Мамаджанов А. И.,
Мажидова Г. Н.,
Косимова М. О.,
Назаров Ш. Р.
Наманганский инженерно-педагогический институт

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НА ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ТИПА МАХА-ЗЕНДЕРА В ПРОСТРАНСТВЕ ВРЕМЕНИ НОН-КЕРРА

Вращающиеся астрофизические черные дыры без электрического заряда однозначно описываются метрикой Керра, который обладает только двумя параметрами: общей массой M и удельный угловой момент J черной дыры — в рамках четырехмерной ОТО согласно теоремы отсутствии волоса [1–5]. Тем не менее, в режиме сильной гравитации, общая теория относительности может выйти из строя, и астрофизические черные дыры не могут быть черными дырами Керра предсказанной теореме отсутствии волос [6–8]. Недавно Жохансен и Псалтик предложили деформацию Керр-Лайк метрика, подходит для сильного поля теоремы отсутствие волоса, которая описывает так называемую вращающуюся черную дыру нон-Керра [7]. В работе [9] было изучено электромагнитные поля и движения заряженных частиц вокруг вращающейся черной дыры Нон-Керра, погруженной во внешнем магнитном поле. В недавней работе [10] свойство эргосферы и извлечение энергии, то есть процесс Пенроуза были исследованы во вращающейся черной дыре нон-Керра.

Первый интерференционный эксперимент, чувствующий гравитационное поле был проведён через нейтроны в 1975 году Колеллом, Оверхаузером и Вернерами [11]. Они использовали макроскопический интерферометр: после них когерентные расщепленные нейтроны передвинулись вдоль разных путей с высотой разницей несколько сантиметров. С нейтронной интерферометрии также наблюдалось вращение Земли [12]. Это аналог материи волны знаменитого эффекта Саньяка. Оба эффекта наблюдались также с гораздо более высокой точностью с помощью атомного пучка интерферометрии [13–18]. В [19] статье изучена интерференция скалярного поля в интерферометре типа Маха-Зендера, и представлено его математическое описание, которое было осуществлено нейтроном также как атомная интерферометрия. В этой статье мы рассматриваем интерференцию в интерферометре Маха-Зендера для получения зависимости смещения фазы частиц от параметра деформации в окрестности пространства времени чёрной дыры нон-Керра. Также исследуем эффект Саньяка в медленно вращающегося компактного объекта нон-Керра.

Медленно вращающуюся метрику нон-Керра можно выразить так

$$ds^2 = -Nhdt^2 + N^{-1}hdr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 - 2\omega h r^2 \sin^2\theta d\phi dt \quad (1)$$

здесь приняты следующие обозначения

$$N = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \quad h = \left(1 + \frac{M^3 e}{r^3}\right),$$

где $e-$ параметр деформации компонента координатной системы тетрады для стационарного наблюдателя на метрике (1)

$$e^{\mu}_{\hat{t}} = \frac{1}{\sqrt{Nh}}(1,0,0,0) \quad e^{\hat{t}}_{\mu} = -\sqrt{Nh}\left(1,0,0,\frac{\omega r^2}{N}\sin^2\theta\right), \quad (2)$$

$$e^{\mu}_{\hat{r}} = \sqrt{\frac{N}{h}}(0,1,0,0) \quad e^{\hat{r}}_{\mu} = \sqrt{\frac{h}{N}}(0,1,0,0), \quad (3)$$

$$e^{\mu}_{\hat{\theta}} = \frac{1}{r}(0,0,1,0) \quad e^{\hat{\theta}}_{\mu} = r(0,0,1,0), \quad (4)$$

$$e^{\mu}_{\hat{\phi}} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(-\frac{\omega r^2}{N}\sin^2\theta,0,0,1\right) \quad e^{\hat{\phi}}_{\mu} = r\sin\theta(0,0,0,1). \quad (5)$$

Ускорение траектории Киллинга [19]

$$a_{\mu} = \frac{1}{2}\partial_{\mu}\ln(-g_{00}). \quad (6)$$

Используя (6) формулу, мы получаем компоненту ускорения неравную нулю

$$a_{\hat{r}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{N}{h}}\left(\frac{2M}{rN} - \frac{3M^3 e}{r^3 h}\right). \quad (7)$$

Неравные нулю ортонормальные компоненты тензора вращения стационарной конгруэнции в медленно вращающейся метрике нон-Керра

$$\chi_{\hat{r}\hat{\phi}} = \omega\sin\theta\left[\left(2 - \frac{3M^3 e}{r^3 h} - \frac{2M}{rN}\right)\frac{N}{h} + \left(\frac{2M}{rN} - \frac{3M^3 e}{r^3 h}\right)\right], \quad (8)$$

$$\chi_{\hat{\theta}\hat{\phi}} = -\omega\sqrt{\frac{h}{N}}\cos\theta. \quad (9)$$

Простая форма вектор потенциала электромагнитного поля A_{μ} в калибровке Лоренца на пространство времени (1) и есть $A^{\alpha} = C_1\xi^{\alpha}_{t} + C_2\xi^{\alpha}_{\phi}$. здесь константа интегрирования $C_2 = B/2$, где гравитационный источник погружен в однородное магнитное поле B, которое было параллельным к оси вращения, другая константа интегрирования $C_1 = aB$ может быть вычислена из асимптотических свойств пространства времени на бесконечность.

$$A_0 = -aBh\left(N + \frac{M}{r}\sin^2\theta\right) \quad A_3 = \frac{Br^2}{2}\sin^2\theta. \quad (10)$$

Мы можем написать выражение полной энергии частицы, которая находится во внешнем электрическом поле в следующем виде

$$\varepsilon = \rho(\xi) + \varepsilon_{pot} = \rho(\xi) + e_p A_t, \quad (11)$$

где e_p – электрический заряд частицы. Это интерпретирован как общая сохранённая энергия состоящая из гравитационной модифицированной кинетической и покойной энергии $\rho(\xi)$, также модифицированной электростатической энергии $e_p A_t$.

Из уравнения Максвелла можно найти компоненты тензоров электромагнитного поля

$$F_{10} = -\frac{aB}{r}\left[h + (2h-3)\left(N + \frac{M}{r}\sin^2\theta\right)\right]$$

$$F_{20} = -aB\frac{Mh}{r}\sin 2\theta \quad F_{13} = Br\sin^2\theta \quad F_{23} = \frac{Br^2}{2}\sin 2\theta. \quad (12)$$

Можно употребить символ измеренных компонентов электромагнитного поля, в которых электрические $E_\alpha = F_{\alpha\beta}u^\beta$ и магнитные поля $B_\alpha = (1/2)\eta_{\alpha\beta\mu\nu}F^{\beta\mu}u^\nu$, где $\eta_{\alpha\beta\mu\nu} = \sqrt{-g}e_{\alpha\beta\mu\nu}$ псевдо тензорное выражение для символа Леви-Чивита $e_{\alpha\beta\mu\nu}$, $g \equiv \det|g_{\alpha\beta}|$

$$E_{\hat r} = -\frac{aB}{rh}\left[h + (2h-3)\left(N - \frac{M}{r}\sin^2\theta\right)\right] + 2B\frac{Ma}{r^2}\sin^2\theta$$

$$E_{\hat\theta} = 0 \quad B_r = B\cos\theta \quad B_\theta = \sqrt{\frac{N}{h}}\sin\theta. \quad (13)$$

В работе [19] было получено выражение смещения фазы частиц для разных значений, γ угол базовой линии по отношению к e_ϕ и β склонный угол

$$\Delta\varphi(\beta=0,\gamma=0) = \varepsilon\Sigma\left[\chi_{\hat\phi\hat r} - \frac{\varepsilon}{\rho_0}a_{\hat r}\right] - \frac{\varepsilon\Sigma}{\rho_0}\partial_{\hat r}\varepsilon_{pot} + e_p\Sigma B_{\hat\theta} - g_p\Sigma E_{\hat\theta} \quad (14)$$

$$\Delta\varphi(\beta=\frac{\pi}{2},\gamma=0) = \varepsilon\Sigma\left[\chi_{\hat\theta\hat\phi} + \frac{\varepsilon}{\rho_0}a_{\hat\theta}\right] + \frac{\varepsilon\Sigma}{\rho_0}\partial_{\hat\theta}\varepsilon_{pot} + e_p\Sigma B_{\hat r} - g_p\Sigma E_{\hat r} \quad (15)$$

$$\Delta\varphi(\beta=0,\gamma=\frac{\pi}{2}) = \varepsilon\Sigma\left[\chi_{\hat r\hat\theta} - \frac{\varepsilon}{\rho_0}a_{\hat r}\right] - \frac{\varepsilon\Sigma}{\rho_0}\partial_{\hat r}\varepsilon_{pot} + e_p\Sigma B_{\hat\phi} - g_p\Sigma E_{\hat\phi} \quad (16)$$

$$\Delta\varphi(\beta=\frac{\pi}{2},\gamma=\frac{\pi}{2}) = \varepsilon\Sigma\left[\chi_{\hat\theta\hat\phi} + \frac{\varepsilon}{\rho_0}a_{\hat\phi}\right] + \frac{\varepsilon\Sigma}{\rho_0}\partial_{\hat\phi}\varepsilon_{pot} + e_p\Sigma B_{\hat r} - g_p\Sigma E_{\hat\phi} \quad (17)$$

где Σ, площадь интерферометра.

Используя (14–17) формулы можно найти смешение фазы частиц в интерферометре Мах-Зендера для разных значений углов β и γ.

$$\Delta\varphi(\beta=0,\gamma=0) = \omega\left(C + \frac{\Lambda N}{h}\right)\sin\theta + \frac{aB}{r}\sqrt{\frac{N}{h}}\left[h + \Lambda(2h-3)\right] + e_pBa\Lambda h + e_pB\cos\theta \quad (18)$$

$$\Delta\varphi\left(\beta=\frac{\pi}{2},\gamma=0\right) = -\omega\sqrt{\frac{h}{N}}\cos\theta - aBh\frac{M}{r^2}\sin 2\theta + e_p\cos\theta \quad (19)$$

$$\Delta\varphi\left(\beta=0,\gamma=\frac{\pi}{2}\right) = \frac{aB}{r}\sqrt{\frac{N}{h}}\left[h + (2h-3)\right] + e_pBa\Lambda h \quad (20)$$

$$\Delta\varphi\left(\beta=\frac{\pi}{2},\gamma=\frac{\pi}{2}\right) = -\omega\sqrt{\frac{N}{h}}\cos\theta + e_pB\cos\theta \quad (21)$$

здесь приняты следующие обозначения

$$A = 2 - \frac{3M^3e}{r^3h} - \frac{2M}{rN}, \; C = \frac{2M}{rN} - \frac{3M^3e}{r^3h}, \; \Lambda = N + \frac{M}{r}\sin\theta.$$

Эффект Саньяка

Известно, что эффект Саньяка для противораспространяющихся пучков частиц в полном обходе во вращающемся интерферометре в плоском пространстве времени может быть получено формальной аналогией с эффектом Ахаронов-Бома. Смещение фазы

$$\Delta\phi = \frac{2mu_0}{c\hbar}\oint_G A_G dx \quad (22)$$

разыскан в однородно вращающимся интерферометре и разности времени между временем распространения пучков в прямую и противоположную стороны.

$$\Delta T = \frac{2u_0}{c^3}\oint_G A_G dx \quad (23)$$

в выражениях (22) и (23) m указывает массу (или энергию) частиц интерферируемых пучков, A_G это гравито-магнитный вектор потенциал, который найден из выражения

$$A_i^G \equiv c^2\frac{u_i}{u_o} \quad (24)$$

и $u(x)$ единичная 4-скорость частиц

$$u^\alpha \equiv \left\{\frac{1}{\sqrt{-g_{00}}},0,0,0\right\}, \; u_\alpha \equiv \left\{-\sqrt{-g_{00}}, g_{i0}u^0\right\}. \quad (25)$$

в экваториальной плоскости $(\theta = \pi/2)$ применяется преобразование координаты $\varphi \to \varphi + \Omega t$ к метрике (1), где Ω угловая скорость гравитирующегося объекта, затем получают

$$ds^2 = -\left(Nh - r^2\Omega^2 + 2\omega hr^2\Omega\right)dt^2 + N^{-1}hdr^2 + r^2d\phi^2 + 2r^2(\Omega - \omega h)d\phi dt \quad (26)$$

из этого уравнение можно непосредственно увидеть, что единичный вектор поля $u(x)$ вдоль траекторий $r = R = const$ будет

$$u_0 = -\left(u^0\right)^{-1} \quad (27)$$

$$u_\phi = R^2(\Omega - \omega h)(u^0) \tag{28}$$

здесь принято следующее обозначение

$$u^0 = \left(Nh - R^2\Omega + 2\omega h R^2\Omega\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{29}$$

теперь, вставление компонентов $u(x)$ в уравнение (24)

$$A^G_\phi = -R^2(\Omega - \omega h)(u^0)^2 \tag{30}$$

интегрируя вектор потенциал, как показано в уравнениях (22) и (23) можно получить следующие выражения для $\Delta\phi$ и ΔT

$$\Delta\phi = \frac{4\pi m}{\hbar} R^2(\Omega - \omega h)(u^0)^2 \tag{31}$$

$$\Delta T = \frac{4\pi}{c^2} R^2(\Omega - \omega h)(u^0)^2 \tag{32}$$

следуя статье [20] можно найти критическую угловую скорость $\bar{\Omega}$

$$\bar{\Omega} = \omega\left(1 + \frac{M^3 e}{R^3}\right) \tag{33}$$

который соответствует к нулевому времени задержки $\Delta T = 0$. Угловая скорость $\bar{\Omega}$ нулевого импульс момента наблюдателя. Как видите член с параметром деформации представляет положительный прирост этой скорости, другими словами, параметр $\bar{\Omega}$ пространстве времени нон-Керра становится больше в сравнение с Керром.

Заключение

Мы вычислили сдвиг фазы для интерференционного эксперимента заряжённой частицы в пространстве времени чёрной дыры нон-Керра. Результат (18–21) показывает, что сдвиг фазы для интерферометра Мах-Зендера в пространстве времени нон-Керра воздействует параметром деформации определённый метрикой (1). Также мы рассмотрели интерференционные эффекты, в том числе сдвиг фазы и время задержки в эффекте Саньяка, в пространстве времени вращающихся гравитационных объектов чёрной дыры нон-Керра и нашли, что они могли влиять параметром деформации. С учётом параметр деформации критическая угловая скорость увеличивается.

Использованная литература

1. W. Israel, Phys. Rev. 164, 1776 (1967).
2. W. Israel, Commun. Math. Phys. 8, 245 (1968).
3. B. Carter, Phys. Rev. Lett. 26, 331 (1971).
4. S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. 25, 152 (1972).
5. D.C. Robinson, Phys. Rev. Lett. 34, 905 (1975).
6. F. Caravelli and L. Modesto, Classical Quantum Gravity 27, 245022 (2010).
7. T. Johannsen and D. Psaltis, Phys. Rev. D83, 124015 (2011).
8. C. Bambi and L. Modesto, Phys. Lett. B706, 13 (2011).
9. A.A. Abdujabbarov, B.J. Ahmedov and N.B. Jurayeva, Phys. Rev. D87, 064042 (2013)
10. C. Liu, S. Chen, and J. Jing, Astrophys. J. 751, 148 (2012).
11. R. Colella, A.W. Overhauser, and S.A. Werner. Phys. Rev. Lett., 34, 1472, (1975).
12. S.A. Werner, J. — L. Staudenmann, and R. Collella. Phys. Rev. Lett., 42, 1103, (1979).
13. A. Peters, K.Y. Chung, and S. Chu. Nature, 400, 849, (1999).
14. J. Audretsch and C. L.ammerzahl. J. Phys. A: Math. Gen., 16, 2475, (1983).
15. C. L.ammerzahl. Class. Quantum Grav., 14, 13, (1998).
16. J.F. Pleban.ski and M. Demian.ski. Ann. Phys. (N.Y.) 98, 98 (1976).
17. J. Audretsch and C. L.ammerzahl. Gen. Rel.Grav. 15, 495 (1983).
18.V.S. Morozova, B.J. Ahmedov. International Journal of Modern Physics D.
19. V. Kagramanova, J. Kunz, and C. Lammerzahl.
20. M.L. Ruggiero, Gen. Rel. Grav. 37, 1845 (2005).