

Ліщинська Вікторія Миколаївна

аспірантка кафедри теоретичної і математичної фізики

Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

Лищинская Виктория Николаевна

аспірантка кафедры теоретической и математической физики

Восточноевропейского национального университета имени Лесии Украинки

Lishchynska Victoria

graduate student of theoretical and mathematical physics of the

Eastern National University of Lesia Ukrainka

МІКРОСКОПІЧНА ТЕОРІЯ НАДПЛИННОСТІ М. М. БОГОЛЮБОВА

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ М. М. БОГОЛЮБОВА

MICROSCOPIC THEORY OF SUPERFLUIDITY OF M. M. BOGOLYUBOV

Анотація. У роботі описано досягнення мікроскопічної теорії надтекучості, основоположником якої є М. М. Боголюбов.

Ключові слова: Боголюбов, надтекучість, квазісередні, бозе-газ.

Аннотация. В работе описано достижения микроскопической теории сверхтекучести, основоположником которой является Н. Н. Боголюбов.

Ключевые слова: Боголюбов, сверхтекучесть, квазисредних, бозе-газ.

Summary. The paper describes the achievements of the microscopic theory of superfluidity, the founder of which is M. Bogolyubov.

Key words: Bogolyubov, superfluidity, quasi-median, bose gas.

Серед великої кількості статей, опублікованих Микоолою Миколайовичем Боголюбовим з різних питань математики і теоретичної фізики, праць, які присвячені теорії надпровідності, порівняно небагато. Однак їх значення, як для самої теорії надплинності, так і для всієї статистичної механіки і проблем багатьох тіл, велике. Уже в першій роботі, що присвячена цій темі і вийшла в 1947 році [1], фактично були закладені основи таких понять, як квазісередні і порушення вихідної симетрії, що здійснили вагомий вплив на подальший розвиток статистичної механіки та теорії поля, а апарат канонічних (u, v) — перетворень, що розроблені в [1], був згодом успішно використаний при побудові теорії надпровідності [2]. У роботі [1] М.М. Боголюбов теоретично розглянув модель слабонеідеального бозе-газу. Слабка неідеальність обумовлюється або слабкістю взаємодії між молекулами, або малою густиною газу, що розглядається як сукупність частинок із взаємодією типу твердих сфер. Незважаючи на те, що в надтекучій системі — рідкому

гелії взаємодія між молекулами велика, дослідження слабонеідеального газу дозволяє якісно зрозуміти явище надплинності, не вносячи при цьому зайвих ускладнень, пов'язаних з розглядом більш реалістичних моделей.

Миколі Миколайовичу вдалося простим способом пояснити основні риси механізму надплинності. Головне припущення, що підтвердилося подальшими обчисленнями, полягало в тому, що в слабонеідеальному бозе-газі зберігається характерне для ідеального газу явище бозе-конденсації, коли в спокійному газі, поміщеному в об'єм V при температурі T , близької до нуля, в стані з імпульсом $p=0$ знаходиться макроскопічне число часток N_0 , що порівнюється з повним числом частинок N . У результаті оператори народження і знищення частинок a_p^+ і a_p при $p=0$ в границі при $V \rightarrow \infty, N \rightarrow \infty$ і $\frac{V}{N} = v = const$ комутують між собою і можуть розглядатися як с-числа, рівні $a_0^+ = a_0 = \sqrt{N_0}$. При цьому, вважаючи a_p^+ і a_p (при

$p \neq 0$) «малими величинами» в порівнянні з a_0^+ і a_0 , можна представити повний гамільтоніан системи взаємодіючих бозе-частинок

$$H = \sum_p \frac{p^2}{2m} a_p^+ a_p + \frac{1}{2V} \sum_{p,p',k} v(k) a_p^+ a_{p'}^+ a_{p'+k} a_{p-k}, \quad (1)$$

де $v(k) = \int \Phi(r) \exp i(p,r) dr$ – фурье-образ потенціалу взаємодії, наближено у вигляді

$$H \cong H_0^B = \frac{N^2}{2V} v(0) + \sum_{p \neq 0} \left\{ \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{N_0}{V} v(p) \right) a_p^+ a_p + \frac{N_0}{V} v(p) (a_p^+ a_{-p}^+ + a_{-p} a_p) \right\}. \quad (2)$$

Переходячи далі від операторів a_p^+, a_p до операторів α_p^+, α_p за допомогою канонічного перетворення Боголюбова

$$a_p = u_p \alpha_p + v_p \alpha_{-p}^+, \alpha_p = u_p a_p - v_p a_{-p}^+, \quad (3)$$

де

$$u_p^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\frac{p^2}{2m} + \frac{N_0}{V} v(p)}{E_p} \right), \quad v_p^2 = \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{\frac{p^2}{2m} + \frac{N_0}{V} v(p)}{E_p} \right), \quad (4)$$

$$u_p v_p = -\frac{N_0}{V} \frac{v(p)}{2E_p},$$

$$H_0^B = U + \sum_p E_p \alpha_p^+ \alpha_p,$$

$$U = \frac{N^2}{2V} v(0) + \frac{1}{2} \sum_{p \neq 0} \left\{ E_p - \frac{p^2}{2m} - \frac{N_0}{V} v(p) \right\}, \quad (5)$$

$$E_p = \sqrt{\left(\frac{p^2}{2m} \right)^2 + \frac{p^2}{m} \frac{N_0}{V} v(p)}. \quad (6)$$

У розрідженому газі, що складається з молекул, які взаємодіють як тверді сфери, $v(p)$ в (6) слід замінити на величину, пропорційну амплітуді s-розсіяння а,

$$v(p) \cong \frac{4\pi a}{m}. \quad (7)$$

Як видно з (6), при малих p спектр елементарних збуджень

$$E_p \cong \sqrt{\frac{N}{V} \frac{v(0)}{m}} p = cp$$

співпадає із спектром фононів, що розносяться зі швидкістю звуку c , а при великих p наближається до

кінетичної енергії молекули $\frac{p^2}{2m}$. Спектр (6) відповідає критерію Ландау [3]

$$\min \frac{E_p}{|p|} = u^* > 0, \quad (8)$$

і, отже, при швидкостях $u < u^*$ можливий надтекучий рух. З (8) також випливає, що надтекучість можлива тільки в системі взаємодіючих частинок, так як, підставляючи у (8) спектр вільних частинок

$$E_p = \frac{p^2}{2m},$$

отримаємо $u^* = 0$.

Ідеї, закладені в роботі [1], стимулювали появу у вітчизняній та зарубіжній науковій літературі багатьох досліджень, присвячених мікроскопічному, заснованому на «перших принципах», вивченню неідеального бозе-газу. У роботі С. Т. Беляєва [4] була побудована діаграмна техніка для причинних функцій Гріна виродженого бозе-газу при температурі, що рівна нулю ($T = 0$). Були введені нормальні і аномальні середні, що виникають при температурі нижче критичної в результаті спонтанного порушення симетрії, що пов'язана із законом збереження числа частинок [5]. В роботі [4] за допомогою вибіркового підсумовування діаграм було отримано у випадку розрідженого бозе-газу спектр елементарних збуджень.

У 1955р. М. М. Боголюбова і Д. Н. Зубаревим [6] було розроблено інший метод дослідження неідеального бозе-газу, який враховує колективний характер явища надплинності. У цьому методі хвильова функція бозе-системи вважається залежною від колективних змінних – фур'є-компонент густини. У представленні вторинного квантування гамільтоніан системи, вираженої через колективні змінні, має вигляд

$$H = U + \sum_p E_p \beta_p^+ \beta_p + \frac{1}{2V} \sum_{p+p' \neq 0} \frac{(p,p')}{m} (u_{p+p'} + v_{p+p'}) (\beta_{p+p'} + \beta_{-p-p'}^+) \times (u_p \beta_{-p} + v_p \beta_p^+) (u_{p'} \beta_{-p'} + v_{p'} \beta_{p'}^+), \quad (9)$$

де оператори народження і знищення фононів $\beta_p^+, i\beta_p$ зв'язані з оператором густини

$$\rho_q = \sqrt{\frac{N_0}{N} (a_q + a_{-q}^+)} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{p \neq \pm \frac{q}{2}} a_{p-\frac{q}{2}}^+ a_{p+\frac{q}{2}} \quad (10)$$

відношенням

$$\rho_q = (b_q b_{-q}^+) = (u_q + v_q) (\beta_q + \beta_{-q}^+). \quad (11)$$

В (9) і (11) параметри u і v визначаються формулами (4), а E_p формулою (6), в якій треба замінити N_0 на повне число частинок N . Характерна особливість

гамільтоніана (9) — його формальна неермітовість. Однак, як показано в численних дослідженнях, де використовують метод, розвинений в роботі [6], деяка незручність, пов'язана з формальною неермітовістю теорії, вичерпується, завдяки суттєвій перебудові вихідного гамільтоніана (1), значним спрощенням теорії збурень.

Теорія збурень і пов'язана з нею діаграмна техніка, побудована виходячи з гамільтоніана (1) з виділенням конденсатом (див. [4]) або на основі гамільтоніана в методі колективних змінних (9), дозволяють досить ефективно досліджувати низьколежачі збудження, тобто стани системи при температурі, яка мало відрізняється від нуля. Зі збільшенням температури число збуджень збільшується, збільшується також ймовірність їх взаємного розсіювання. В результаті довжина вільного пробігу збуджень стає менша довжини хвилі флуктуацій середніх величин і в системі встановлюється гідродинамічний режим. В цьому випадку над-

текучий стан добре описується дворідинною гідродинамікою Ландау-Халатникова [3, 7]. Однак ця теорія є напівфеноменологічною, і природно постає питання про її мікроскопічне обґрунтування.

Перша робота в цьому напрямку була зроблена Н. Н. Боголюбовим. У 1963 році вийшов препринт [8], в якому були побудовані на мікроскопічній основі рівняння дворідинної гідродинаміки. Для побудови на їх основі асимптотичних виразів для функцій Гріна, придатних в області малих значень імпульсів і частот, Микола Миколайович скористався зв'язком двочасових температурних функцій Гріна, запроваджених ним і С. В. Тябликовим в роботі [9], із флуктуаціями гідродинамічних величин, що виникають внаслідок включення малих джерел частинок в гамільтоніані системі. Багатьма авторами були отримані гідродинамічні асимптотики функцій Гріна з врахуванням дисипації, досить докладно виражають властивості надпровідної системи в гідродинамічній області значень імпульсів і частот.

Література

1. Боголюбов Н. Н. — Известия АН СССР, сер. физ., 1947, т. 11 № 1, с. 77–90.
2. Боголюбов Н. Н., Толмачев В. В., Ширков Д. В. Новый метод в теории сверхпроводимости. — М.: Изд-во АН СССР, 1958.
3. Ландау Л. Д. — ЖЭТФ, 1941, т. 11, № 6, с. 592.
4. Беляев С. Т. — ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 433–446.
5. Боголюбов Н. Н. Квазисредние в задачах статистической механики. — Препринт ОИЯИ Д-781, Дубна, 1961.
6. Боголюбов Н. Н., Зубарев Д. Н. — ЖЭТФ, 1955, т. 28, № 2, с. 129–139.
7. Халатников И. М. Введение в теорию сверхтекучести. — Наука, 1965.
8. Боголюбов Н. Н. — Препринт ОИЯИ Р-1395, Дубна, 1963.
9. Боголюбов Н. Н., Тябликов С. В. — Доклады АН СССР, 1959, т. 126, с. 53–56.