

**Глушакова Ольга Владимировна**

кандидат физико-математических наук, доцент,  
доцент кафедры высшей математики

Национальный транспортный университет

**Glushakova Olga**

PhD, associate professor

National Transport University

## ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ДИНАМИЧЕСКОГО КРУЧЕНИЯ КОЛОНН ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ ПРИ ВРАЩЕНИИ

### TRANSIENT PROCESSES OF DYNAMIC TORSION OF ROTATING DRILL STRINGS IN DEEP BOREHOLES

**Аннотация.** Разработана волновая модель крутильных автоколебаний однородной бурильной колонны в форме торсионного маятника. Выполнено компьютерное моделирование нестационарных крутильных движений долота бурильной колонны при вращении верха колонны с ускорениями, которые моделируют её разгон или торможение.

**Ключевые слова:** Бурильная колонна, долото, торсионные автоколебания.

**Summary.** A wave model of torsional autovibrations of homogeneous drill string is elaborated in the form of a torsional pendulum. The computer simulation of non-stationary torsion motions of the drill string bits is performed for the cases of the drill string rotations with accelerations. They simulate the effects of the drill string accelerating.

**Key words:** Drill string, bit, torsional autovibrations.

#### Постановка задачи нестационарной волновой динамики кручения бурильных колонн

В работах [2–4, 6–8] на основе волновой модели торсионного маятника рассмотрены задачи о самовозбуждении упругих периодических крутильных колебаний долот бурильных колонн при постоянной угловой скорости вращения  $\omega$  их верхнего конца.

Однако наряду с явлением самовозбуждения периодических колебаний долота при стационарном вращении верхнего конца бурильной колонны значительный практический интерес представляет также задача моделирования переходных процессов торсионных колебаний долота при изменении величины  $\omega$  в состояниях начала вращательного движения, его разгона, перехода к стационарному вращению и торможению. Формулировка этой задачи имеет некоторую специфику, обусловленную необходимостью выбора системы отсчета, обеспечивающую наибольшую простоту разрешающих уравнений. В отличие от случаев стационарного вращения долота или его установившихся колебаний при постоянной  $\omega$ , которые удобно рассматривать в системе координат, вращающейся

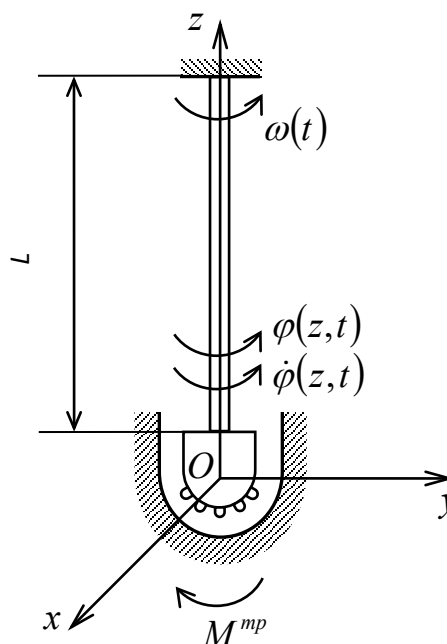


Рис. 1. Схема однородной бурильной колонны

вместе с верхним концом колонны, задачу о нестационарном движении нужно формулировать в инерциальной системе отсчета, поскольку иначе приходится учитывать, что элементы колонны осуществляют сложное вращение с переменной скоростью. Поэтому ниже для вывода разрешающих уравнений использован подход, базирующийся на рассмотрении движения системы относительно неподвижной системы отсчета. Примем, что буровая колонна длиной  $L$  своим верхним концом жестко связана с приводным механизмом, который обеспечивает ее вращение с заданной переменной угловой скоростью  $\omega(t)$ . К нижнему концу колонны прикреплено долото (рис. 1). Вращение и упругие волны кручения в колонне будем рассматривать в неподвижной системе координат  $Oxyz$ , начало которой совпадает с центром долота, ось  $Oz$  направлена вверх вдоль оси колонны. При вращении колонны на долото действует крутящий момент  $M^{mp}$ , вызванный фрикционным взаимодействием долота с разрушаемой скальной породой. Кинематическое возмущение, действующее на верхний конец БК, и динамическое воздействие на ее нижний конец приводят к формированию в теле БК бегущих упругих волн кручения, определяемых углом закручивания  $\varphi(z, t)$ . Эти волны описываются уравнением

$$\rho I_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - GI_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (0 \leq z \leq L, t \geq 0). \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  — плотность материала,  $G$  — его модуль упругости при сдвиге,  $I_z$  — полярный момент инерции площади поперечного сечения трубы БК.

Уравнение (1) имеет решение как в форме синфазных колебаний с модами гармоничных стоячих волн, так и в форме бегущих волн с профилями произвольного вида. Для анализа торсионных колебаний элементов БК будем применять волновые решения уравнения (1). Введя обозначение  $\beta = \sqrt{G/\rho}$ , где  $\beta$  — скорость распространения поперечной (торсионной) волны, приведем уравнение (1) к стандартной форме

$$\ddot{\varphi} - \beta^2 \varphi'' = 0. \quad (2)$$

Здесь точкой обозначено дифференцирование по времени  $t$ , штрихом — по независимой переменной  $z$ .

Можно убедиться [1], что уравнение (2) имеет решение в форме (решение Д'Аламбера).

$$\varphi(z, t) = f(z - \beta t) + g(z + \beta t), \quad (3)$$

где  $f(z - \beta t)$ ,  $g(z + \beta t)$  произвольные непрерывные, не обязательно дифференцируемые функции, первая из которых определяет волну, распространяющуюся в положительном направлении оси  $Oz$ , вторая — в противоположном направлении.

На краю  $z = 0$  используется уравнение баланса моментов сил инерции  $M^{uu}$ , сил трения  $M^{mp}$  и сил упру-

гости  $M^{ypp}$ , которые действуют на долото, условно отделенное от колонны,

$$M^{uu} + M^{mp} + M^{ypp} = 0. \quad (4)$$

Момент сил инерции подсчитывается по формуле

$$M^{uu} = -J\ddot{\varphi}, \quad (5)$$

где  $J$  — момент инерции долота относительно оси  $Oz$ ,  $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(z)|_{z=0}$  — угловое ускорение долота относительно инерциальной системы координат.

Фрикционный момент является функцией угловой скорости долота  $M^{mp} = M^{mp}(\omega + \dot{\varphi})$ . Ее вид определяется твердостью и прочностью разрушаемой породы, диаметром режущей части долота и его конструкцией, а также силой, с которой долото прижимается к дну буровой скважины. Этот момент можно представить в виде зависимости

$$M_{\text{виз}}^{mp} = -m \cdot \frac{a_1 \{k \cdot [\omega + \dot{\varphi}(-\beta t) - \dot{\varphi}(2L - \beta t)]\} + a_3 \{k \cdot [\omega + \dot{\varphi}(-\beta t) - \dot{\varphi}(2L - \beta t)]\}^3 + \dots}{1 + a_2 \{k \cdot [\omega + \dot{\varphi}(-\beta t) - \dot{\varphi}(2L - \beta t)]\}^2} + \dots + a_7 \{k \cdot [\omega + \dot{\varphi}(-\beta t) - \dot{\varphi}(2L - \beta t)]\}^7 + a_9 \{k \cdot [\omega + \dot{\varphi}(-\beta t) - \dot{\varphi}(2L - \beta t)]\}^9}{1 + a_2 \{k \cdot [\omega + \dot{\varphi}(-\beta t) - \dot{\varphi}(2L - \beta t)]\}^2}, \quad (6)$$

для случая вязкого трения и в виде

$$M_{\text{Кул}}^{mp} = M_{\text{лим}}^{mp} + e \sqrt{|M_{\text{виз}}^{mp}|} \quad (7)$$

для случая проявления трения Кулона. Здесь

$$M_{\text{лим}}^{mp} = 41250 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad a_1 = 2400 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}, \quad a_2 = 225 \text{ с}^2, \\ a_3 = 15000 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^3, \quad a_5 = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^5, \quad a_7 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^7, \\ a_9 = -130 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^9, \quad e = 143,61, \quad m = -1000, \quad k = 0,1.$$

Крутящий момент сил упругости, действующий на долото, вычисляется по формуле

$$M^{ypp} = GI_z \varphi', \quad (8)$$

Если подставить правые части равенств (5)–(8) в уравнение (4), получим уравнение с частными производными относительно  $\ddot{\varphi}$ ,  $\dot{\varphi}$ ,  $\varphi'$ . Его можно привести к обыкновенному дифференциальному уравнению, выразив  $\varphi'$  через  $\dot{\varphi}$  с помощью фазовых переменных  $z - \beta t$ ,  $z + \beta t$ .

После ряда преобразований приводим уравнение (4) к виду

$$J \{ \ddot{f}(-\beta t) + \dot{\omega}(t - L/\beta) - \ddot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \} + \\ + \frac{a_1 \{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \}}{1 + a_2 \{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \}^2} + \dots \\ + \frac{a_9 \{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \}^9}{1 + a_2 \{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \}^2} + \\ + \frac{GI_z}{\beta} \{ \dot{f}(-\beta t) + \omega(t - L/\beta) + \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)] \} \quad (9)$$

Это обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка содержит одну искомую переменную — функцию  $f(-\beta t)$ . Уравнение (9) является уравнением с запаздывающим аргументом.

Интегрирование уравнения осуществляется методом Рунге-Кутты с включением в алгоритмические процедуры искомых функций, зависящих от их значений в моменты времени  $t$ ,  $t - L/\beta$  и  $t - 2L/\beta$ . Компьютерная реализация такого алгоритма позволила проанализировать процессы нестационарных крутильных движений как долота, так и всех элементов буровой колонны, и проследить за переходными процессами динамического кручения системы при ее движении вне диапазона автоколебаний системы, а также при ее входе в этот диапазон, переходе через него и выходе из него. Описанный алгоритм дал возможность исследовать влияние величин ускорения и замедления вращения БК и времени прохождения диапазона  $\omega_p \leq \omega \leq \omega_y$  самовозбуждения автоколебаний. Шаг  $\Delta t$  интегрирования разрешающего уравнения (9) выбирался из условий сходимости вычислительного процесса. Он оказался равным  $6,4742 \cdot 10^{-6}$  с.

**Результаты анализа крутильных автоколебаний буровой колонны при ее ускоренном вращении**

С использованием изложенной выше методики выполнены исследования нестационарного динамического поведения долота и БК при различных значениях времени прохождения переменной  $\omega(t)$  через диапазон  $\omega_p \leq \omega \leq \omega_y$ .

Рассмотрены случаи равноускоренного изменения  $\omega$  по закону  $\omega(t) = \varepsilon \cdot t$ , исследовалось влияние значения  $\varepsilon$  на интенсивность нестационарных автоколебаний стальной БК длиной  $L = 1000$  м с размерами поперечного сечения  $r_1 = 0,08415$  м,  $r_2 = 0,07415$  м.

На рис. 2–5 представлены диаграммы, отображающие сценарий самовозбуждения, развития и выхода из режима автоколебаний при  $\varepsilon = 0,01 \text{ рад} / \text{с}^2$  (рис. 2, 3) и при  $\varepsilon = 0,1 \text{ рад} / \text{с}^2$  (рис. 4, 5).

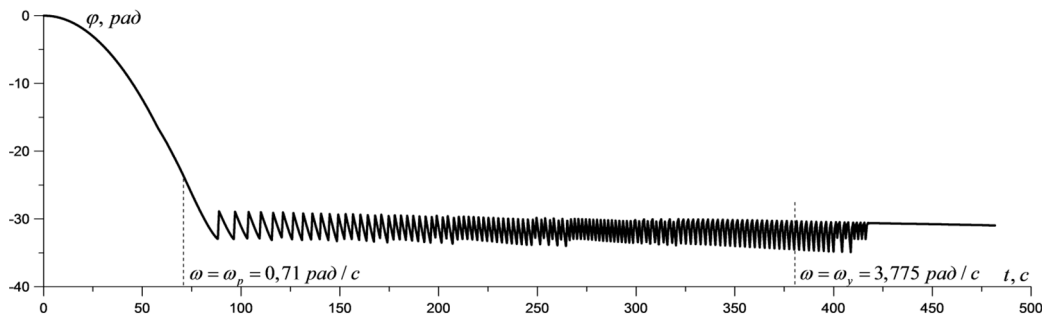


Рис. 2. Форма автоколебаний долота при нестационарном вращении колонны длиной  $L = 1000$  м ( $\varepsilon = 0,01 \text{ рад} / \text{с}^2$ )

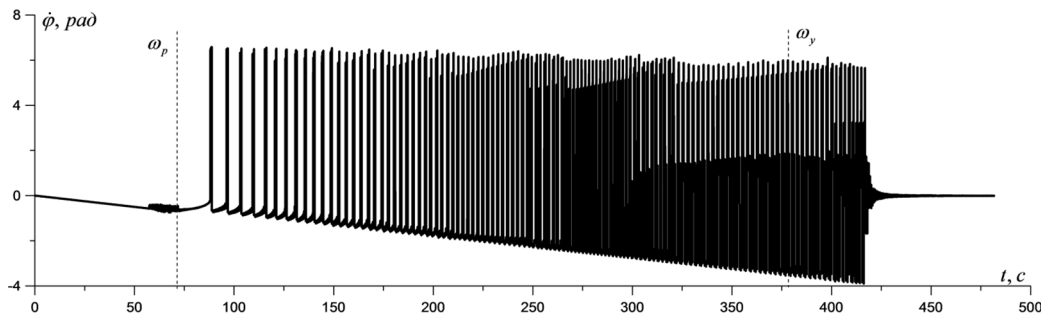


Рис. 3. График изменения угловой скорости долота при нестационарном вращении колонны длиной  $L = 1000$  м ( $\varepsilon = 0,01 \text{ рад} / \text{с}^2$ )

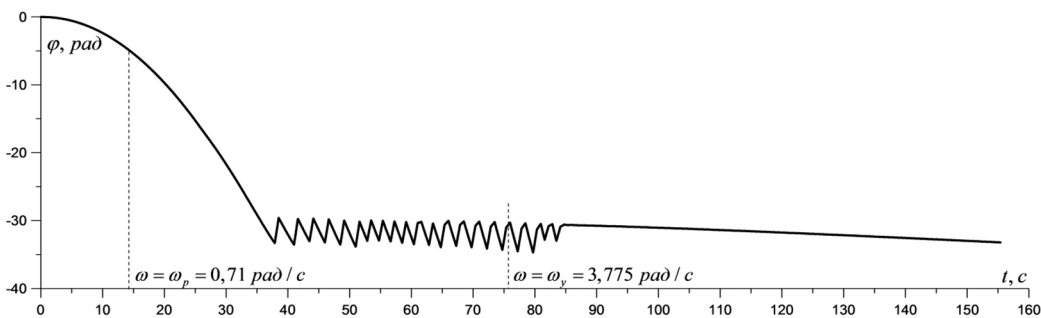


Рис. 4. Форма автоколебаний долота при нестационарном вращении колонны длиной  $L = 1000$  м ( $\varepsilon = 0,05 \text{ рад} / \text{с}^2$ )

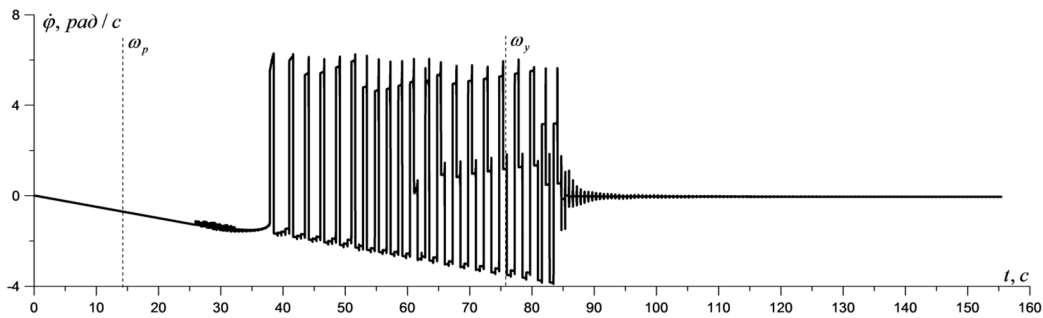


Рис. 5. График изменения угловой скорости долота при нестационарном вращении колонны длиной  $L = 1000 \text{ м}$  ( $\varepsilon = 0,05 \text{ рад/с}^2$ )

### Литература

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959. — 915 с.
2. Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Глушакова О. В. Бифуркации Адронova-Хопфа в волновых моделях торсионных колебаний бурильных колонн / Прикладная механика. — 2010. — № 11. — С. 73–83.
3. Гуляев В. И., Глушакова О. В., Худолий С. М. Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения / Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. — 2010. — № 2. — С. 134–147.
4. Гуляев В. И., Луговой П. З., Глушакова О. В., Глазунов С. Н. / Прикладная механика. — 2016. — Т52, № 2 (62). — С. 64–77.
5. Gulyayev V. I., Glushakova O. V. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings / Interaction and Multiscale Mechanics. — 2011. — V. 4, № 4. — P. 291–311.
6. Gulyayev V. I., Hudoliy S. N., Glushakova O. V. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / Journal of Multi-body Dynamics. — V. 225. — P. 139–152.
7. Gulyayev V. I., Glushakova O. V. and Glazunov S. N. Stationary and non-stationary self-induced vibrations in waveguiding systems / Journal of Mechanics Engineering and Automation. — 2014. — V. 4, No.3. — P. 213–224.