29).

Послідовно задаючись значеннями параметра циклу наближення  $s = 0, 1, 2, 3, \dots$ , обчислюємо значення  $I(C^S)$ . Результати обчислень значень мінімізуючого функціонала показані на рис. 1.

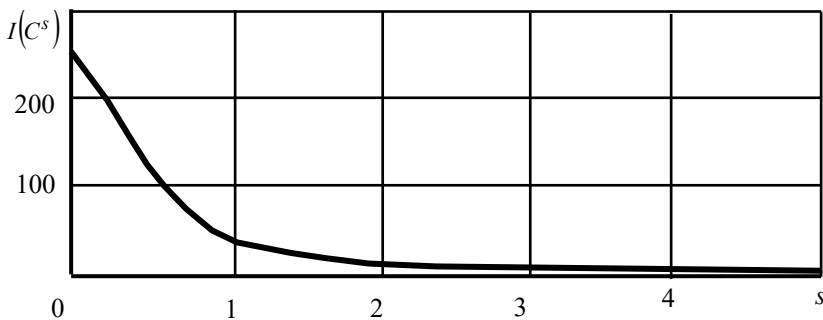


Рисунок 1 – Графік процесу оптимізації функціонала

Можна бачити, що процес оптимізації має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стале значення функціонала, що мінімізується, тобто  $I(C^S) = I(C^*)$ .

Оптимальні значення параметрів, знайдені в результаті рішення даної задачі, дорівнюють

$$C = \begin{bmatrix} 0,386 & 6,308 \\ 0,009 & 1,666 \\ -0,197 & -3,672 \end{bmatrix}.$$

Слід зазначити, що висока швидкість збіжності обчислювального процесу зберігається і у випадку системи вищого порядку. Достатня для інженерних розрахунків точність наближення  $C^S \rightarrow C^*$  може бути отримана в результаті виконання невеликого числа циклів обчислень (не більше десяти), що свідчить про високу ефективність алгоритму.

### Висновки і пропозиції

Запропоновану технологію синтезу алгоритму керування доцільно застосовувати для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативній програмованій траєкторії в детермінованій постановці. Процес оптимізації за обґрунтованою технологією має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стале значення функціонала, що мінімізується, що дозволяє здійснювати синтез керування у процесі польоту дистанційно пілотованого літального апарату в реальному часі.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Артюшин Л.М., Машков О.А., Дурняк Б.В., Сивов М.С. Теорія автоматичного керування. Львів, Вид. УАД, 2004. 272 с.
2. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Аналитическая оценка качества процесса управления на тренажерах дистанционно пилотируемого летательного аппарата с алгоритмом на основе решения обратных задач динамики / Науково-технічний журнал: Аерокосмічні технології. Вип. 2(02), 2017. С. 59-62.
3. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Застосування концепції оберненої задачі динаміки для синтезу програмного керування рухом в імітаторі динаміки польоту тренажера дистанційно пілотованого літального апарату / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ПІМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 82. – С. 154-166.
4. Машков О.А., Дурняк Б.В., Мамчур Ю.В., Тимченко О.В. Синтез алгоритму програмного керування на тренажері дистанційно пілотованого літального апарату на основі алгоритмічної процедури рішення зворотної задачі динаміки (детермінована постановка) / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ПІМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 82. – С. 166-176.
5. Триснюк В.М., Шумейко В.О., Кашишин О.В., Курило А.В., Сметанін К.В. Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ, Україна 2018. Т. 2, № 4. С. 119-124.

6. Myrontsov, M.L. [2019] The problem of equivalence in inverse electrometry problems of oil and gas wells. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
7. Trofymchuk O., Trysnyuk V., Novokhatska N., Radchuk I. [2014] Geo-information Technologies for Decision Issues of Municipal Solid Waste. *Journal of Environmental Science and Engineering* A3. 183-187.
8. Trofymchuk, O., Kalyukh, Y., Hlebchuk, H. [2013] Mathematical and GIS-modeling of landslides in Kharkiv region of Ukraine. *Landslide Science and Practice: Spatial Analysis and Modelling*. – Springer, Berlin, Heidelberg. 347-352.
9. Trofymchuk, O., Kreta, D., Myrontsov, M., Okhariev, V., Shumeiko, V., Zagorodnia, S. [2015] Information Technology in Environmental Monitoring for Territorial System Ecological Assessment. *Journal of Environmental Science and Engineering*. A4, 79-84.
10. Trysnyuk, V.M., Okhariev, V.O., Trysnyuk, T.V., Zorina, O.V., Kurylo, A.V., Golovan, Y.V., Smetanin, K.V., Radlowska, K.O. [2019] Improving the algorithm of satellite images landscape interpretation. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
11. Trysnyuk, V., Trysnyuk, T., Okhariev, V., Shumeiko, V., Nikitin, A. [2018] Cartographic Models of Dniester River Basin Probable Flooding. *Centrul Universitar Nord Din Bala Mare - UTPRESS ISSN 1582-0548, №1*. 61-67.

## REFERENCES

1. Artyushin L.M., Mashkov O.A., Durniak B.V., Sivov M.S. The theory of automatic control. Lviv, View. UAD, 2004-272.
2. Mashkov O.A., Mamchur Yu.V. Analytical assessment of the quality of the control process on simulators of a remotely manned aircraft with an algorithm based on the solution of inverse dynamics problems / *Scientific and Technical Journal: Aerospace Technologies*. Vip. 2 (02), 2017. P. 59-62.
3. Mashkov O.A., Mamchur Yu.V. Application of the concept of the inverse dynamics task for the synthesis of program control of movement in the dynamics simulator flight simulator remotely manned aircraft / *Simulation and information technology*. Zb sciences etc. IPEM NAS of Ukraine. - Kyiv, 2018. Vip. 82. - P. 154-166.
4. Mashkov O.A., Durnyak B.V., Mamchur Yu.V., Timchenko O.V. Synthesis of the program control algorithm on the simulator of a remotely manned aircraft on the basis of the algorithmic procedure for solving the inverse problem of dynamics (deterministic statement) / *Simulation and information technologies*. Zb sciences etc. IPEM NAS of Ukraine. - Kyiv, 2018. Vip. 82. - P. 166-176.
5. Trysnyuk V.M., Shumeiko V.O., Kashchyshyn O.V., Kurilo A.V., Smetanin K.V. *Modern Information Technologies in the Field of Security and Defense*. Ivan Chernyakhovskogo National University of Defense of Ukraine, Kyiv, Ukraine 2018 T. 2, No. 4. P. 119-124.
6. Myrontsov, M.L. [2019] The problem of equivalence in inverse electrometry problems of oil and gas wells. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
7. Trofymchuk O., Trysnyuk V., Novokhatska N., Radchuk I. [2014] Geo-information Technologies for Decision Issues of Municipal Solid Waste. *Journal of Environmental Science and Engineering* A3. 183-187.
8. Trofymchuk, O., Kalyukh, Y., Hlebchuk, H. [2013] Mathematical and GIS-modeling of landslides in Kharkiv region of Ukraine. *Landslide Science and Practice: Spatial Analysis and Modelling*. – Springer, Berlin, Heidelberg. 347-352.
9. Trofymchuk, O., Kreta, D., Myrontsov, M., Okhariev, V., Shumeiko, V., Zagorodnia, S. [2015] Information Technology in Environmental Monitoring for Territorial System Ecological Assessment. *Journal of Environmental Science and Engineering*. A4, 79-84.

10. Trysnyuk, V.M., Okhariev, V.O., Trysnyuk, T.V., Zorina, O.V., Kurylo, A.V., Golovan, Y.V., Smetanin, K.V., Radlowska, K.O. [2019] Improving the algorithm of satellite images landscape interpretation. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
11. Trysnyuk, V., Trysnyuk, T., Okhariev, V., Shumeiko, V., Nikitin, A. [2018] Cartographic Models of Dniester River Basin Probable Flooding. Centrul Universitar Nord Din Bala Mare - UTPRESS ISSN 1582-0548, №1. 61-67.

*Стаття надійшла до редакції 04.01.2019.*