Рыжков Игорь Викторович
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры информационно-измерительных технологий и систем, Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры
Пономарева Елена Анатольевна
кандидат технических наук, доцент кафедры информационно-измерительных технологий и систем, Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры
Ryzhkov I.V.
Ph.D., associate professor
Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture
Ponomarjova E.A.
Ph.D
Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ АЗИМУТА НАКЛОННОЙ СКВАЖИНЫ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ МАГНИТНЫХ ПОМЕХ

SIMULATION OF Compute azimuth inclination of the well in conditions of influence magnetic interference

УДК 53.088

Аннотация: *Разработана математическая модель вычисления азимута наклонной скважины, которая позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых погрешностью магниточувствительных первичных измерительных преобразователей инклинометра.*

Ключевые слова: *магнитная помеха, инклинометрический преобразователь, математическая модель, погрешность измерения.*

Summary: *Developed the mathematical model to compute the azimuth inclination well, which reduces the measurement error to the values determined by the error of magnetosensitive converters.*

Key words: *magnetic interference, inclinometer sensor, mathematical model, the measurement error.*

Рассматривается задача об определении магнитного азимута наклонной скважины с помощью инклинометра с ортогонально расположенными тремя феррозондами и тремя акселерометрами при воздействии магнитных помех как неподвижных относительно Земли, так и связанных с буровым инструментом. Феррозонды инклинометра измеряют не только составляющие магнитного поля Земли $\bar{T}$, но и компоненты магнитного поля помехи $\bar{П}$ что вносит искажения в измерение магнитного азимута скважины [1, с. 32-45; 2, с. 184-189; 3, с. 96-112; 4, с. 223-234]. Напряженность магнитного поля помехи состоит из постоянной и индуктивной составляющей, учитывая, таким образом, влияние как «твердого», так и «мягкого» железа бурового инструмента [5, с. 35-39; 6, с. 216-221].

Целью работы является построение математической модели вычисления азимута в условиях магнитных помех, создаваемых постоянным намагничиванием буровой колонны, так называемым «твердым» железом, а также магнитных помех от «мягкого» железа, иногда называемых индуктивной составляющей помехи.

Индуктивная составляющая зависит от угловой ориентации инклинометра с буровыми трубами относительно вектора намагниченности магнитного поля Земли. Учет погрешности от индуктивной составляющей и ее алгоритмическое устранение из показаний магнитного азимута позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых лишь погрешностью магниточувствительных первичных измерительных преобразователей, составляющих инклинометр.

Для составления математической модели введем неподвижную, связанную с Землей систему координат $R_0(0\xi\eta\varsigma)$ направив ось 0ς по вертикали места и вглубь Земли, ось 0ξ по касательной к магнитному меридиану и на Север, ось 0η таким образом, чтобы получившийся трехгранник осей R_0 был правым (в этом случае ось 0η направлена ан Восток). Вектор напряженности магнитного поля Земли (МПЗ) в этой системе координат имеет проекции $\vec{T}_{R_0}(H,0,Z)$ где H, Z соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие МПЗ. С буровым инструментом, в котором смонтирован инклинометр, свяжем репер $R(0XYZ)$ направив оси чувствительности феррозондов и акселерометров вдоль осей $0X, 0Y, 0Z$. Ось $0Z$ направим вдоль продольной оси бурового инструмента.

Связь между реперами R_0 и R задается формулой [7, с. 312-319]:

$$\|X\ Y\ Z\|^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \|\xi\ \eta\ \varsigma\|^T, \quad (1)$$

де матрицы $A_\varphi A_\theta A_\alpha$ имеют вид:

$$A_{\alpha(3)} = \begin{Vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, A_{\theta(2)} = \begin{Vmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{Vmatrix},$$

$$A_{\varphi(3)} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

где α - магнитный азимут, θ - зенитный угол, φ - угол установки отклонителя в точке расположения инклинометра.

Рассмотрим два случая. В первом считаем, что напряженность магнитного поля помехи $\vec{\Pi}$ в системе координат $R(0XYZ)$ связанной с буровым инструментом, согласно уравнению Пуассона имеет вид:

$$\vec{\Pi}_R = \vec{P}_C + A_\Pi \cdot T_R. \quad (2)$$

Здесь $P_C = (c_1, c_2, c_3)^T$ - вектор постоянной составляющей поля помехи («твердое» железо); $\vec{T}_R$ - вектор напряженности МПЗ в подвижной системе координат $R(0XYZ)$ A_Π - тензор Пуассона, тензор индуктивной составляющей помехи, являющейся квадратной матрицей размерностью 3×3. В силу симметричности бурового инструмента считаем, что элементы тензора подчиняются условию $a_{21} = a_{12}$, $a_{31} = a_{13}$, $a_{32} = a_{23}$, т.е.:

$$A_\Pi = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{Vmatrix}.$$

Спроектируем векторы напряженности МПЗ $\vec{T}_{R_0}$ и ускорения силы тяжести $\vec{g}_{R_0}$ на оси чувствительности феррозондов и акселерометров:

$$T_{R_0} = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot T_{R_0}, \quad \vec{g}_R = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{g}_{R_0}. \quad (3)$$

Далее, учитывая формулы (2), (3), составим математическую модель инклинометра в условиях воздействия магнитных помех от «твердого» и «мягкого» железа, создаваемого буровым инструментом

$$\|a_1\ a_2\ a_3\|^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0} + \vec{P}_C + A_\Pi A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0}, \quad (4)$$

$$\|b_1\ b_2\ b_3\|^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{g}_{R_0}, \quad (5)$$

где a_i, b_i $i = 1,2,3$ - величины, измеряемые посредством феррозондов и акселерометров инклинометра.

Преобразуем выражение (4) таким образом:

$$\|a_1\ a_2\ a_3\|^T = P_C + (E + A_\Pi) A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0}$$

и обозначив сумму единичной матрицы E и тензора индуктивной составляющей A_Π через A'_Π:

$$E + A_\Pi = A'_\Pi = \begin{Vmatrix} a_{11}+1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22}+1 & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33}+1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{Vmatrix} \quad (6)$$

$a'_{11} = a_{11} + 1$, $a'_{22} = a_{22} + 1$, $a'_{33} = a_{33} + 1$ получим в векторно-матричном виде математическую модель инклинометра в условиях воздействия магнитной помехи в виде постоянной и индуктивной составляющей, связанных с буровым инструментом в проекциях на оси чувствительности магниточувствительных датчиков:

$$\|a_1\ a_2\ a_3\|^T = \vec{P}_C + A'_\Pi A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0} \quad (7)$$

Во втором случае считаем, что магнитная помеха T'_I, создаваемая «твердым» железом неподвижна относительно системы координат $R_0(0\xi\eta\varsigma)$ связанной с Землей. Такая магнитная помеха создается, например, ранее пробуренными и обсаженными стальными трубами скважинами $\vec{T}_{1R_0} = (c_1, c_2, c_3)$ которая будучи спроектирована на оси чувствительности феррозондов $P_C = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{1R_0}$, позволяет записать математическую модель инклинометра таким образом:

$$\|a_1\ a_2\ a_3\|^T = A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{1R_0} + A'_\Pi A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0} \quad (8)$$

На основании математической модели, записанной в виде выражений (7), (8) необходимо определить постоянное магнитное возмущение $\vec{P}_C, \vec{T}_{1R_0}$, тензор Пуассона A_Π и на их основе вычислить искомый азимут.

Технологически возможно измерять сигналы с магниточувствительных преобразователей при повороте всей колонны труб вокруг продольной оси на фиксированные углы в диапазоне $0 \div 2\pi$. В начале бурения при зенитном угле $\theta = 0$ с феррозондов снимается сигнал, пропорциональный углу $\psi = \alpha + \varphi$, при $\theta \neq 0$ измерять можно угол ϕ установки отклонителя (визирный угол).

В результате поворота инклинометра при известном зенитном угле $\theta \neq 0$ определены значения визирного угла ϕ на интервале $[0, 2\pi]$: $\varphi_1 < \varphi_2 < \ldots < \varphi_n$. Последние измеряются акселерометрами согласно выражения (5), которое в скалярной форме имеет вид $b_1 = -g\cos\varphi\sin\theta, \quad b_2 = g\sin\varphi\sin\theta, \quad b_3 = g\cos\theta$.

Таким образом, феррозонды выдают сигналы в виде функций $a_1 = a_1(\varphi)$, $a_2 = a_2(\varphi)$, $a_3 = a_3(\varphi)$ при $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Запишем выражение (7) как функцию от визирного угла ϕ:

$$A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta \end{Vmatrix} + \sin\varphi \begin{Vmatrix} -H\sin\alpha \\ -H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta \\ 0 \end{Vmatrix} + \cos\varphi \begin{Vmatrix} H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta \\ -H\sin\alpha \\ 0 \end{Vmatrix} \tag{9}$$

$$A'_\Pi A_\varphi A_\theta A_\alpha \cdot \vec{T}_{R_0} = (H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) \cdot \begin{Vmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a'_{33} \end{Vmatrix} + \sin\varphi \cdot \left\{ -H\sin\alpha \begin{Vmatrix} a'_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{Vmatrix} + (-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) \begin{Vmatrix} a_{12} \\ a'_{22} \\ a_{23} \end{Vmatrix} \right\} + \cos\varphi \cdot \left\{ (H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) \begin{Vmatrix} a'_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{Vmatrix} - H\sin\alpha \begin{Vmatrix} a_{12} \\ a'_{22} \\ a_{23} \end{Vmatrix} \right\} \tag{10}$$

Система уравнений (7) с учетом (9) и (10) записывается в скалярном виде следующим образом:

$$a_1(\varphi) = c_1 + a_{13}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) + \sin\varphi[-a'_{11}H\sin\alpha + a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta)] + \cos\varphi[a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) - a_{23}H\sin\alpha].$$

$$a_2(\varphi) = c_2 + a_{23}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) + \sin\varphi[-a_{12}H\sin\alpha + a'_{22}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta)] + \cos\varphi[a_{12}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) - a'_{22}H\sin\alpha],$$

$$a_3(\varphi) = c_3 + a'_{33}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) + \sin\varphi[-a_{13}H\sin\alpha + a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta)] + \cos\varphi[a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) - a_{23}H\sin\alpha]. \tag{11}$$

Разложим в ряд Фурье экспериментально полученные функции $a_i(\varphi)$ $i = 1,2,3$. Тогда, приравнивая их соответствующим правым частям, содержащим члены при $\varphi = 0$, при $\sin\varphi$ è $\cos\varphi$, получим из (11) уравнения для определения искомых неизвестных

$$c_1, c_2, c_3, a'_{11}, a'_{22}, a'_{33}, a_{12}\ a_{13}\ a_{23}, \alpha.$$

Правые части уравнений (11) соответствующие нулевой гармонике:

$$\left.\begin{aligned} c_1 + a_{13}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\varphi)d\varphi \\ c_2 + a_{23}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\varphi)d\varphi \\ c_3 + a'_{33}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)d\varphi \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Коэффициенты правых частей уравнений (11) при синусах и косинусах визирного угла $\sin\varphi, \cos\varphi$:

$$\left.\begin{aligned} -a'_{11}H\sin\alpha + a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\varphi)\sin\varphi d\varphi, \\ -a_{121}H\sin\alpha + a'_{22}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\varphi)\sin\varphi d\varphi, \\ -a_{13}H\sin\alpha + a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)\sin\varphi d\varphi, \\ -a_{12}H\sin\alpha + a'_{11}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\varphi)\cos\varphi d\varphi, \\ -a'_{22}H\sin\alpha + a_{12}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\varphi)\cos\varphi d\varphi, \\ -a_{23}H\sin\alpha + a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)\cos\varphi d\varphi. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Преобразуем систему уравнений (13):

$$\left.\begin{aligned} -H(a'_{11} + a'_{22})\sin\alpha &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}[a_1(\varphi)\sin\varphi + a_2(\varphi)\cos\varphi]d\varphi, \\ -H(a'_{11} - a'_{22})\sin\alpha + 2a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}[a_1(\varphi)\sin\varphi - a_2(\varphi)\cos\varphi]d\varphi, \\ (a'_{11} + a'_{22})(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}[a_2(\varphi)\sin\varphi - a_1(\varphi)\cos\varphi]d\varphi, \\ -2a_{12}H\sin\alpha + (a'_{11} - a'_{22})(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}[a_1(\varphi)\cos\varphi + a_2(\varphi)\sin\varphi]d\varphi, \\ -a_{13}H\sin\alpha + a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)\sin\varphi d\varphi, \\ -a_{23}H\sin\alpha + a_{13}(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\varphi)\cos\varphi d\varphi. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Для упрощения записи исходных уравнений введем обозначения:

$$q_i = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\varphi)d\varphi, \qquad \chi_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\varphi)\sin\varphi d\varphi,$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\varphi)\cos\varphi d\varphi, \qquad i = 1,2,3. \tag{15}$$

Тогда система (12), (14) перепишется как:

$$\begin{cases} c_1 + a_{13}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) = q_1, \\ c_2 + a_{23}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) = q_2, \\ c_3 + a'_{33}(H\sin\theta\cos\alpha + Z\cos\theta) = q_3, \end{cases} \tag{16}$$

$$\begin{cases} -a_{13}H\sin\alpha + a_{23}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) = \chi_3, \\ -a_{23}H\sin\alpha + a_{13}(-H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) = \varepsilon_3, \end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases} -H(a'_{11} + a'_{22})\sin\alpha = \chi_1 + \varepsilon_2 \\ -H(a'_{11} + a'_{22})\sin\alpha + 2a_{12}(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) = \chi_1 - \varepsilon_2 \\ (a'_{11} + a'_{22})(-H\cos\theta\cos\alpha + Z\sin\theta) = \chi_2 - \varepsilon_1 \\ -2a_{12}H\sin\alpha + (a'_{11} + a'_{22})(H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta) = \varepsilon_1 - \chi_2. \end{cases} \tag{18}$$

И, наконец, исключая случай $\chi_2 = \varepsilon_1$ и случай $\chi_1 = -\varepsilon_2$, систему уравнений (16) – (180) перепишем следующим образом:

$$c_1 = q_1 - [(\mu H \sin\alpha + Z\sin\theta)\mathrm{tg}\theta + Z\cos\theta]\frac{(\varepsilon_3\mu - \chi_3)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha},$$
$$c_2 = q_2 + [(\mu H \sin\alpha + Z\sin\theta)\mathrm{tg}\theta + Z\cos\theta]\frac{(\varepsilon_3 + \chi_3\mu)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha},$$
$$a_{13} = \frac{(\varepsilon_3\mu - \chi_3)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha}, \qquad a_{23} = -\frac{(\varepsilon_3 + \chi_3\mu)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha},$$
$$a'_{11} = \frac{1}{2H\sin\alpha}\left\{-(\chi_1+\varepsilon_2) + \frac{\mu(\varepsilon_1+\chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1+\mu^2)}\right\},$$
$$a'_{22} = \frac{1}{2H\sin\alpha}\left\{-(\chi_1+\varepsilon_2) - \frac{\mu(\varepsilon_1+\chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1+\mu^2)}\right\},$$
$$c_3 + a'_{33}[(\mu H\sin\alpha + Z\sin\theta)\mathrm{tg}\theta + Z\cos\theta] = q_3,$$
$$H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta = \mu H\sin\alpha, \quad \mu = \frac{\chi_2 - \varepsilon_1}{\chi_1 + \varepsilon_2},$$
$$a_{12} = -\frac{\varepsilon_1 + \chi_2 + \mu(\chi_1 - \varepsilon_2)}{2H\sin\alpha(1+\mu^2)}. \tag{19}$$

Из уравнений (19) вытекает, что определение величин $c_1, c_2, c_3, a'_{11}, a'_{22}, a'_{33}, a_{12}\ a_{13}\ a_{23}$, и α сводится к двум уравнениям:

$$c_3 + a'_3\ [(\mu H\sin\alpha + Z\sin\theta)\mathrm{tg}\,\theta + Z\cos\theta] = q_3,$$
$$H\cos\theta\cos\alpha - Z\sin\theta = \mu H\sin\alpha. \tag{20}$$

Система (20) содержит три неизвестные величины $\tilde{n}_3, a'_3$, α. Ясно, что они не могут быть определены.

Отметим, что если выше изложенное повторить при другом зенитном угле $\theta \neq 0$, определить неизвестные $\tilde{n}_3$ è a'_3 не удается.

Для получения недостающих уравнений проведем измерения при вертикальном положении инклинометра, чему соответствует бурение на начальном участке скважины с зенитным углом $\theta = 0$.

В результате поворота инклинометрического прибора при зенитном угле $\theta = 0$ можем определить с помощью феррозондов величины a_i, $i = 1,2,3$ как функции переменной ψ, $\psi = \alpha + \varphi$ в точках $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_n \quad (0 \le \psi_1 < \psi 2 < ... < \varphi_n < 2\pi)$

Таким образом, предполагаем, что известны функции $a_i = a_i(\psi)$ $i = 1,2,3$ на интервале $[0, 2\pi]$. Далее, так как $A_\theta = E$ при $\theta = 0$, где E – единичная матрица, система уравнений (4) принимает вид:

$$\begin{bmatrix} a_1(\psi) \\ a_2(\psi) \\ a_3(\psi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H \\ 0 \\ Z \end{bmatrix},$$

или в скалярной форме

$$a_1(\psi) = c_1 + Ha'_{11}\cos\psi - Ha_{12}\sin\psi + a_{13}Z$$
$$a_2(\psi) = c_2 + Ha_{12}\cos\psi - Ha'_{22}\sin\psi + a_{23}Z \tag{21}$$
$$(21)\, a_3(\psi) = c_3 + Ha_{13}\cos\psi - Ha_{23}\sin\psi + a'_{33}Z.$$

Из уравнений (21) получаем следующие соотношения:

$$c_1 + a_{13}Z = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\psi)d\psi,$$
$$c_2 + a_{23}Z = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\psi)d\psi,$$
$$c_3 + a'_{33}Z = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)d\psi,$$
$$-Ha_{12} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\psi)\sin\psi d\psi,$$
$$-Ha'_{22} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\psi)\sin\psi d\psi, \tag{22}$$
$$-Ha_{23} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)\sin\psi d\psi,$$
$$-Ha'_{11} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\psi)\cos\psi d\psi,$$
$$-Ha_{12} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\psi)\cos\psi d\psi,$$
$$-Ha_{13} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)\cos\psi d\psi.$$

Из уравнений (22) получаем формулы для вычисления неизвестных величин $c_1, c_2,\ a'_{11}, a'_{22},\ a_{12}\ a_{13}\ a_{23}$:

$$c_1 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\psi)d\psi - \frac{Z}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)\cos\psi d\psi,$$
$$c_2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\psi)d\psi + \frac{Z}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)\sin\psi d\psi,$$
$$a_{12} = -\frac{1}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\psi)\sin\psi d\psi = \frac{1}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\psi)\cos\psi d\psi, \tag{23}$$
$$a'_{22} = -\frac{1}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_2(\psi)\sin\psi d\psi,$$
$$a_{23} = -\frac{1}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)\sin\psi d\psi,$$
$$a'_{11} = \frac{1}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_1(\psi)\cos\psi d\psi,$$
$$a_{13} = \frac{1}{H\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)\cos\psi d\psi.$$

Кроме этого имеется еще одно уравнение, связывающее неизвестные c_3 и a'_{33}:

$$c_3 + a'_{33}Z = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_3(\psi)d\psi \tag{24}$$

Таким образом, для определения вектора помехи $\vec{\Pi}_R$ требуется информация, полученная в результате поворотов инклинометрического прибора при $\theta = 0$ и $\theta = \theta_1 \neq 0,$ на самом деле достаточно получить экспериментальные данные при вращении прибора при угле $\theta = 0$ и одного замера при $\theta = \theta_1 \neq 0.$

В первом случае вектор помехи $\vec{\Pi}_R$ определяется из формул (19), (20), (23) и (24), в другом – из уравнений (23), (24) и трех уравнений (11) при $\theta = \theta_1$, $\varphi = \varphi_1$, вычисленных по «показаниям» акселерометров (см. формулы (0.5))

Алгоритм вычисления вектора помехи.

Первый вариант алгоритма.

При вращении инклинометра при зенитном угле $\theta = \theta_1 \neq 0$ используя формулу (5) получаем следующие экспериментальные данные: $\theta_1, \varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n; a_i(\varphi_1)$ $a_i(\varphi_2)$ $..., a_i(\varphi_n)$ $i = 1,2,3.$ Отметим, что значения визирного угла ϕ можно расположить (пронумеровать) в порядке возрастания $0 \le \varphi_1 < \varphi_2 < ... < \varphi_n \le 2\pi.$

При $\theta = 0$ получаем следующие экспериментальные данные $\psi_1, \psi_2,$

$$\varphi_m, a_i(\psi_1)\ a_i(\psi_2)\ ..., a_i(\psi_m)\ i = 1,2,3.$$

И опять можно считать, что

$$0 \le \psi_1 < \psi_2 < ... < \psi_m \le 2\pi.$$

Далее по формулам прямоугольников, трапеций или парабол вычисляем интегралы:

$$q_i = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\varphi)d\varphi, \qquad \chi_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\varphi)\sin\varphi d\varphi,$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\varphi)\cos\varphi d\varphi, \qquad i = 1,2,3; \tag{25}$$

$$\beta_i = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\psi)d\psi, \qquad \gamma_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\psi)\sin\psi d\psi, \tag{26}$$

$$\delta_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a_i(\psi)\cos\psi d\psi, \qquad i = 1,2,3.$$

Согласно формулам (23), пологаем

$$c_1 = \beta_1 - \frac{Z}{H}\delta_3, \quad c_2 = \beta_2 - \frac{Z}{H}\gamma_3, \ a_{12} = -\frac{1}{H}\gamma_1 = \frac{1}{H}\delta_2,$$

$$a'_{22} = -\frac{1}{H}\gamma_2, \quad a_{23} = -\frac{1}{H}\gamma_3, a_{13} = \frac{1}{H}\delta_3, \quad a'_{11} = \frac{1}{H}\delta_1. \tag{27}$$

Тогда формулы (19) примут вид:

$$\beta_1 - \frac{Z}{H}\delta_3 = q_1 - [(\mu H\sin\alpha + Z\sin\theta_1)tg\,\theta_1 + Z\cos\theta_1]\frac{(\varepsilon_3\mu - \chi_3)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha}$$

$$\beta_2 + \frac{Z}{H}\gamma_3 = q_2 + [(\mu H\sin\alpha + Z\sin\theta_1)tg\theta_1 + Z\cos\theta_1]\frac{(\varepsilon_3 + \mu\chi_3)}{(1+\mu^2)H\sin\alpha}$$

$$\delta_3 = \frac{(\varepsilon_3\mu - \chi_3)}{(1+\mu^2)\sin\alpha}, \qquad \gamma_3 = \frac{(\varepsilon_3 + \mu\chi_3)}{(1+\mu^2)\sin\alpha},$$

$$\delta_1 = \frac{1}{2\sin\alpha}\left\{-(\chi_1 + \varepsilon_2) + \frac{\mu(\varepsilon_1 + \chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1+\mu^2)}\right\},$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2\sin\alpha}\left\{\chi_1 + \varepsilon_2 + \frac{\mu(\varepsilon_1 + \chi_2) - (\chi_1 - \varepsilon_2)}{(1+\mu^2)}\right\}. \tag{28}$$

По одной из полученых формул определим $\sin\alpha = \varepsilon$

Например, если $\delta \neq 0$, то можно считать

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_3\mu - \chi_3}{(1+\mu^2)\delta_3}.$$

И, наконец, для определения c_3 и a'_{33} имеем соотношения:

$$\begin{cases} c_3 + a'_3\ [(\mu H\varepsilon + Z\sin\theta_1)tg\,\theta_1 + Z\cos\theta_1] = g_3 \\ c_3 + a'_3\ Z = \beta_3. \end{cases}$$

Откуда

$$a'_{33} = \frac{q_3 - \beta_3}{[(\mu H\varepsilon + Z\sin\theta_1)tg\,\theta_1 + Z\cos\theta_1 - Z]},$$

$$c_3 = \beta_3 - \frac{Z(q_3 - \beta_3)}{[(\mu H\varepsilon + Z\sin\theta_1)tg\,\theta_1 + Z\cos\theta_1 - Z]}.$$

Второй вариант алгоритма.

В этом случае используем следующие экспериментальные данные:

$$\theta_1, \varphi_1, \quad a_i(\varphi_1) \quad i = 1,2,3;$$

$$\psi_i, \quad a_i(\psi_i) \quad i = 1,2,3,...,m.$$

Как и выше, используя значения интегралов (26), определяем величины c_1, c_2, a_{12}, a_{13}, a_{23}, a'_{11}, a'_{22} по формулам (27).

Далее рассмотрим соотношения (11) при $\theta = \theta_1$, $\varphi = \varphi_1$, которые перепишем следующим образом:

$$[a_{13}H\sin\theta_1 - Ha_{12}\sin\varphi_1\cos\theta_1]\cos\alpha + [-a'_{11}H\sin\varphi_1 + a'_{11}H\cos\varphi_1\cos\theta_1 - Ha_{12}\cos\varphi_1]\sin\alpha = a_1(\varphi_1) - c_1 - Za_{13}\cos\theta_1 - Za_{12}\sin\varphi_1\sin\theta_1 + Za'_{11}\cos\varphi_1\sin\theta_1,$$

$$[a_{23}H\sin\theta_1 - a'_{22}H\sin\varphi_1\cos\theta_1]\cos\alpha + [-a_{21}H\sin\varphi_1 + a_{12}H\cos\varphi_1\cos\theta_1 - a'_{22}H\cos\varphi_1]\sin\alpha = a_2(\varphi_1) - c_2 - a_{23}Z\cos\theta_1 - a'_{22}Z\sin\varphi_1\sin\theta + a_{12}Z\cos\varphi_1\sin\theta$$

$$c_3 + a'_{33}(H\sin\theta_1 - Ha_{12}\sin\varphi_1\cos\theta_1) = a_3(\varphi_1) - \sin\varphi_1[-a_{13}H\sin\theta_1 + a_{23}(.-H\cos\theta_1\cos\alpha + Z\sin\theta_1)] - \cos\varphi_1[a_{13}(H\cos\theta\sin\alpha - Z\sin\theta) - a_{23}H\sin\alpha] \tag{29}$$

Теперь из первого и второго уравнения системы (29) определим величины $\cos\alpha$ и $\sin\alpha$ с учетом формул (27) и тогда, используя третье уравнение (29) и уравнение $c_3 + a'_{33}Z = \beta_3$, находим неизвестные c_3 и a'_{33}

После того, как вектор помехи уже определен для вычисления азимута используем формулы (4) и (5).

Из формулы (5) определяются зенитный угол θ и визирный φ. Далее, предполагая, что матрица A'_Π:

$$A'_\pi = \begin{bmatrix} a'_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a'_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a'_{33} \end{bmatrix}$$

невырожденная из (4) получаем соотношение:

$$A\alpha\vec{T}_{R_0} = A_\theta^{-1}A_\varphi^{-1}A_i'^{-1}\begin{bmatrix} a_1(\varphi) - c_1 \\ a_2(\varphi) - c_2 \\ a_3(\varphi) - c_3 \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Введем обозначение:

$$A_{\theta}^{-1}A_{\varphi}^{-1}A_{\ddot{\imath}}'^{-1}\begin{bmatrix} a_1(\varphi)-c_1 \\ a_2(\varphi)-c_2 \\ a_3(\varphi)-c_3 \end{bmatrix}=\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_2 \end{pmatrix}.$$

Тогда система уравнений (30) в скалярной форме примет вид:
$H\cos\alpha = A_1, \quad -H\sin\alpha = A_2, \quad Z = A_3$. Откуда однозначно определяется азимут α. $A'_{П}$

Если определитель матрицы $A'_{П}$: равен нулю, то следует рассмотреть матрицу $A'_{\ddot{\imath}}A_{\varphi}A_{\theta}$:

$$A'_{п}A_{\varphi}A_{\theta}=\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

и тогда матричное соотношение (4) (9) в развернутом виде записывается так:

$$\begin{aligned} &\alpha_{11}H\cos\alpha-\alpha_{12}H\sin\alpha=a_1(\varphi_1)-c_1-\alpha_{13}Z \\ &\alpha_{21}H\cos\alpha-\alpha_{22}H\sin\alpha=a_2(\varphi_1)-c_2-\alpha_{23}Z \\ &\alpha_{31}H\cos\alpha-\alpha_{32}H\sin\alpha=a_2(\varphi_1)-c_3-\alpha_{33}Z \end{aligned} \qquad (31)$$

При условии, что вектора -

$(\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31})$ и $(\alpha_{12}, \alpha_{22}, \alpha_{32})$

линейно независимы, из уравнений (31) однозначно определяем азимут α, в противном случае этого сделать нельзя.

Выводы. С использованием теории матриц разработана математическая модель вычисления азимута наклонной скважины инклинометрическим преобразователем с тремя ортогональными феррозондами и акселерометрами, которая учитывает погрешность влияния «твердого» и «мягкого железа». Алгоритмическое устранение данной погрешности из показаний магнитного азимута позволяет снизить ошибку измерения до величин, определяемых лишь погрешностью магниточувствительных первичных измерительных преобразователей, составляющих инклинометр.

Литература:

1. Исаченко В.Х. Инклинометрия скважин. – М.:Недра, 1987. – 216с.

2. Ковшов Г.Н. Приборы контроля пространственной ориентации скважин при бурении / Г.Н. Ковшов, Г.Ю. Коловертнов. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2001. – 228 с.

3. Афанасьев Ю.В. Магнитные преобразователи, приборы, установки. – Л.: Энергия, 1973. – 272 с.

4. Ковшов Г.Н. Инклинометры. (Основы теории и проектирования) / Ковшов Г.Н., Алимбеков Р.И., Жибер А.В. – Уфа: Гилем, 1998. – 380 с.

5. Ковшов Г.Н. Математическая модель феррозондового инклинометрического преобразователя с учетом погрешности от колонны буровых труб / Г.Н. Ковшов, Е.А. Пономарева, И.В. Рыжков, А.В. Садовникова // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2008. – №1 – 2. – С. 35 – 39.

6. Пономарева Е.А. Расчет и алгоритмическая компенсация магнитной девиации инклинометра / Е.А. Пономарева, Г.Н. Ковшов, И.В. Рыжков, А.В. Садовникова // Прикладные задачи математики и механики: междунар. науч. – техн. конф., 14 – 18 сент. 2009 г.: тезисы докл. – Севастополь, 2009. – С. 216 – 221.

7. Фрезер Р. Теория матриц и ее приложения к дифференциальным уравнениям и динамики / Фрезер Р., Дункан В., Коллар А. – М.: ИИЛ, 1950. – 445 с.

References:

1. Isachenko V.H. Inklinometrija skvazhin. – M.:Nedra, 1987. – 216s.

2. Kovshov G.N. Pribory kontrolja prostranstvennoj orientacii skvazhin pri burenii / G.N. Kovshov, G.Ju. Kolovertnov. – Ufa: Izd-vo UGNTU, 2001. – 228 s.

3. Afanas'ev Ju.V. Magnitnye preobrazovateli, pribory, ustanovki. – L.: Jenergija, 1973. – 272 s.

4. Kovshov G.N. Inklinometry. (Osnovy teorii i proektirovanija) / Kovshov G.N., Alimbekov R.I., Zhiber A.V. – Ufa: Gilem, 1998. – 380 s.

5. Kovshov G.N. Matematicheskaja model' ferrozondovogo inklinometricheskogo preobrazovatelja s uchetom pogreshnosti ot kolonny burovyh trub / G.N. Kovshov, E.A. Ponomareva, I.V. Ryzhkov, A.V. Sadovnikova // Visnik Pridniprovs'koï derzhavnoï akademiï budivnictva ta arhitekturi. – 2008. – №1 – 2. – S. 35 – 39.

6. Ponomareva E.A. Raschet i algoritmicheskaja kompensacija magnitnoj deviacii inklinometra / E.A. Ponomareva, G.N. Kovshov, I.V. Ryzhkov, A.V. Sadovnikova // Prikladnye zadachi matematiki i mehaniki: mezhdunar. nauch. – tehn. konf., 14 – 18 sent. 2009 g.: tezisy dokl. – Sevastopol', 2009. – S. 216 – 221.

7. Frezer R. Teorija matric i ee prilozhenija k differencial'nym uravnenijam i dinamiki / Frezer R., Dunkan V., Kollar A. – M.: IIL, 1950. – 445 s.