УДК 538.9

Ліщинська Вікторія Миколаївна
аспірантка кафедри теоретичної і математичної фізики
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
Лищинская Виктория Николаевна
аспирантка кафедры теоретической и математической физики
Восточноевропейский национальный университет имени Леси Украинки
Lishchynska Victoria Mykolaivna
graduate student of theoretical and mathematical physics
Eastern National University of Lesia Ukrainka

ПРИНЦИП ПОСЛАБЛЕННЯ КОРЕЛЯЦІЇ

ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРЕЛЯЦИИ

PRINCIPLE OF CORRELATION WEAKENING

Анотація: *У роботі описано фундаментальний внесок М. М. Боголюбова в розвиток статистичної механіки на прикладі принципу послаблення кореляції.*

Ключові слова: *Боголюбов, кореляція, принцип послаблення кореляції, квазісередні.*

Аннотация: *В работе описано фундаментальный вклад Н. Н. Боголюбова в развитие статистической механики на примере принципа ослабления корреляции.*

Ключевые слова: *Боголюбов, корреляция, принцип ослабления корреляции, квазисредние.*

Anotation: *This paper describes N. N. Boholyubov fundamental contribution to the development of statistical mechanics on the example of the principle of correlation weakening.*

Keywords: *Bogolyubov, correlation, principle of weakening correlation, quasiaverage.*

Боголюбівский принцип став основою відкриттів нових закономірностей в ряду областей фізики і, зокрема закономірностей ядерної фізики. У роботах Боголюбова [1, 2] йдеться: «Підкреслимо, що ми не можемо строго довести принцип послаблення кореляції. ... Строге доведення ми можемо провести лише для ряду простих моделей ... Для загального ж випадку ми можемо посилатися або на інтуїтивні міркування, або на аргументи, запозичені із теорії збурень».

Будучи найбільшим фахівцем в галузі математичної фізики, Боголюбов, який сформулював аксіоматичну теорію поля, довівши, виходячи із перших принципів, цілий ряд постульованих раніше законів в різних областях фізики! Він виходить з інтуїтивних уявлень про те, що кореляція між просторово віддаленими частинами груп частинок макроскопічної системи практично зникає. Асимптотична форма функції Гріна як універсальної (не залежних від специфіки системи) лінійних форм із середніх значень типу

$$F(t_1,x_1,\ldots t_n,x_n)=\left\langle \ldots\psi^+(t_j,x_j)\ldots\psi(t_s,x_s)\ldots\right\rangle ,$$

де $x=(\vec{r},\sigma)$ — тривимірні координати і спіни частинок, t — моменти часу, розглядаються ним у границі, коли всі моменти часу $t_1,\ldots t_n$ фіксовані, а відстані між точками з різних груп $\{\ldots,t_\alpha,x_\alpha,\ldots\}$ i $\{\ldots,t_\beta,x_\beta,\ldots\}$ прямують до нескінченності. У квантовій теорії поля всі польові функції $\varphi(t_1,x_1)$, i $\varphi(t_2,x_2)$, як відомо, повинні точно комутувати або антикомутувати, якщо інтервал $-(t_1-t_2)^2$, $+(\overrightarrow{r_1}-\overrightarrow{r_2})^2$ просторовоподібний. При фіксованих t_1, t_2 і $\left|\overrightarrow{r_1}-\overrightarrow{r_2}\right|\to\infty$ для знаходження асимптотичної форми F можна переставляти польові функції з функціями із різних груп і тим самим домогтися такого положення, коли польові функції для кожної групи аргументів виявляються разом в одному комплексі (кластері). Таким чином, виходить

$$F(t_1,x_1,\ldots,t_n,x_n)-\eta\left\langle U_1(\ldots,t_\alpha,x_\alpha,\ldots)U_2(\ldots,t_\beta,x_\beta,\ldots)\ldots\right\rangle\to 0,$$
$$\eta=\pm1,$$

де $U_1(\ldots,t_\alpha,x_\alpha,\ldots)$ — похідна польових функцій з аргументами тільки з першої групи, $U_2(\ldots,t_\beta,x_\beta,\ldots)$ — відповідна похідна з аргументами тільки з другої групи.

Так як кореляція між динамічними величинами $U_1, U_2, \ldots$, повинна слабшати і практично зникати для досить великих відстаней, асимптотична форма виразу

$$\left\langle U_1\left(\ldots,t_\alpha,x_\alpha,\ldots\right)U_2\left(\ldots,t_\beta,x_\beta,\ldots\right)\ldots\right\rangle$$

розпадається на похідні виду

$$\left\langle U_1\left(\ldots,t_\alpha,x_\alpha,\ldots\right)\right\rangle\cdot\left\langle U_2\left(\ldots,t_\beta,x_\beta,\ldots\right)\ldots\right\rangle\ldots$$

У такому формулюванні принципу послаблення кореляції М.М. Боголюбов звертає увагу на фундаментальну роль виродження станів, за якими проводиться усереднення. Необхідно уточнити, про які «середні» будемо говорити в нашому формулюванні принципу ослаблення кореляції. У випадках відсутності виродження вираз $\langle\ldots\rangle$, очевидно, є звичайними середніми. Можна відмітити, однак, що у випадках виродження розглянутого стану статистичної рівноваги вираз $\langle\ldots\rangle$, що входить до формулювання, слід розуміти як квазісередні: наведене вище формулювання принципу послаблення кореляції стає невірним, якщо продовжувати вважати вираз $\langle\ldots\rangle$ звичайними середніми.

Розглянемо, наприклад, кристалічний стан. Тоді при посиланні на послаблення кореляції між динамічними величинами $\langle U_1\rangle,\langle U_2\rangle,\ldots$ ми інтуїтивно розуміємо, що кристалічна решітка як ціле фіксована в просторі; хоча і довільно фіксована, але вона одна і та ж при обчисленні середньої U_1 і U_2 і т.д. Інакше кажучи, вважаємо, що всі розглянуті в цьому разі вирази середніх відносяться до одного і того ж фіксованого положення кристалічної решітки, тобто маємо справу з квазісредніми, а не зі звичайними середніми, які виходять з квазісередніх в результаті додаткового усереднення за всіма можливими положеннями і орієнтаціями кристалічної решітки. Така ж ситуація виникає і в інших випадках виродження стану статистичної рівноваги.

Множники $\langle U_1\rangle,\langle U_2\rangle,\ldots$ виявляються не цілком незалежними — вони залежать від параметрів, за якими необхідно провести додаткове усереднення. Як приклади параметрів, що залишаються однаково фіксованими для всіх частин макроскопічної системи, М. М. Боголюбов приводить магнітний момент (випадок феромагнетизму), фазовий кут (надтекучість або надпровідність) та ін. Слід відзначити чудову гіпотезу М. М. Боголюбова про те, що вакуум квантової теорії поля теж може бути виродженим і нестабільним.

Звернемо увагу на застосування цього принципу для побудови дещо іншого, ніж раніше, взагалі кажучи, більш «фізичного» визначення поняття квазісередньої.

Розглянемо, як приклад випадок в теорії надпровідності, коли є стан статистичної рівноваги, виродження якого пов'язано тільки із законом збереження числа частинок. Розглянемо вираз

$$\left\langle\psi^+\left(t_1,x_1\right)\psi^+\left(t_2,x_2\right)\psi\left(t_2',x_2'\right)\psi\left(t_1',x_1'\right)\right\rangle.$$

Так як оператор

$$\psi^+\left(t_1,x_1\right)\psi^+\left(t_2,x_2\right)\psi\left(t_2',x_2'\right)\psi\left(t_1',x_1'\right)$$

зберігає число частинок, вираз є звичайною середньою. Будемо необмежено збільшувати відстань між двома групами просторових точок ($\vec{r}_1,\vec{r}_2$), ($\vec{r}_1^{\,'},\vec{r}_2^{\,'}$) при фіксованих моментах часу. Тоді на підставі принципу послаблення кореляції вираз буде наближатися до похідної

$$\left\langle\psi^+\left(t_1,x_1\right)\psi^+\left(t_2,x_2\right)\right\rangle\left\langle\psi\left(t_2',x_2'\right)\psi\left(t_1',x_1'\right)\right\rangle.$$

Виходячи з такого асимптотичного розподілу звичайної середньої, можемо тепер визначити квазісередні

$$\left\langle\psi^+\left(t_1,x_1\right)\psi^+\left(t_2,x_2\right)\right\rangle,\left\langle\psi\left(t_2',x_2'\right)\psi\left(t_1',x_1'\right)\right\rangle.$$

Аналогічним прийомом можна скористатися і для введення квазісередніх від похідних вищого порядку з польових функцій. Якщо раніше вводили квазісередні з допомогою нескінченно малих добавок до гамільтоніану, що не завжди мають ясний фізичний зміст, то тепер із допомогою принципу послаблення кореляції можемо вводити квазісередні, розглядаючи асимптотичні форми звичайних середніх, що відносяться тільки до досліджуваної динамічної системи, із незмінним гамільтоніаном.

Розглянемо систему безспінових бозе-частинок, що знаходиться в просторово-однорідному стані статистичної рівноваги, і побудуємо вираз

$$F\left(\vec{r}_1-\vec{r}_2\right)=\left\langle\psi^+\left(t,\vec{r}_1\right)\psi\left(t,\vec{r}_2\right)\right\rangle=\left\langle\psi^+\left(\vec{r}_1\right)\psi\left(\vec{r}_2\right)\right\rangle,\ \psi\left(\vec{r}\right)=\psi\left(0,\vec{r}\right).$$

Перейшовши тут до імпульсного представлення, знайдемо

$$F\left(\vec{r}_1-\vec{r}_2\right)=\frac{1}{V}\sum_k\left\langle a_k^+a_k\right\rangle e^{-i\vec{k}\left(\vec{r}_1-\vec{r}_2\right)}.$$

Тому в інтегралі Фур'є

$$F\left(\vec{r}\right)=\int\omega\left(k\right)e^{-i\vec{k}\vec{r}}d\vec{k}$$

похідна $\omega(k)d\vec{k}$ виражає густину числа частинок з імпульсами з нескінченно малого імпульсного об'єму $d\vec{k}$. Звідси випливає, що

$$\omega\left(k\right)\geq 0,\ \int\omega\left(k\right)d\vec{k}=\rho,$$

де $\rho=\dfrac{N}{V}$ густина числа частинок.

Коли в системі є спокійний конденсат, то

$$\omega\left(k\right)=\rho_0\delta\left(\vec{k}\right)+\omega_1\left(k\right),$$

де $\omega_1(k)$ — звичайна функція, що характеризує безперервний розподіл за імпульсами частинок, які не перебувають в конденсаті, а ρ_0 — густина числа частинок конденсату. Але оскільки $\omega_1(k)$ є звичайною інтегрованою функцією,

$$\int \omega_1(k) e^{-i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k} \to 0, |\vec{r}| \to \infty,$$

і тому

$$\left\langle \psi^+(\vec{r_1})\psi(\vec{r_2})\right\rangle = F(\vec{r_1}-\vec{r_2}) = \rho_0 + \int \omega_1(k) e^{-i\vec{k}(\vec{r_1}-\vec{r_2})} d\vec{k} \to \rho_0 \neq 0,$$

$$|\vec{r_1}-\vec{r_2}| \to \infty.$$

З іншого боку, на підставі принципу послаблення кореляції

$$\left\langle \psi^+(\vec{r_1})\psi(\vec{r_2})\right\rangle - \left\langle \psi^+(\vec{r_1})\psi(\vec{r_2})\right\rangle \to 0,\ |\vec{r_1}-\vec{r_2}| \to \infty.$$

Тому $\left\langle \psi(\vec{r_1})\right\rangle \neq 0$. Якби стан статистичної рівноваги, що розглядається, не був виродженим по відношенню до закону збереження числа частинок, то в силу відповідних цьому закону правил відбору мали б рівність $\left\langle \psi(\vec{r})\right\rangle = 0$.

Таким чином, у випадку конденсату правила відбору, обумовлені законом збереження числа частинок, не виконуються і такий стан статистичної рівноваги вироджено.

У квантовій механіці, виродження означає, що одному власному значенням енергії може відповідати суперпозиція власних функцій з невизначеними коефіцієнтами. Введення в гамільтоніан нескінченно малого збурення, яке порушує симетрію вихідного гамільтоніана і порушує відповідно закони збереження (комутацію відповідних генераторів групи з гамільтоніаном), призводить до того, що нескінченно мала варіація гамільтоніана дає кінцеву зміну матричних елементів. Ця властивість, добре відома в теорії збурень з кінця 20-тих років, в 60-ті роки отримала назву «спонтанного порушення симетрії» і зіграла вирішальну роль у створенні нових теорій елементарних частинок.

Цікаво відзначити, що відома спроба Дірака сформулювати релятивістську теорію динамічних систем [3] привела його до визнання, що вдалося сформулювати лише необхідні, але не достатні умови існування такої теорії. Як бачимо, принцип послаблення кореляції Боголюбова вирішує і цю класичну проблему фізики, поставлену Діраком в 1949 році.

Література

1. Bogolubov N.N. Physica / N.N. Bogolubov // v. 26S, p.1, — 1960.
2. Боголюбов Н.Н. Сообщения ОИЯИ / Н.Н. Боголюбов // Дубна: Д-781, — 1961.
3. Dirac P.A.M. Rev.Mod.Phys., v.21, No.3 (1949) 393.